

# 岩体准静态运动失稳的 CUSP 型突变模型\*

康 仲 远

(国家地震局地震地质大队)

## 摘 要

为了研究岩体在水平力( $N$ )和垂直力( $P$ )作用下运动的稳定性问题,本文对简化的岩体系统建立了突变理论模型,用以定量描述引起运动失稳的应力条件。

文中导出了系统的总势能函数表达式,证明了该系统可由 CUSP 型突变模型描述,确定了  $N$ - $P$  控制空间中使系统失去稳定平衡的分叉集  $B$ 。

得到的主要结果是:对  $N$ - $P$  控制空间中使岩体运动保持稳定平衡和失稳的区域进行了划分;分析了作用力的渐变导致状态突变的过程,和点( $N, P$ )在控制空间的运动途径对岩体运动稳定性的影响;讨论了势能发生突变时,所要求的应力变化量级。并根据这些初步结果,讨论了地震过程的某些现象。

## 一、引 言

二百多年前,欧拉解出了压杆横向屈曲的第一个弹性稳定性问题。当时主要的建筑材料是强度较低的木、石等物质,弹性稳定性问题并不是首要的。因此,欧拉的理论在很长的时期并无实际应用。只是到十九世纪后半期,钢铁工业迅速发展起来以后,压杆的屈曲问题才有了实际意义。经验表明,在某些情况下,细长的压杆、薄板和薄壳等类型的结构,在较小的应力条件下即发生破坏,并非由于应力超过了材料的强度,而是由于这些构件的稳定性不够。这样,由于实际问题的迫切需要,欧拉所创立的柱的横向屈曲问题,便在理论上和实际上得到了广泛的研究。

近几十年来,随着地球科学向量化发展,力学逐渐向地球科学渗透并与之结合,结构稳定性的概念和方法,也在分析地质现象和地质过程中得到了应用和发展。人们早在分析褶皱形成的过程中注意到,在同一应力场中,有些岩相相同的岩层,对应力作用发生褶皱的敏感性,往往大不相同。这种敏感性可能由许多因素决定。例如,受侧面挤压的岩层的厚度和宽度,可能像横梁理论中的“细长比”那样,对弯曲现象的发生有一定影响。人们还认识到,当岩层在水平压力作用下处于平衡状态时,会受到多种干扰力的作用,如潮汐力,地球自转速度变化所产生的离心惯性力等。因此,水平应力接近临界压应力,岩层便很容易发生大的弯曲变形。

五十年代后期,逐步开展了全球性的地壳应力测量。这方面的研究工作表明,地下深

\* 1981年5月23日收到,1983年12月7日收到修改稿。

处,岩石中的主应力与上覆岩层垂直荷载之间,不是静态稳定,而是一种动态平衡,从而提出了把测量地壳应力绝对值的变化,作为监视地震的一种手段<sup>[1]</sup>. 从单纯的力学观点来看,一次地震,就是由地下岩体突然不稳定所产生. 产生地震的一系列不同的失稳机制已被提出来,并逐步得到深入研究. 如破裂 (Reid, 1911)、粘滑 (Brace 和 Byerlee, 1966)、剪切熔化 (Griggs, 1954) 以及蠕动不稳定等. 从地震发生的空间分布考虑,大震的发生具有一定的跃距,这也可能和地壳的失稳屈曲有关<sup>[3]</sup>.

除了自然力的作用外,人为因素也可能造成地下岩体稳定平衡的破坏. 如水库诱发地震和矿井地下巷道失稳等. 许多水库蓄水后,大坝的基岩区会立刻发生,或过一段时间发生地震. 印度西海岸克罗亚大坝区过去没有发生过地震,但在建筑工程竣工相当长的时间后,发生了较强地震,这是基岩动态稳定性被扰动与地震发生之间有直接联系的一个有说服力的例子.

