

分形断层的隧道效应和平面内剪切 断层的跨 S 波速破裂^{*}

李世愚 陈运泰

(中国北京 100081 中国地震局地球物理研究所)

摘要 跨 S 波速破裂指断层破裂速度 v 处于 S 波速度 β 和 P 波速度 α 之间, 它在反平面剪切(即走滑)断层破裂过程中的存在已有证明, 但在二维经典模型内, 跨 S 波速破裂的实现还存在两个解释上的困难, 即起始困难和发散困难. 起始困难是指: 当 $v \uparrow v_R$ (瑞利波速度) 时, 动态应力强度因子 $K_2(t) \rightarrow +0$; 在区间 (v_R, β) 内, $K_2(t)$ 由正变负. 破裂速度如何越过“禁区” (v_R, β) ? 发散困难是指: 在 $v \downarrow \beta$ 时, $K_2(t) \rightarrow +\infty$. 我们引入断层普遍存在的分形和隧道效应概念. 断层为多裂纹的分形结构. 破裂速度是断层长度对时间的微商, 因此, 破裂速度也是分形的. 隧道效应是指动态破裂越过裂纹间隙, 而间隙的归并滞后于扰动的传播. 假定孕震“成核”区处于临界状态或亚临界扩展状态, 扰动的到来立即触发或加速裂纹前缘的扩展, 而观测系统又不能区分扰动前缘和破裂前缘, 则扰动传播的速度就被观测系统认定为破裂速度, 从而出现了跨 S 波速破裂的现象, 它是一种表观速度. 导出表观速度的真正根源, 在于剪切破裂的数学模型本来就是复杂过程的一种简化表象. 破裂速度的二重性是指表观速度和微裂纹的真实速度, 二者在物理上有区分, 却在破裂判据上统一. 将上述概念代入 $K_2(t)$ 的计算, 克服了起始困难, 给出了求解激发跨 S 波速破裂起始的积分方程, 并计算出破裂速度在跨 S 波速区间内的下限为 1.1053β , 而不是 β , 从而避免了发散困难. 跨 S 波速破裂是不稳定解, 在非临界区段可测的条件下, 立即退化为亚瑞利波速破裂. 本研究的结果说明, 跨 S 波速破裂的起始和持续取决于孕震区的“成核”状态.

关键词 地震破裂动力学 平面内剪切断层 分形 跨 S 波速破裂

引言

跨 S 波速破裂指断层破裂速度 v 处于 S 波速度 β 和 P 波速度 α 之间(在一些作者和我们以前的论文中称为超 S 波速破裂), 它在平面内剪切(即沿水平面扩展的走滑)断层破裂过程中的存在, 最早是由 Weertman 提出的假说, Weertman 甚至提出断层有超音速(即超出 P 波速度)破裂. 但他(1969)是在位错理论的模型中提出上述假说的, 没有考虑破裂扩展的因果关系, 因此, 有关超音速破裂的假说, 在断层自然扩展的动力学问题中几乎没有得到注意. 金森博雄(Kanamori, 1970)和其它一些文献(Wyss, 1972; Trifunac, 1972; Ben-

* 国家自然科学基金 49774217 和中国地震局“八五”合同项目(85-03-07-02)资助. 中国地震局地球物理研究所论著 99A01006.

1998-06-05 收到初稿, 1998-08-28 收到修改稿并决定采用.

Menahem, Toksoz, 1963)给出了若干震例的反演结果,认为可能存在地震断层的跨 S 波速破裂. Johnson 等(1973)通过粘滑实验,验证了 Weertman(1969)的假说以及 Kanamori(1970)和其他研究者的震例,并将这些探讨应用于地震动力参数测定中,不过,Johnson 等认为, Kanamori(1970)所给震例中的结果还可能与反演的多解性有关,如果反演的震源尺度解不同,则会得到不同的破裂速度. 郑天渝和姚振兴(1993)在反演唐山地震的多重事件时,也提出了破裂速度有可能达到跨 S 波速. Burridge(1973)采用无内聚区稳态扩展模型,证明了剪切裂纹跨 S 波速破裂的存在. Andrews(1976)的滑动弱化模型,数值解采用的是有限差分法,提出了跨 S 波速可以由隧道效应实现. Andrews(1985)用边界积分方程方法重复了 1976 年的工作,认为断层跨 S 波速破裂的比较精确的解实际是 P 波速度 α . Das 和 Aki(1977)采用离散边界积分方程的方法,对跨 S 波速破裂的存在作了探讨. Kostrov(1975)给出了经典模型(线弹性断裂力学)内平面内剪切断层的解,认为这些解只适用于 $v < v_R$ 的情形,这里 v_R 为瑞利波速. 李世愚和陈运泰(1993)用经典模型证明了跨 S 波速破裂的存在. 经典模型是一切特殊模型的基础,因此,经典模型的跨 S 波速的解具有重要意义.

