第15卷 第4期 地 震 学 报 Vol. 15. No. 4
1993年11月（477—483） ACTA SEISMOLOGICA SINICA Nov. ,1993

# 断层地震危险性分析的双限随机应力水平模型*

王时标 白广忱 王光远

（中国哈尔滨 150006 哈尔滨建筑工程学院）

**摘　　要**

本文的基本思想是：地震应力积累到一定程度，断层面就会发生"粘滑"."粘滑"发生前和发生后的地震应力均是随机变量.根据这种思想，本文提出了双限随机应力水平模型，并用此模型分析了鲜水河断裂带未来30年内的地震危险性，所得结果与四川省地震局预测的结果类似.

**关键词**　粘滑；断裂带；双限随机应力水平模型；应力降

## 1 前　　言

自从美国地震学家 Reid 于1910年发表了著名的弹性回跳学说以后，已产生了许多关于地震成因的学说，包括：岩浆冲动学说（石本巳四雄，1932），相变学说（Evison，1963），热机理论（松泽武雄，1953），流体孔隙压力学说（Hubbert *et al.*，1959），粘滑学说（Brace *et al.*，1966）. 60年代后期，板块构造学说的诞生，使 Wegener（1915）的大陆漂移学说得以复活，引起了地球科学的巨大革命. 在上述背景下，地震危险性分析的一条合理思路就应该是：把地质资料、地震历史记录资料结合起来，并在一定程度上考虑地震发生的力学机制，以提高分析的科学性. 并且，充分利用现有的工具学科，如：计算机科学、各种不确定性数学、系统工程等，从而给出概率意义下的地震危险性分析结果. 沿着这条思路，笔者在文献（王时标、王光远，1991）中做了初步尝试.

## 2 双限随机应力水平模型提出的背景

岛崎邦彦（Shimazaki，1977）在粘滑学说基础上，提出了地震危险性分析的极大应力水平模型（即时间可预报模型）和极小应力水平模型（即滑动可预报模型），如图1、图2所示. 在极大应力水平模型中，假定存在不变的地震应力积累上限，每次地震发生的时间均受上一次地震大小的支配，而与本次地震的大小无关. 某次地震震级越大，下次地震的到来时间越迟. 因此，地震的等待时间是可以预报的. 在极小应力水平模型中，假定存

* 1992年5月11日收到本文初稿，1992年12月4日决定采用.

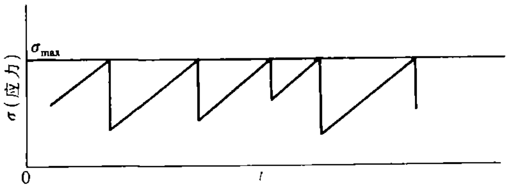


图1 极大应力水平模型

在不变的地震应力下滑下限. 地震的等待时间越长, 下次地震的应力降和震级也越大. 每次地震的"粘滑"时刻是随机的. 这两个模型均假定应力积累速率为常数.

由于这两种模型在一定程度上考虑了地震机制, 因此具有一定的合理性. 其局限性主要体现在:

(1) 假定存在不变的应力积累上限(或应力下滑下限)未免失之于片面和绝对化.

(2) 极小应力水平模型仅考虑了地震等待时间与下一次地震大小的相关性,而忽视了地震等待时间与上次地震大小的相关性. 极大应力水平模型仅考虑了地震等待时间与上一次地震强度大小的相关性,而忽视了与下一次地震大小的相关性. 另外, Kiremidijian 和 Shigeru Suzuki (1987) 和 Guagenti 等(1988)对 Shimazaki 的极大、极小应力水平模型也进行了进一步的研究,取得了一些重要成果. 王卓(1987)在其博士学位论文中,对具有时间记忆的地震危险性分析模型也进行了深入的探讨,取得了一些重要研究成果.