七十年代后,为了克服微分方程在处理不连续和发散变化的自然现象中的局限性,由汤姆 (Thom, 1972) 首创,出现了一门新的数学理论——突变理论,它的应用已涉及许多学科领域. 亨利 (Henley, 1976) 对断层运动曾提出过一个定性的突变模型<sup>[4]</sup>. 为了深入研究地质体运动的失稳突变过程,有必要进一步进行定量的研究工作. 作为初步尝试,本文导出了在水平力  $N$  和垂直力  $P$  共同作用下,简化为梁的地质模型系统的总势能表达式,进而证明了,该系统可由汤姆提出的基本突变中的 CUSP 型突变模型来定量描述. 得到的主要结果和认识是: 在一定的突变模式下,可定量地给出控制空间中,使岩体运动失稳的控制变量的范围;作用力的渐变可导致状态的突变;点  $(N, P)$  在控制空间的运动途径,对于决定岩体是在动态平衡下缓慢运动,还是失稳有重要意义;岩体运动失稳的临界条件与岩体本身的性质有关,但势能突变的量级主要决定于水平和垂直应力变化的量级.

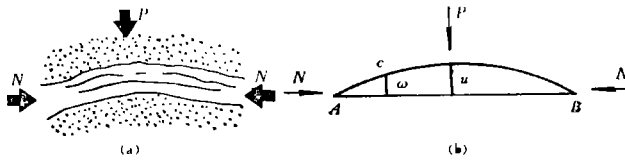
汤姆的突变基本定理指出,对于控制空间不超过四维、状态空间不超过二维的系统,只有七种基本突变形式. 正如岩石力学的模拟实验,只能说明真实过程的某个侧面一样. 本文用梁的失稳,作为岩体失稳的一种模型,来讨论其发生突变时的应力条件,也只是在这一方面对真实地质过程的模拟. 而根据汤姆定理,我们所作的这种模拟,将有助于更深刻地认识地质体运动失稳突变的过程.

## 二、岩体运动的突变模型

### (一) 地质模型

用突变理论分析研究岩体在力的作用下的平衡稳定问题,要统一考虑岩体及其所受外力共同构成的系统. 设岩体被简化为一简支平直梁[图 1(a、b)]. 其长为  $L$ , 垂直宽度为  $h$ , 水平宽度为  $d$ , 且  $L \gg h$ 、 $d \approx h$ , 弹性模量为  $E$ . 水平力  $N$  垂直作用于梁的两端,梁的中部受集中力  $P$  的作用. 又设岩体在构造应力作用下已发生弯曲变形,其轴线的挠度曲线可精确地表示为富氏级数:

$$\omega = u_1 \sin \frac{\pi s}{L} + u_2 \sin \frac{2\pi s}{L} + u_3 \sin \frac{3\pi s}{L} + \dots \quad (1)$$

图1 岩体在水平力 $N$ 和垂直力 $P$ 作用下的简化模型

可以证明,此级数的第一项在其中起主要作用,故其初始形状可用方程

$$\omega = u \sin \frac{\pi s}{L} \quad (2)$$

近似表示. 式中:  $s$  为由原点  $A$  到轴线上任一点  $C$  的弧长,  $\omega$  为对应于  $s$  的挠度,  $u$  为轴线中点的挠度,取向上方向为正,  $L$  为轴线长.

大量的地应力测量结果表明,地下一定深度范围内,存在着比垂直应力大许多倍的水平应力,其大小随深度线性增加<sup>[1]</sup>. 而垂直运动和垂直力的变化,及其对岩体运动失稳的影响,也必须予以重视<sup>[5-7]</sup>. 这些是我们所讨论的地质模型的客观背景.

## (二) 系统的势函数

由于作用力的变化,使上述地质模型不断从一个平衡状态变到另一个平衡状态. 我们考虑其准静态运动过程. 首先建立系统在该过程中总势能函数的表达式,再通过给出势函数族的全部临界点集,来确定系统发生失稳的应力条件.

由弹性理论可知,任一结构体系的总势能  $V$ ,可表为结构的应变能  $U$  和荷载势能的组合:

$$V = U - \sum_{i=1}^n P_i \delta_i \quad (3)$$

式中:  $P_i$  为结构上的荷载,  $\delta_i$  为其相应位移,  $n$  为荷载个数. 对于我们的模型,垂直力  $P$  在加载过程中做负功,因而有

$$V = U - N\delta + Pu \quad (4)$$

式中  $\delta$  是水平方向的总位移.