平面内剪切断层的跨 S 波速破裂在实验中的再次验证,是大中康誉(Ohnaka)等(1986)得到的. 大中康誉等使用伺服控制的双轴加载设备,研究了具有预切口的筑波花岗岩粘滑不稳定剪切破裂. 利用多道位移和剪应变监测装置,采样率为 1 Msps,发现破裂的稳定传播视速度大致等于瑞利波速度,而在稳定的应力降前,还存在暂态应力降,大致以 S 波速度传播.

进一步,我们还需要探讨剪切断层的跨 S 波速破裂在经典模型内是如何实现的.

1 二维理论模型

李世愚和陈运泰(1993)首先证明了, Kostrov(1975)在二维经典模型内得到的, 平面内剪切断层自然扩展的应力强度因子 $K_2(t)$ 可以从 $v < v_R$ 的条件推广到跨 S 波速破裂情况

$$K_2(t) = m_2(t) \cdot C_k(v) \quad (1)$$

其中

$$m_2(t) = \frac{\{2[1 - v(t)/\alpha]\}^{1/2}}{\pi} \cdot I \quad (2)$$

而

$$I = \int_{l(t)-\alpha t}^{l(t)} f_2 \left(x_1, t - \frac{l-x_1}{\alpha} \right) \frac{dx_1}{[l(t) - x_1]^{1/2}}$$

与扰动有关,我们称之为扰动因子. 式中, l 为断层长度, f_2 为广义载荷,有关的变换式可参见 Kostrov(1975). 上式在 $0 \leq v \leq \alpha$ 的条件下处处收敛. 而

$$C_k(v) = 1 + \frac{1}{2\pi} \int_{1/\alpha}^{1/\beta} \frac{1}{s - 1/v(t)} \{S(-s)\} \frac{1/v_R - s}{(s - 1/\alpha)^{1/2} (1/\beta - s)^{1/2}} ds \quad (3)$$

则是一个包含 Cauchy 型奇异积分的因子. 式中, $S(s)$ 、 $S(-s)$ 满足关系式

$$R(s) = 2 \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) \left(\frac{1}{v_R^2} - s^2 \right) S(s) \cdot S(-s) \quad (4)$$

$R(s)$ 为瑞利函数

$$R(s) = \left(2s^2 - \frac{1}{\beta^2}\right) + 4s^2 \left(\frac{1}{\alpha^2} - s^2\right)^{1/2} \left(\frac{1}{\beta^2} - s^2\right)^{1/2} \quad (5)$$

用 Wiener-Hopf 方法可以证明(Kostrov, 1975)

$$S(s) = \exp \left\{ -\frac{1}{\pi} \int_{1/\alpha}^{1/\beta} \tan^{-1} \frac{4\xi^2 (\xi^2 - 1/\alpha^2)^{1/2} \cdot (1/\beta^2 - \xi^2)^{1/2}}{(2\xi^2 - 1/\beta^2)^2} \frac{d\xi}{\xi + s} \right\} \quad (6)$$

证明的细节可参见有关文献(李世愚, 1991). 在复 s 平面上的支点 $s=1/\beta$ 和 $s=1/\alpha$ 之间做割线,

$$\{S(-s)\} = S(-s + i0) + S(-s - i0)$$

其中 $i=\sqrt{-1}$. 容易得到

$$\{S(-s)\} = \frac{(2s^2 - 1/\beta^2)^2}{(1/\beta^2 - 1/\alpha^2)(1/v_R^2 - s^2)} S(s) \quad (7)$$

式(3)中的 $C_k(v)$ 与 v 的函数关系有双解, 其曲线在 $v < \beta$ 部分由 Kostrov(1975)给出, 即

$$C_k(v) = S(-s) \frac{1 - v(t)/v_R}{[1 - v(t)/\alpha]^{1/2} [1 - v(t)/\beta]^{1/2}} \quad (8)$$

$\beta < v < \alpha$ 部分为跨 S 波速破裂. 李世愚和陈运泰(1993)证明, 它的解仍由式(3)表示, 并给出了曲线(图 1).