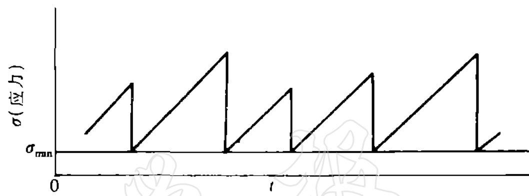


图2 极小应力水平模型

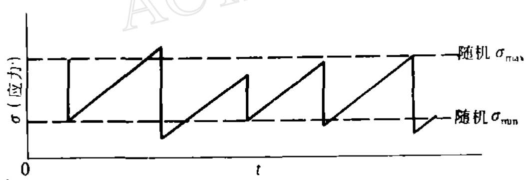


图3 双限随机应力水平模型

在上述成果基础上,为了更合理地模拟地震机制,本文提出双限随机应力水平模型,如图3所示. 假定地震应力积累上限 $\sigma_{max}$ 和滑动后的残余应力 $\sigma_{min}$ 均是随机变量. 于是,只是从概率意义上说,一次地震震级越大,到下一次地震的等待时间越长;同样,地震等待时间越长,下次地震震级越大. 这样, 就可以使地震等待时间与震级的相关性得到较充分的考虑,也避免了由于人为地假设存在不变的极限应力上限或下限的不合理性.

另外,近几年来,有些学者(Cormell and Winterstein, 1988) 利用半马尔可夫过程来模拟时间与震级的相关性. 当下列几个量已知时,该过程即能完全定义:

1) 初始条件(在时间原点 $t=0$ 时,初始状态 $i_0$ 和已经过的时间 $t_0$);

2) 占用时间的概率密度函数: $h_{ik}(x)dx = P_r$(地震发生间隔是 $x$/现时状态 $i$,下一个状态 $k$);

3) 转移概率矩阵 $P_{ik} = P_r$(下一个状态 $k$/现时状态 $i$).

这里,"状态"是由最近一次地震强度定义的,一次"转移"代表一次地震. 显然,时间-震级相互关系包含在 $h_{ik}(x)$ 中, $h_{ik}(x)$ 可由历史地震记录资料统计得到. 这种方法同样可从概率意义上反映出:一次地震震级越大,到下一次地震等待时间越长;地震等待时间越

长，下次地震震级越大. 因此，从时间域上考虑的半马尔可夫过程模型和从应力域上考虑的双限随机应力水平模型具有可比的关系，都是合理的.

## 3 双限随机应力水平模型

设应力积累速率为 $C$，对应于图 3 中的斜线的斜率，并认为地震应力积累上限 $\sigma_{\max}$、下滑下限 $\sigma_{\min}$ 均是随机变量. 把应力降向右侧投影，如图 4 所示. 图 4 中，$\sigma_{\max}^{(i)}$，$\sigma_{\min}^{(i)}$ 均为此二随机变量的实现.

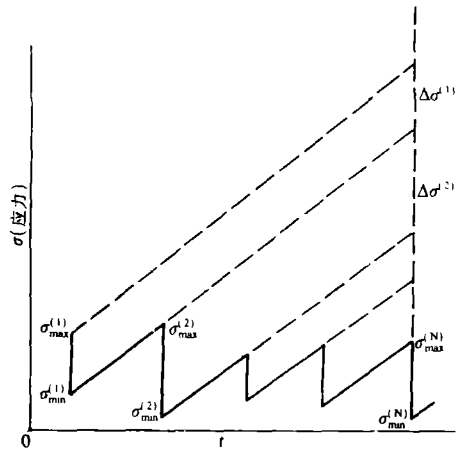


图 4 应力降投影示意图

设第 $i$ 次地震的时刻为 $t^{(i)}$，应力降为 $\Delta\sigma^{(i)}$，第 $i-1$ 次与第 $i$ 次地震间隔时间为 $\Delta t^{(i)}$，即

$$\Delta t^{(i)} = t^{(i)} - t^{(i-1)} \qquad (i = 2, \cdots, N) \tag{1}$$

由图 4 可见，$C$ 的两种估值为

$$C_1 = \sum_{i=1}^{N-1} \Delta\sigma^{(i)} / \sum_{i=2}^{N} \Delta t^{(i)} \tag{2}$$

$$C_2 = \sum_{i=2}^{N} \Delta\sigma^{(i)} / \sum_{i=2}^{N} \Delta t^{(i)} \tag{3}$$

可取其平均值作为应力积累速率 $C$ 的估计值

$$C \approx [\sum_{i=2}^{N-1} \Delta\sigma^{(i)} + 0.5(\Delta\sigma^{(1)} + \Delta\sigma^{(N)})]/(t^{(N)} - t^{(1)}) \tag{4}$$

只要知道了历史地震应力降资料，就可由(4)式求出 $C$ 的统计平均值. 由图 4 可推出

$$\sigma_{\max}^{(i)} - \sigma_{\max}^{(1)} = -\sum_{j=1}^{i-1} \Delta\sigma^{(j)} + \sum_{j=2}^{i} C\Delta t^{(j)} \tag{5}$$

$$\sigma_{\min}^{(i)} - \sigma_{\max}^{(1)} = -\sum_{j=1}^{i} \Delta\sigma^{(j)} + \sum_{j=2}^{i} C\Delta t^{(j)} \tag{6}$$