弹性应变能的一般表达式为

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{yz} \nu_{yz} + \tau_{zx} \nu_{zx} + \tau_{xy} \nu_{xy}) dx dy dz \quad (5)$$

对上述结构体系,根据梁的弯曲理论的平截面假设,我们可有

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L K^2 ds \quad (6)$$

式中:  $K$  为梁的曲率,  $I$  为梁的横截面对其上水平轴的惯性矩. 利用欧拉结构势函数表达式的推导结果<sup>[8,9]</sup>, (4) 式最后可近似表为

$$V = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left( \frac{d^2 \omega}{ds^2} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{d\omega}{ds} \right)^2 \right)^{-1} ds - N \int_0^L \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{d\omega}{ds} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} ds + Pu. \quad (7)$$

对 (7) 式中被积函数作泰勒展开,截断<sup>[9]</sup>后,就得出了我们所讨论的地质模型系统总势能函数的近似表达式:

$$V = \frac{EI\pi^6}{16L^5}u^4 + \frac{\pi^2}{4L}\left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N\right)u^2 + Pu. \quad (8)$$

### (三) 系统的突变理论模型

对(8)式作坐标变换:

$$u = \frac{L}{\pi} \left( \frac{4L}{EI\pi^2} \right)^{1/4} x, \quad (9)$$

并取

$$a = \frac{L}{\pi} \left( \frac{L}{EI} \right)^{1/2} \left( \frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right) \quad (10)$$

和

$$b = \frac{L}{\pi} \left( \frac{4L}{EI\pi^2} \right)^{1/4} P \quad (11)$$

则系统总势能表达式可化为以  $a, b$  (相应以水平力  $N$  和垂直力  $P$ ), 为控制变量, 以  $x$  (相应以轴线中点挠度  $u$ ) 为状态变量的 CUSP 型突变模型<sup>[3]</sup>:

$$V = V_{a,b}(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2 + bx \quad (12)$$

由(12)式可知, 对于每一组由一对  $N, P$  所决定的  $a, b$ , 总有一势函数  $V_{a,b}(x)$  相对应, 故(12)式实际上给出了一个函数族:

$$V: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R} \quad (13)$$

其中  $\mathbf{R}$  为状态空间,  $\mathbf{R}^2$  为控制空间. 函数族  $V$  中所有势函数  $V_{a,b}(x)$  的所有临界点的集合  $M$ , 称为平衡曲面, 是由平衡方程

$$DV_{a,b}(x) = x^3 + ax + b = 0 \quad (14)$$

定义的  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}^2$  的子集, 它是一个光滑流形, 其图形如图 2.

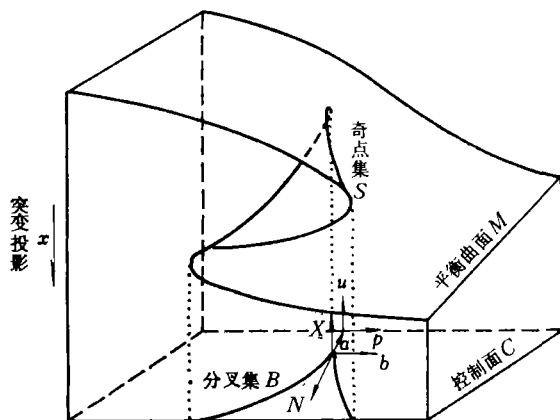


图 2 CUSP 型突变模型的平衡曲面和控制面  
(图中“突变投影”应为“ $x$ ”)

由图 2 可见, 突变映射  $\chi$  是自然投影

$$\pi: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$$

对  $M$  的限制, 在此  $\pi(x, a, b) = (a, b)$ , 即

$$\chi: M \rightarrow \{(a, b)\}, (x, a, b) \mapsto (a, b), (x, a, b) \in M.$$

$\chi$  的奇点集  $S$  在控制空间  $R^2$  中的象  $B$  称为分叉集.  $B$  在  $a$ - $b$  控制空间中为满足条件

$$27b^2 + 4a^3 = 0 \quad (15)$$

的点  $(a, b)$ . 在  $N$ - $P$  控制空间中, 就是满足条件

$$27P^2 + \frac{2L^2}{EI} \left( \frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right)^3 = 0 \quad (16)$$