2 实现跨 S 波速破裂的发散困难和起始困难

在二维经典模型内, 跨 S 波速破裂的实现还存在两个解释上的困难, 即起始困难和发散困难. 起始困难是指: 任何一段断层破裂总要从零速度起始, 但是当 $v \uparrow v_R$ 时, $K(t) \rightarrow +0$; (v_R, β) 就成为破裂速度的“禁区”, 而破裂是怎样越过速度禁区的? 发散困难是指: 在 $v \downarrow \beta$ 时 $K(t) \rightarrow +\infty$, 在物理上是不能接收的. 这两个困难在单一裂纹的数学模式中无法解释, 我们需要回到物理模型去考虑.

3 共线剪切裂纹的隧道效应

众所周知, 地质上的断层和断裂力学中的 Griffith 裂纹不是一回事. 根据现场观察, 断层内部还有低层次的细结构. 用单一裂纹模式来表示断层, 实际上是数学上的简化, 是一种不得已的办法. 在涉及到岩体和断层破裂物理实质的问题时, 至少应采用多裂纹模型.

隧道效应是指在动态破裂的断层前方一段距离外, 由于辐射波的能量扰动, 使该点的瞬时应力状态超出介质强度, 产生新破裂, 在一定条件下以跨 S 波速或 P 波速度扩展. 它最早是 Andrews(1976)提出的, 采用了滑动弱化模型和离散化数值模拟. 根据我们最近的剪切破裂“成核”的可视化实验录像, 在孕震区的临界状态下, 产生预破裂和预滑移的段落不是一个, 而是多个. 其分布致密, 间隙很小. 因此, Andrews(1976)所描述的隧道效应,

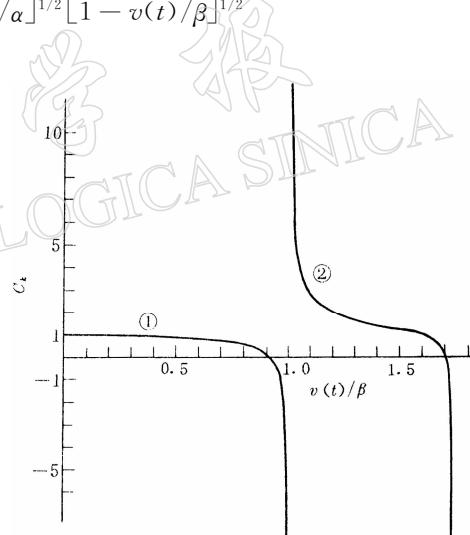


图 1 $C_k(v)$ 在全部定义区间的函数曲线.

① Kostrov(1975)给出的结果; ② 李世愚和陈运泰(1993)给出的结果

实质上是断层预破裂段落之间的动态相互作用过程。在经典模型里，我们以两条共线剪切裂纹的情形为例。假设在平面内剪切裂纹前缘动点 a 前方的一段距离外，存在一小裂纹 bc ，处于临界状态或亚临界扩展状态。 a 的扩展速度不超过 v_R ，扰动波前越过裂纹间隙 ab 到达 c 时，直接触发或加速 c 的扩展。 ab 的归并过程滞后于 c 的破裂起始， c 就成为以后的断层的新的前缘。我们称上述情形为隧道效应。普通意义上的隧道效应就是 Aki 和 Richards(1980)所说的障碍体模型，它在剪切破裂中普遍存在。这里采用“隧道效应”有其特殊用意，即用来描述破裂速度是如何通过这种方式跃过速度“禁区”的。