设

$$X^{(i)} = \sigma_{\max}^{(i)} - \sigma_{\max}^{(1)} \qquad (i = 1, 2, \cdots, N) \tag{7}$$

$$Y^{(i)} = \sigma_{\min}^{(i)} - \sigma_{\max}^{(1)} \qquad (i = 1, 2, \cdots, N) \tag{8}$$

则可由式(5)、(6)、(7)、(8)求得样本序列 $\{X^{(1)}, \cdots, X^{(N)}\}$ 和 $\{Y^{(1)}, \cdots, Y^{(N)}\}$.

对任意数 $x$，可求得统计概率

$$P(X \leqslant x) = N_{\max}(x)/N \tag{9}$$

其中，$N_{\max}(x)$ 是序列 $\{X^{(1)}, \cdots, X^{(N)}\}$ 中不大于 $x$ 的个数. 同理，对任意数 $y$，可得

$$P(Y \leqslant y) = N_{\min}(y)/N \tag{10}$$

其中，$N_{\min}(y)$ 是序列 $\{Y^{(1)}, \cdots, Y^{(N)}\}$ 中不大于 $y$ 的个数. 不妨设上、下峰值点序列均符合正态分布，$p_1(x)$，$p_2(y)$ 分别为(9)、(10)式的概率密度函数. 设

$$p_1(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_1}\exp\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) \tag{11}$$

$$p_2(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_2}\exp\left(-\frac{(y-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) \tag{12}$$

$$\mu_1=(\sum_{i=1}^{N}X_i)/N \tag{13}$$

$$\sigma_1^2=\sum_{i=1}^{N}(X_i-\mu_1)^2/N \tag{14}$$

$$\mu_2=(\sum_{i=1}^{N}Y_i)/N \tag{15}$$

$$\sigma_2^2=\sum_{i=1}^{N}(Y_i-\mu_2)^2/N \tag{16}$$

下面求第 $N$ 次地震后 $T$ 年内发生 $M^*$ 级以上地震的概率，即求 $P(M\geqslant M^*|t^{(N)}<t<t^{(N)}+T)$. 设与 $M^*$ 对应的应力降为 $\Delta\sigma^*$，即求 $P(\Delta\sigma\geqslant\Delta\sigma^*|t^{(N)}<t<t^{(N)}+T)$. 不妨设 $\sigma_{\max}^{(1)}=0$.

把区间 $[t^{(N)},t^{(N)}+T]$ 离散化为 $n$ 个时刻为 $t_1,\cdots,t_k,\cdots,t_n$. 这里，$k=1,\cdots,n$.

$$t_k=t^{(N)}+(k-1)T/n=t^{(N)}+(k-1)\Delta t \tag{17}$$

设应力状态空间为 $(-\infty,+\infty)$. 把 $(-\infty,+\infty)$ 离散化为 $\{\cdots,x_{-1},\cdots,x_0,x_1,\cdots\}$，并满足

$$\Delta x=x_{i+1}-x_i=C\Delta t\qquad(i=\cdots,0,1,\cdots) \tag{18}$$

设 $x_0=0$. 本文采用下述符号规定：

$P_1(x_i|t_k)$——$t_k$ 时刻断层处于 $x_i$ 剪应力状态的概率. $i$ 为任意整数，$k=1,\cdots,n$.

$P_2(A|x_i)$——断层处于 $x_i$ 状态下发生“粘滑”地震的概率. 这里，$A$ 表示“粘滑”事件.

$P_3(\Delta\sigma\geqslant\Delta\sigma^*|x_i)$. 当断层在 $x_i$ 状态下发生“粘滑”时，其剪应力降不小于 $\Delta\sigma^*$ 的概率. 则

$$P(\Delta\sigma\geqslant\Delta\sigma^*|t^{(N)}<t<t^{(N)}+T)$$
$$=\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=-\infty}^{+\infty}P_1(x_i|t_k)\,P_2(A|x_i)\,P_3(\Delta\sigma\geqslant\Delta\sigma^*|x_i) \tag{19}$$