的点  $(N, P)$ , 其形状为图 2 中控制面  $C$  上的尖角形曲线. 因势函数 (12) 仅在分叉集  $B$  上, 即仅在满足 (15) 式的点  $(a, b)$  上有退化的临界点<sup>[9]</sup>, 故上述地质模型系统, 只是在水平力  $N$  和垂直力  $P$  满足条件式 (16) 时, 才是结构不稳定的, 才可能由一个平衡状态突变到另一个平衡状态.

### 三、岩体运动失稳的应力条件

据所建立的突变模型, 可对上述地质模型的平衡稳定性问题, 得出以下几点初步的认识:

#### (一) 分叉集 $B$ 对控制空间 $N$ - $P$ 的划分

由水平力  $N$  和垂直力  $P$  构成的  $N$ - $P$  控制空间, 被分叉集  $B$  分为五个部分: 点  $Q$ ; 曲线  $B$  的两支  $B_1$  和  $B_2$ ; 区域  $E$  和尖角区的内部  $J$  (图 3). 它们对应着系统不同的状态, 分别讨论如下 (记 (16) 式左端为  $D$ ):

**1. 点  $Q$**  这时  $D = 0$  和  $P = 0$ . 由 (16) 式就有

$$N = N_0 = \frac{EI\pi^2}{L^2} = \frac{Edh^3\pi^2}{12L^2}, \quad (17)$$

或表为应力条件

$$\sigma_N = \sigma_{N_0} = \frac{N_0}{dh} = \frac{E\pi}{12} \left( \frac{h}{L} \right)^2, \quad (18)$$

这就是使岩体失稳的最小水平应力值. 由突变模型得到的这一特殊情况, 正是弹性理论中关于上述梁的失稳的临界应力值.

**2.  $B$  的两支  $B_1$  和  $B_2$**  这时  $D = 0$  但

$P \neq 0$ , 相应平衡方程 (14) 有一个单根和一对重根. 它们对应于势函数  $V$  的一个极小值和一个变曲点. 平衡曲面  $M$  上对应于点  $(N, P) \in B$  的点, 若在折叠线  $S$  的一支上, 就要突变跳跃到使系统处于稳定平衡状态的另一单叶上, 反之则不然 (图 2). 水平应力满足  $\sigma_N > \sigma_{N_0}$  是点  $(N, P) \in B$  的必要条件.

**3. 区域  $E$**  这时  $D > 0$ , 平衡方程 (14) 相应只有一个实根, 它使势函数  $V$  在此只有一个极小值. 在  $M$  上, 对应于点  $(N, P) \in E$  的点, 使系统处于稳定平衡状态, 不会发生突变. 点  $(N, P) \in E$  时,  $\sigma_N > \sigma_{N_0}$ 、 $\sigma_N = \sigma_{N_0}$  和  $\sigma_N < \sigma_{N_0}$  三种情况都有可能出现.

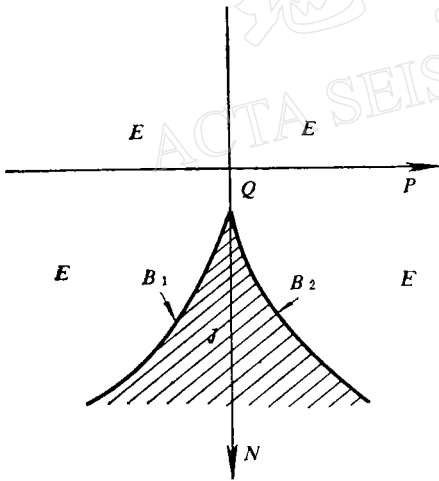


图 3 分叉集  $B$  对控制空间  $N$ - $P$  的划分

**4. 区域  $J$**  这时  $D < 0$ , 平衡方程(14)相应有三个不同实根. 它们对应于势函数  $V$  的两个极小值和一个极大值. 对应于尖角形区域  $J$  内的每一点  $(N, P)$ ,  $M$  上有三个点: 上下两叶的点使系统处于稳定平衡状态, 中间一叶的点使系统处于不稳定平衡状态, 中间一叶的点在理论上是不能达到的.  $\sigma_N > \sigma_{N_0}$  也是点  $(N, P) \in J$  的必要条件.