4 断层结构的分形和破裂速度的分形

断层的分形是指：观测系统描述的断层宏观结构，在把镜头放大之后会发现在更小的尺度上的图象是相似的。因此，断层的长度 L ，取决于观测系统的分辨率。换句话说，取决于用一把多长的尺子去量它。这个问题和非线性理论在最初提出的“英国海岸线到底有多长”的分形意义是一样的。断层的破裂速度 v ，实际上是断层的长度对时间的微分， $v = dL/dt$ 。显然， v 也是分形的。换句话说，目前精度意义上的观测系统所测量的断层破裂速度是表观速度，不是微裂纹的真正破裂速度。

5 跨 S 波速破裂起始的条件

我们已经引入了分形断层的概念，我们还假定：① 观测系统 1 的分辨率为长度 d_1 ；② 在我们圈定的范围 A 内，断层在任何层次的段落均处于临界状态；③ 在宏观的隧道效应发生之后的断层新段落内，分形断层的更小分割的间隙长度 $d_2 < d_1$ 。我们如果用放大的镜头对准圈定的范围，也就是引入了分辨率为长度 d_2 的观测系统 2，就会发现，隧道效应在尺度为 d_2 的层次上也在进行，但观测系统 1 的报告是没有观测到，因为所有在小于 d_1 的段落都能被到达的扰动所触发，观测系统 1 无法将破裂的起始和扰动的到达分开。在小于 d_1 的尺度上，断层滑动段的间距都测不出来，观测系统 1 只能把扰动所触发的破裂起始点的最前位置认定为破裂的前缘。此时，观测系统 1 观测到的破裂速度和扰动的传播速度相等。由分形的原理，观测系统 2 也只能发现有限次隧道效应，其间的破裂速度仍然等于观测系统 1 所看到的扰动波速度。另外，从式(1)~(3)还可以看出，裂纹端部的应力强度因子与扰动因子有关，扰动的传播慢度分布在 $1/\alpha \sim 1/\beta$ 之间，其最快速度为 α 。这一点还可以从均匀、各向同性、无限介质中点力格林函数解的近场项看出 (Aki, Richards, 1980)。因此，在处处临界的条件下，平面内剪切断层跨 S 波速破裂速度的最快解为 α ，这个解与 Andrews(1985)由数值方法得到的解相同。

前面所圈定的范围 A 是有限的，在超出 A 的区域内，尺度大于 d_1 上的断层间隙不满足处处为临界扩展的状态条件，观测系统在该段落只观测到扰动传播，观测不到破裂的新起始点，观测系统可以将破裂的起始点和扰动的触发点分开，表观破裂速度立即从跨 S 波速跳回低于瑞利波速度水平。这就表明，跨 S 波速破裂是不稳定解。如果孕震区的尺度足够大，则与 A 类似的区域可能不只有一个，观测系统会看到不只一段出现跨 S 波速破裂。

6 断层破裂速度的二重性

实验室显微观察表明，分形断层自相似结构的最小尺度不是无限小，这个最小尺度一

般在毫米级, 指岩石的结晶界面或微裂纹, 在孕震区“成核”区, 由于微裂隙的预破裂和演化, 自相似结构的最小尺度可能更大些. 按照目前地震观测系统的分辨率, 前面所说的破裂速度的表观性是在十米级以上的宏观尺度上讨论的, 比最小分割尺度至少大 4 个数量级, 它对最小分割尺度不适用. 这样, 就出现了断层破裂速度的二重性: 宏观的表观性和细观微裂纹的真实性.

导出表观速度的真正根源在于断层剪切破裂的数学模型本来就是复杂过程的一种表象. 多次实验, 包括 0.8 GPa 压力下的断裂力学实验(李红等, 1992)表明, Griffith 裂纹的脆性破裂仍然是拐折的张性破裂; 其它的实验(Nemat-Nassar, Horri, 1982; 李世愚等, 1998a)则表明, 受压岩石的剪切破裂则是大数量微裂纹相互作用的群体行为.