设

$$S_k=C(t_k-t^{(N)})+\sigma_{\min}^{(N)} \tag{20}$$

$$\Delta S_k=S_{k+1}-S_k=C(t_{k+1}-t_k)=C\Delta t=\Delta x \tag{21}$$

则

$$(19)\text{式}\geqslant\sum_{k=1}^{N}P_1(S_k|t_k)\,P_2(A|S_k)\,P_3(\Delta\sigma\geqslant\Delta\sigma^*|S_k) \tag{22}$$

(1) 求 $P_1(S_k|t_k)$

如果 $t^{(N)}$ 至 $t_k$ 期间未发生过地震，则在 $t_k$ 时刻，断层剪应力状态应为 $S_k$，因此

$$P_1(S_k|t_k)=1-\int_{\sigma_{\min}^{(N)}}^{S_k}p_1(x)\,dx\Big/\int_{\sigma_{\min}^{(N)}}^{+\infty}p_1(x)dx \tag{23}$$

(2) 求 $P_2(A|S_k)$

$$P_2(A|S_k) = p_1(S_k)\Delta x \Big/ \int_{S_k}^{+\infty} p_1(x)\,\mathrm{d}x \tag{24}$$

(3) 求 $P_3(\Delta\sigma \geqslant \Delta\sigma^* | S_k)$

$$P_3(\Delta\sigma \geqslant \Delta\sigma^* | S_k) = \int_{-\infty}^{S_k - \Delta\sigma^*} p_2(y)\,\mathrm{d}y \Big/ \int_{-\infty}^{S_k} p_2(y)\,\mathrm{d}y \tag{25}$$

把(21)、(23)、(24)、(25)代入(22)式，并把论域连续化，化简得

$$P(M \geqslant M^* | t^{(N)} < t < t^{(N)} + T) \geqslant \frac{1}{\int_{\sigma_{\min}^{(N)}}^{+\infty} p_1(y)\,\mathrm{d}y} \int_{\sigma_{\min}^{(N)}}^{\sigma_{\min}^{(N)} + CT} p_1(x) \frac{\int_{-\infty}^{x-\Delta\sigma^*} p_2(y)\,\mathrm{d}y}{\int_{-\infty}^{x} p_2(y)\,\mathrm{d}y}\,\mathrm{d}x \tag{26}$$

下面来研究另一个问题. 设现在时刻为 $t^*$，离现在最近的一次地震发生的时间为 $t^{(N)}$，下面求今后 $T$ 年内发生 $M^*$ 级以上地震的概率，即求 $P(M \geqslant M^* | t^* < t < t^* + T)$

其实，这个问题可以归并为上个问题，即在 $t = t^*$ 时，发生了一次应力降 $\Delta\sigma^{(N+1)} = 0$ 的地震即可，这和没有发生地震是一样的。

## 4　鲜水河断裂带地震危险性分析

鲜水河断裂带位于青藏地块东北边缘，总体走向为北西向，经甘孜、炉霍、道孚、乾宁、康定等段，受近东西向的水平主压应力控制，是一条左旋剪切破裂带. 图 5 是鲜水河断裂带 6.5 级以上地震震中分布图.