## (二) 点 $(N, P)$ 在控制空间中的运动途径对岩体稳定性的影响

据分叉集  $B$  对  $N$ - $P$  控制空间的划分, 可看出, 作为控制变量的水平力  $N$  和垂直力  $P$  的渐变可导致状态的突变, 并且点  $(N, P)$  在控制空间的运动途径对岩体稳定性有明显影响. 图 4—6 给出了几种基本情况, 实际情况无疑要复杂得多. 设点  $(N, P)$  在控制空间  $C$  中的运动途径为  $A-G-K-D-F$ , 在平衡曲面  $M$  上, 点  $(N, P)$  的对应点的运动途径为  $A'-G'-K'-D'-F'$ .

1. 点  $(N, P)$  在水平力  $N$  满足条件  $N > N_0$ , 且保持常数, 垂直力  $P$  增大时运动 (图 4). 当点  $(N, P)$  右移到  $K$  点, 系统的状态发生突变, 势能也发生突变. 我们注意到, 这时垂直力是由负经过零逐渐增大的. 这说明, 在  $Q$  点附近一个局部范围内, 岩体受到的垂直力的性质发生了变化 (方向改变), 并且它的出现和渐变可能导致状态突变.  $K$  点的垂直力起到“触发”系统一次突变的作用, 我们不妨称这时的垂直力  $P_K$  为“触发力”. 如果点  $(N, P)$  沿相反途径运动 (图 4 中的  $F-D-K-G-A$ ), 那么突变不是在原来的  $K$  (或  $D$ ) 点, 而是在原来不发生突变的  $G$  点发生. 这可能解释岩体的失稳, 不仅决定于应力水平, 而且与力的作用方式有关; 力的作用方式一致, 造成了某些地质过程的相似性等现象.

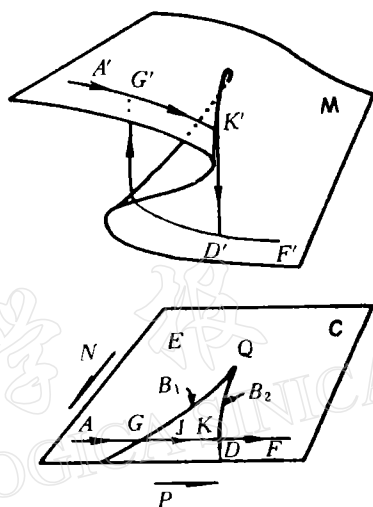


图 4 点  $(N, P)$  在  $N > N_0$  且保持常数和  $P$  增大时运动

2. 点  $(N, P)$  保持在区域  $E$  中运动 (图 5). 这时水平力和垂直力的变化, 使得岩体从一个稳定平衡状态变到另一个稳定平衡状态, 虽然也可能出现水平应力超过临界应力的情况, 但不会发生状态的突变. 这时的  $N$  和  $P$  相当于导致岩体稳态蠕动、隆起等过程的条件.

3. 点  $(N, P)$  的运动使起、终点都在尖角区  $J$  内 (图 6). 尽管此时初始和最终作用的应力状态可能接近 (甚至相同), 但系统的状态和势能却可能发生很大变化, 但不以突变的方式发生. 例如开始在  $A$ , 由于没有足够大的垂直触发力, 随着时间的推移, 水平力又降低了 (如相邻块体发生了水平方向的相对运动, 使作用在这一块体上的水平力降低), 经过  $G$ 、 $K$ 、 $D$  最后达到  $F$ .

## (三) 岩体失稳的应力变化量级

岩体失稳时, 系统的状态、位置和势能 (将转化为其他形式的能量) 都发生突变. 利用上面所建立的突变模型, 我们可以给出系统失稳时总势能的变化量  $\Delta V$ 、水平力  $N$  和垂直力  $P$  之间的定量关系. 从而, 可以通过计算来估计使岩体发生状态突变时, 应力变化所需要达到的量级.