7 跨 S 波速破裂起始的定量解

由断层破裂速度的二重性假设, 就宏观来说, 破裂速度 v_2 可能是跨 S 波速的, 在断层最小分割尺度上, 微裂纹的破裂速度是 $v_1 < v_R$. 这种二重性体现在统一的应力强度因子判据之中, 就是

$$K_2(v_1, t) = K_2(v_2, t) \quad v_1 < v_R \quad \beta < v_2 < \alpha \quad (9)$$

由式(1)~(3), 即

$$(1 - v_1/\alpha)^{1/2} C_k(v_1) = (1 - v_2/\alpha)^{1/2} C_k(v_2) \quad v_1 < v_R \quad \beta < v_2 < \alpha \quad (10)$$

式中左边的 $C_k(v_1)$ 由式(8)表示, 右边的 $C_k(v_2)$ 由式(3)表示, 即

$$C_k(v_1) = S(-1/v_1) \frac{1 - v_1/v_R}{(1 - v_1/\alpha)^{1/2} (1 - v_1/\beta)^{1/2}} \quad v_1 < v_R$$

$$C_k(v_2) = 1 + \frac{1}{2\pi} \int_{1/\alpha}^{1/\beta} \frac{1}{s - 1/v_2} \{S(-s)\} \frac{1/v_R - s}{(s - 1/\alpha)^{1/2} (1/\beta - s)^{1/2}} ds \quad \beta < v_2 < \alpha$$

式(10)为一奇异积分方程, 它的物理意义是: 若 c 端的原破裂速度为 v_1 , 则经隧道效应后激发的跨 S 波速破裂的起始速度可能为 v_2 , 式(10)就是求解跨 S 波速破裂起始问题的积分方程. 积分方程(10)的导出, 标志着起始困难已得到解决.

8 发散困难的解决

特别在 $v_1 = 0$ 的情形下, $C_k(0) = 1$, 记 $v_2 = v_m$, v_m 为跨 S 波速区间的下限, 从式(10)得到

$$(1 - v_m/\alpha)^{1/2} C_k(v_m) = 1 \quad \beta < v_m < \alpha \quad (11)$$

展开, 就是

$$(1 - v_m/\alpha)^{1/2} \left\{ 1 + \frac{1}{2\pi} \int_{1/\alpha}^{1/\beta} \frac{\{S(-s)\}}{s - 1/v_m} \cdot \frac{1/v_R - s}{(s - 1/\alpha)^{1/2} (1/\beta - s)^{1/2}} ds \right\} = 1 \quad (12)$$

用比例法解方程式(12), 并假定介质为泊松介质, 即 $\lambda = \mu$. 其中, λ 为拉梅常数, μ 为剪切模量, 得到 $v_m = 1.1053\beta$, 而不是 β . 注意, $C_k(v)$ 除在 v_R 处有一个零点外, 在跨 S 波速区间也有一个零点, 位于 $v = 1.70\beta$ 处, 即在 $1.70\beta < v < \alpha$ 部分, $C_k(v) < 0$, 区间 $1.70\beta < v < \alpha$ 成为 v 的第 2 个“禁区”. v 从 $v < 1.70\beta$ 跳到 $v = \alpha$ 需要经过第 2 个隧道效应. 因此, 断层跨 S 波速破裂的实际有效区间 $v \in (1.1053\beta, 1.70\beta)$ 和 $v = \alpha$, 在这些区间内 $C_k(v)$ 及 $K_2(t)$ 总是收敛的. 这样, 我们也解决了发散困难.

9 讨论

本研究提出的断层破裂速度的表观性,也许能给 Weertman(1969)的超音速破裂假说赋予实际的物理意义。如果断层的各个层次均处于临界状态,破裂的起始由外来扰动造成(例如核爆或普通爆炸),扰动波的方向和断层走向近乎垂直,则表观破裂速度就是超音速的。有人就用类似的观点来解释天文学中观测到的超光速运动现象。

由本研究我们得出推论:实现跨 S 波速破裂的必要条件之一为分形断层的各个层次的结构都处于临界状态,或亚临界扩展状态。上述推论和倪晓希用弹簧-滑块模型所做的模拟结论相同。这个推论表明,跨 S 波速破裂一般不能超出孕震临界区域范围。

本研究的讨论完全可以用于目前观测到的地震断层的破裂问题。其理由是:目前地震观测系统的分辨尺度为百米级,比分形断层的最小分割尺度至少大 5 个量级。

由分形断层剪切破裂速度的表观性,破裂速度的测量取决于观测系统的分辨率。对于同一次地震,不同观测系统的分辨率不同。这就是为什么对于同一个震例,不同作者给出的破裂速度往往不同(小山顺二,郑斯华,1991)的原因。