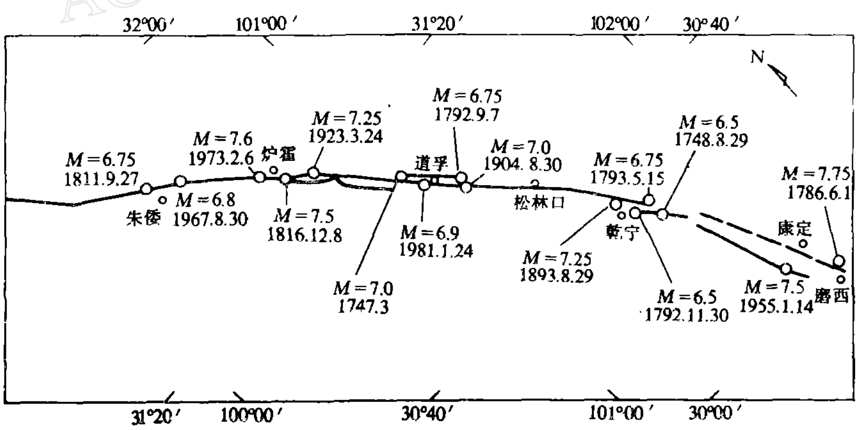


图 5　鲜水河断裂带 6.5 级以上地震震中分布图

一般认为，应力降 $\Delta\sigma$ 与断层错距 $\overline{D}$ 成正比. 不防设

$$\Delta\sigma = \alpha\overline{D} \tag{27}$$

式中，$\alpha$ 为常数. 根据四川省地震局研究报告，得出鲜水河断裂带如下统计公式：

$$\lg(\overline{D}L) = 1.0177\,M_S - 2.4531 \tag{28}$$

$$\lg(L) = 0.543\,M_S - 2.191 \tag{29}$$

式中，$\overline{D}$ 的单位是毫米，$L$ 的单位是公里，$L$ 是地震时破裂长度，$M_S$ 是面波震级. 由(29)减(28)式得

$$\lg\Delta\sigma = 0.4747\ M_S - 0.2621 + \lg\alpha \tag{30}$$

不防取 $\alpha=1$. 因为不难证明，$\alpha$ 为任何不为 0 的正数时，所预测的地震复发概率结果是不变的. 因此，不妨用(31)式计算历史上鲜水河断裂带的任何一次地震的应力降. 利用上一节的方法，算得鲜水河断裂带未来 30 年内各段地震危险性如表 1 所示.

$$\lg\Delta\sigma = 0.4747\ M_S - 0.2621 \tag{31}$$

**表 1 鲜水河断裂带未来 30 年内各段发生不小于 $M^*$ 级地震的下概率**

| $M^*$ | 6.0 | 6.5 | 7.0 |
|---|---|---|---|
| 炉霍段 | 0.0994 | 0.0546 | 0.0098 |
| 道孚段 | 0.1422 | 0.0260 | 0.0001 |
| 乾宁段 | 0.8779 | 0.8130 | 0.6252 |
| 朱倭段 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 |

从表 1 知，乾宁段很有可能在未来 30 年内发生强震，其次是道孚段和炉霍段，发生强震的概率不可忽视. 而朱倭段未来 30 年内发生 6 级以上地震的概率很小，相对来说是比较“安全”的地段. 另外，由于康定段地质构造情况复杂，故没有把康定段统计结果列于表 1 中. 但通过形式上运用本文方法，可估算出康定段近 30 年内发生 6 级以上地震的下概率为 36%左右，发生 7 级以上地震的下概率为 22%左右. 因而，康定段有可能是仅次于乾宁段的强震危险区.

上述结果与四川省地震局(1985) 的预测结果基本相同. 这从侧面说明了本文方法的合理性.

## 5 结 语

关于震级与应力降的关系公式，可参考地震工作手册 (时振梁、张少泉，1990). 现在已经有人发现，有的断层强震活动具有准周期性甚至周期性，断层地震的活动以一定级别的强震活动为特征. 特征地震的特点是：大地震原地复发；强震复发具有周期性或准周期性；区域地震不符合古登堡震级频度关系. 这时，用传统的泊松模型等方法难以得出合理的结论. 从物理意义上看，用单滑块“粘滑”实验模型模拟这类地震发生机制是有道理的，因此，适于采用双限随机应力水平模型.

钱洪等(1990) 的研究认为，鲜水河断裂带具有特征地震背景. 因此，它就更适合采用本文模型.

## 参 考 文 献

钱洪、罗灼礼、闻学泽，1990. 鲜水河断裂带上特征地震的初步研究. 地震学报，**12**，22—29.

时振梁、张少泉，1990. 地震工作手册，237—239. 地震出版社，北京.

四川省地震局(编). 1985. 鲜水河断裂带学术讨论会文集，1—248，地震出版社，北京.

王阜，1987. 地震发生的概率模型及其在地震危险性分析中的应用. 国家地震局工程力学研究所博士学位论文，24—34. 哈尔滨.

王时标、王光远，1991. 断层地震危险性分析初探. 黑龙江省力学学会论文集，85—87，哈尔滨工业大学出版社，哈尔滨.

Cornell, C. A. and Winterstein, S. R., 1988. Temporal and magnitude dependence in earthquake recurrence models. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **78**, 4, 1522—1539.

Guagenti, E. G., Molina, C. and Mulas, G., 1988. Seismic risk analysis with predictable models. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **16**, 343—359.

Kiremidijian, A. S. and Shigeru Suzuki, 1987. A stochastic model for site ground motions from temporally dependent earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **77**, 4, 1110—1126.

Shimazaki, K., 1977. A model of earthquake recurrence and its application to crustal movement in Tokai district. *Earthquake Prediction*, 32—40. Geographical Survey Institute, Tokyo (in Japanese).