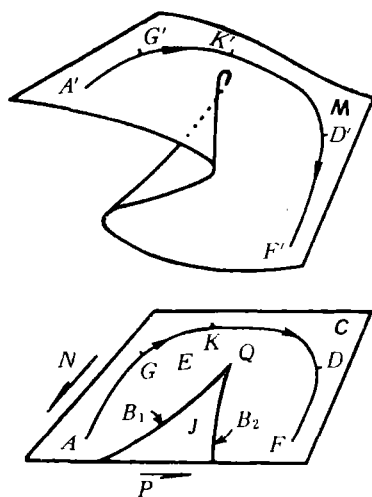


图 5 点  $(N, P)$  保持在区域  $E$  中运动

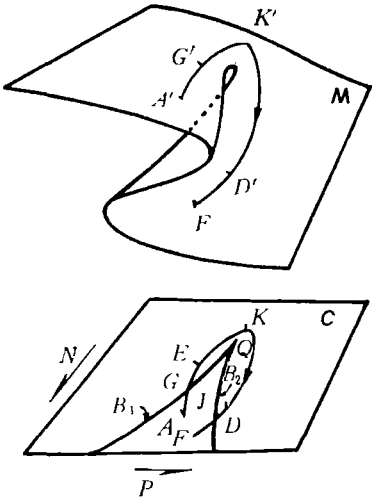


图 6 点  $(N, P)$  运动的起、终点都在区域  $J$ , 系统能量变化但不发生状态突变

**1. 岩体失稳时能量变化的量级和水平应力增量之间的关系** 势能变化量的大小和水平应力之间的关系, 要受岩体长度  $L$ 、水平宽度  $d$  和垂直宽度  $h$  的影响. 这可以从它们之间的关系式看出. 为便于具体说明和讨论这种关系, 我们参考地震断层的实际资料作了计算. 势能变化量  $\Delta V$  取尔格作单位, 考虑地震效率后, 按古登堡公式用震级表示. 此外, 定义当  $\sigma_N > \sigma_{N_0}$  时, 称  $\Delta\sigma = \sigma_N - \sigma_{N_0}$  为水平应力增量,  $\sigma_{N_0}$  按(18)式计算, 结果列于表 1.

表 1 岩体运动失稳时能量变化量(以震级表示)、水平应力增量  $\Delta\sigma$ 、垂直力  $P$  之间的关系以及岩体参数对它们的影响 (取  $E = 5 \times 10^9$  公斤/平方厘米)

岩体参数(公里)	$L$	140	140	140	140	100	100	140
	$d$	10	10	10	10	10	10	15
	$h$	10	15	20	30	10	15	15
$\sigma_{N_0}$ (巴)		2057.6	4629.5	8230.3	18518.1	4032.8	9073.9	4629.5
水平应力增量 $\Delta\sigma$ (巴)	$M = 5$	0.1	0.1	0.1	0.2	0.1	0.1	0.1
	$M = 6$	0.3	0.5	0.5	0.7	0.7	1	0.3
	$M = 7$	2.5	2.5	3	3.6	3.5	4	2
	$M = 8$	12.5	14.5	17	21	20	24	10
垂直力 $P \times 10^{10}$ (公斤)	$M = 5$	0.00014	0.00046	0.00021	0.00094	0.00053	0.00078	0.00065
	$M = 6$	0.0037	0.0064	0.0078	0.0097	0.0077	0.017	0.0069
	$M = 7$	0.073	0.08	0.099	0.13	0.078	0.12	0.11
	$M = 8$	0.84	1.06	1.32	1.84	1.24	1.6	1.12

图 7 为相同长度 ( $L = 140$  公里)、相同水平宽度 ( $d = 10$  公里) 而垂直宽度不同 ( $h = 10、20、30$  公里) 的岩体模型运动失稳时, 势能变化的对数  $\lg \Delta V$  (同时以震级表示) 和水平应力增量  $\Delta\sigma$  之间的关系曲线. 计算结果表明:

1) 岩体运动失稳的必要条件. 水平应力  $\sigma_N$  不低于临界值  $\sigma_{N_0}$ :  $\sigma_N \geq \sigma_{N_0} = \frac{E\pi^2}{12}\left(\frac{h}{L}\right)^2$ . 此条件仅与岩体性质 ( $E$ 、 $h$ 、 $L$ ) 有关, 特别是  $\sigma_{N_0}$  与  $\frac{h}{L}$  的平方成正比, 受其影响显著. 如果岩体所在部位, 可能出现的水平应力低于岩体运动失稳时需要达到的临界应力值  $\sigma_{N_0}$ , 岩体就只可能在保持稳定平衡下运动, 不会发生状态和能量的突变;

2) 岩体运动失稳发生势能突变的量级, 并不主要取决于岩体本身的性质 ( $E$ 、 $h$ 、 $d$ 、 $L$ ), 而主要决定于水平应力增量  $\Delta\sigma$  的量级. 从表 1 和图 7 都可看出, 对于表中所列不同参数的岩体, 相当于同级地震的势能变化所要求的水平应力增量, 基本上都在同数量级的范围以内;

3) 水平应力增量随“震级”增加而变化的速度是非线性的. 如  $L = 100$  公里、 $d = h = 10$  公里时, 相当于六级“地震”的势能突变所要求的水平应力增量是五级“地震”的 7 倍, 七级是五级的 35 倍, 而八级是五级的 200 倍;

4)  $\Delta V$  (表成震级) 和  $\Delta\sigma$  的关系在一定范围内受岩体水平宽度的影响不显著 (图 7).

2. 岩体运动失稳时能量变化的量级和垂直触发应力量级大小的关系 前面已分析,  $\sigma_N \geq \sigma_{N_0}$  并不是失稳的充分条件, 岩体运动是否失稳, 还决定于垂直力的变化 (水平力或两者共同变化) 能否及如何使点  $(N, P) \in C$  的运动达到分叉集  $B$ . 从表 1 可以看出, 和水平应力的情形类似, 相对于岩体参数的影响, 垂直触发力所能达到的量级对岩体运动失稳时能量的变化, 起着重要的作用. 假设垂直力集中作用在一平方公里的面积上, 则发生相当于五级“地震”的能量突变, 所需要的垂直触发应力的量级, 为万分之几巴到千分之一巴左右; 六级“地震”需要的垂直触发应力的量级为千分之几巴到百分之一巴左右等, 列于表 2.

表 2 能量突变时垂直触发应力需要达到的量级和各种自然因素引起的垂直应力的变化相比较

模 型 计 算 结 果		各种自然因素引起的垂直应力变化
震 级	垂直触发应力需达到的量级(巴)	
5	0.00014--0.00094	地球自转速度变化, 最大值 $4.6 \times 10^{-4}$ 巴
6	0.0037--0.017	地轴钱德勒摆动, 最大值 0.07 巴
7	0.073--0.13	固体潮, 最大值(赤道) 0.14 巴
8	0.84--1.84	地幔隆起、地下物质迁移. 十分之几巴到几巴 <sup>[7]</sup> .

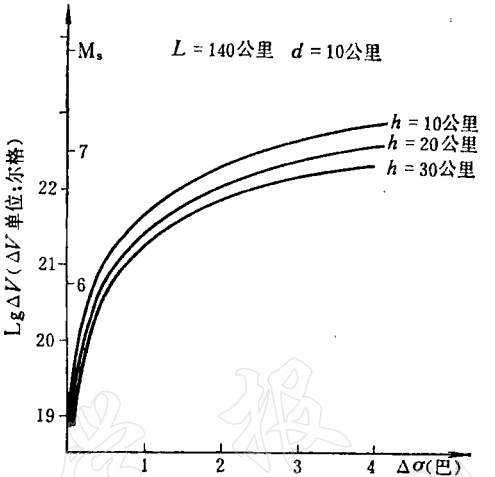


图 7 势能变化量的对数  $\lg \Delta V$  (及震级) 与水平应力增量  $\Delta\sigma$  之间的关系



前面已谈及垂直力来源的背景。目前还不清楚地下物质迁移所造成的垂直应力变化的量级,但可以估计,其大小不低于由地幔隆起引起的垂直应力变化的量级。把我们讨论的突变理论模型结果与各种客观因素引起的垂直应力变化的量级相比较(表2),可使我们对地震触发因素的作用得到进一步的认识,这些触发因素如果同方向共同对岩体作用,其效果将是垂直应力的叠加和增大,使控制变量值达到控制空间的分叉集而引起状态的突变,这是小量级垂直应力的变化触发高震级地震的一种可能的解释。