跨 S 波速破裂的起始和持续与能量的补给和损耗有关,它取决于孕震区的“成核”状态并决定破裂过程。这些状态和过程特征与未来地震震级的预测有关,值得进一步研究。

本文在完成过程中与 L. Knopoff 教授(IGPP, UCLA)、邓大量教授(USC),以及周云好先生进行过有益的讨论,谨致谢忱。

参 考 文 献

- 李红,李世愚,许征宇,等. 1992. 高围压下岩石材料的断裂力学实验. 地震学报, **14**(1): 124~127
- 李世愚. 1991. 平面内剪切断层的自然扩展: [学位论文]. 北京:中国地震局地球物理研究所
- 李世愚,陈运泰. 1993. 平面内剪切断层的超 S 波速破裂. 地震学报, **15**(1): 9~14
- 李世愚,滕春凯,卢振业,等. 1998a. 裂纹间动态相互作用的实验观测与理论分析——以共线剪切裂纹归并为例. 地球物理学报, **41**(1): 79~88
- 李世愚,滕春凯,刘绮亮,等. 1998b. 三维破裂及其在震源和断层研究中的应用. 地震地磁观测与研究, **19**(1): 11~25
- 小山顺二,郑斯华. 1991. 断层破裂传播速度与破坏性地震的烈度分布——浅源地震的断层不均匀性与短周期波动的多普勒效应. 地震学报, **13**(2): 190~201
- 郑天渝,姚振兴. 1993. 用近场记录研究唐山地震的震源过程. 地球物理学报, **36**(2): 174~184
- Aki K, Richards P G. 1980. *Quantitative Seismology, Theory and Methods*. San Francisco: Freeman W H and Company, 932
- Andrews D J. 1976. Rupture velocity of plane-strain shear cracks. *J Geophys Res*, **81**: 5 679~5 687
- Andrews D J. 1985. Dynamic plane-strain shear rupture with a slip-weakening friction law calculated by a boundary integral method. *Bull Seism Soc Amer*, **75**: 1~21
- Ben-Menahem A, Toksöz N. 1963. Source-mechanism from spectra of long-period seismic surface waves, 3. The Alaska earthquake of July 10, 1958. *Bull Seismol Soc Amer*, **53**: 905
- Burridge R. 1973. Admissible speeds for plane strain self similar shear cracks with friction but lacking cohesion. *Geophys J R astr Soc*, **35**: 439~455
- Das S, Aki K. 1977. A numerical study of two-dimensional spontaneous rupture propagation. *Geophys J R astr Soc*, **50**: 643~668

- Johnson T, Wu F T, Scholz C H. 1973. Source parameters for stick-slip and for earthquakes. *Science*, **179**(19): 278~280
- Kanamori H. 1970. Synthesis of long-period surface waves and its application to earthquake source studies-Kurile Island earthquake of October 13, 1963. *J Geophys Res*, **75**(26): 5 011~5 027
- Kostrov B V. 1975. On the crack propagation with variable velocity. *Int J Frac*, **11**(1): 47~56
- Lund F. 1998. Sound and fracture. *Science*, **279**(13): 1 652~1 653
- Nemat-Nassar S, Horri H. 1982. Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation, and rockburst. *J Geophys Res*, **87**(B8): 6 805~6 821
- Ohnaka M, Kuwahara Y, Yamamoto K, et al. 1986. Dynamic breakdown process and the generating mechanism for high-frequency elastic radiation during stick-slip instabilities. In: Das S et al eds. *Earthquake Source Mechanics*. Washington D C: Am Geophysical Union, M Ewing(ed in chief) Geophy Mongr, **6**(37): 13~24
- Trifunac M D. 1972. Stress estimates for the San Fernando, California, earthquake of February 9, 1971: Main event and thirteen aftershocks. *Bull Seismol Soc Amer*, **62**: 721.
- Weertman J. 1969. Dislocation motion on an interface with friction that is dependent on sliding velocity. *J Geophys Res*, **74**(27): 6 617~6 622
- Wyss M, Hanks T C. 1972. The source parameters of the San Fernando earthquake inferred from teleseismic body waves. *Bull Seismol Soc Amer*, **62**: 591