## 四、结 语

通过对本文突变模型的研究,可初步认识到,岩体准静态过程运动的平衡稳定性问题,首先决定于其在漫长的地质年代中形成的本身性质和环境的静态条件:所处部位的深度、岩性、构造和围压等;而失稳时能量变化所能达到的量级,则主要决定于动态条件:水平应力变化的量级,垂直应力的方向和量级,控制空间中应力的运动途径、力的作用方式等。而突变理论有可能在这些问题的定量描述中起一定作用。作为突变理论在地学中应用<sup>[10,11]</sup>,特别是建立突变现象的定量模型,本文工作仅是一次初步的尝试,尽管所考虑的地质模型比较简单,但它却加深了我们对实际地震地质过程中某些问题的认识,促使我们今后结合实验与实际资料进一步开展这方面的工作,更深入研究地震过程中的突变现象。

本工作得到王仁教授和李培信、丁中一、黄福明、赵国光、杨修信和王廷疆等同志的宝贵支持和帮助,在此一并致谢。

## 参 考 文 献

- [1] Hast, N., The State of stresses in the upper part of the earth's crust, *Tectonophysics*, **8**, 3, 1969.
- [2] 王仁、丁中一、殷有泉,固体力学基础,地质出版社, 88—137, 1979.
- [3] 许绍燮、沈佩文,北京周围地区地震的分布特点与地壳屈曲, *地震学报*, **2**, 2, 153—167, 1980.
- [4] Henley, S., Catastrophe theory models in geology, *Mathematical Geology*, **8**, 6, 1976.
- [5] 郭增建等,从水平和垂直力的相互作用讨论我国境内地震孕育和发生, *地球物理学报*, **20**, 3, 1977.
- [6] 罗焕炎,从大陆地壳动力学观点试论我国地震的成因和机制, *地震地质*, **1**, 1, 1979.
- [7] 丁文镜,地幔快速隆起对构造地震的触发作用, *西北地震学报*, **4**, 2, 1982.
- [8] 陈应天,突变理论在力学中的应用, *力学与实践*, **1**, 3, 1979.
- [9] Tim Poston and Ian Stewart, *Catastrophe theory and its applications*, Pitman, 1978.
- [10] 丁国瑜、梅世蓉、马宗晋,地震预报问题, *地震科学研究*, 1, 1979.
- [11] 康仲远、陆松澄,地震过程的几个突变理论模型, *地震统计预报论文集*,地震出版社, 1982.

## A CUSP CATASTROPHE MODEL TO INTERPRET LOSS OF STABLE EQUILIBRIUM IN ROCK QUASI-STATIC MOVEMENT

KANG ZHONGYUAN

(*Seismo-geological Brigade, State Seismological Bureau*)

### Abstract

In order to study the stability in motion of a rock mass acted on by horizontal force( $N$ ) and vertical forces( $P$ ), a catastrophe theoretical model of a simplified rock mass system is proposed to interpret quantitatively the conditions of the stress which may cause the loss of stable equilibrium in motion.

An expression of the total potential energy function for the rock mass model is derived. It has been proved that the above-mentioned system can be described by the CUSP catastrophe model. At the same time, a bifurcation set  $B$  which makes the system to lose its stable equilibrium in the  $N$ - $P$  control space is delimited.

The primary results obtained are as follows: demarcation of the stability and instability regions in motion of the rock mass in the  $N$ - $P$  control space, analysis of the process of sudden state variation due to the gradually changing forces and the influence of the paths of the point( $N, P$ ) in the control space on the stability in motion of the rock mass; and order of magnitude of the stress variation necessary for the sudden change of potential energy is discussed. On the basis of these preliminary results some earthquake phenomena are reviewed.