

# 用矩方法得到的 $b$ 值谱和 $\eta$ 值<sup>\*</sup>

大内 徹

(日本神户 657 神户大学理学部地球科学系)

**摘要** 研究人员普遍认为地震大小的分布服从古登堡-里克特(G-R)定律. 我们根据矩方法引入  $b$  值谱的概念, 用于研究实际震级分布对该定律的偏差. 这使我们能描述地震的震级频次分布的特征. 用这种方法分析表明, 实际的地震大小分布有较大变化, 有时明显地偏离通常假定的 G-R 公式.

**主题词**  $b$  值谱 矩方法  $\eta$  值

## 引言

地震大小分布用古登堡-里克特(G-R)定律描述

$$\lg n = a - bM \quad (1)$$

这里,  $n$  是震级在  $M$  到  $M + \Delta M$  之间的地震数目. 既然存在  $M \propto \lg E$  这种经验关系, 那么该公式也表明能量( $E$ )分布为幂次分布.  $a$  和  $b$  是参量, 且  $b$  值代表地震分布的一个重要特征. 然而, 最近的研究表明, 实际的震级频次分布(magnitude frequency distributions, 以下简称 MFDs)并不总是服从该定律, 有时它们显著偏离该定律, 并提出过一些修正公式(Utsu, 1978; Bender, 1983; Seino *et al.*, 1989). 然而, 尽管它们或许较好地适合某些数据, 但是在统计上并不期望是复杂的模型. 而且, 实际的 MFDs 对 G-R 定律的偏离已有人研究(Utsu, 1978; Okuda *et al.*, 1991). Utsu(1978)提出,  $\eta$  值用于描述 MFDs 偏离 G-R 公式的程度. 然而, 该值的物理含义仍未被很好理解.

本文中, 我们通过矩方法引入  $b$  值谱方法(Utsu, 1965), 用于描述地震的 MFDs 特征. 这能使我们详细且定量地分析地震的 MFDs. 并且, 讨论了  $b$  值谱和  $\eta$  值的关系.

## 1 用矩方法估计 $b$ 值

采用矩方法估计  $b$  值(Utsu, 1965)是如下的过程: 假定所观测到的震级以递减的次序排列为  $M_1, M_2, \dots, M_N$ . 这里,  $N$  是地震个数. 如果 MFDs 服从 G-R 关系, 对  $\gamma$  阶矩, 我们得到下列近似关系:

$$\sum_{i=1}^N (M_i - M_0)^\gamma \approx \frac{N\Gamma(\gamma+1)}{(b\ln 10)^\gamma} \quad (2)$$

这里, 积分被求和所代替.  $M_0$  为参加统计的地震的震级下限. Utsu(1965)仅处理了  $\gamma=1$  的情况, 并得到

<sup>\*</sup> 1996-08-28 收到初稿, 1997-03-24 收到修改稿并决定采用.

$$b = \frac{N \ln 10}{\sum_{i=1}^N (M_i - M_0)} \tag{3}$$

这种估计等效于最大似然方法(Aki, 1965). 对一般的  $\gamma$ , 我们得到

$$b_\gamma = \frac{\Gamma(\gamma + 1)^{1/\gamma}}{\ln 10 J_\gamma^{1/\gamma}}$$

和

$$J_\gamma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (M_i - M_0)^\gamma \tag{4}$$

对于  $\gamma$ , 我们既可以把它看成分数, 也可以看成整数.

如果数据是完整的并且地震的 MFDs 严格服从 G-R 定律, 那么我们就能够得到与  $\gamma$  无关的同样的  $b$  值. 然而, 这些要求在实际情况下并不总是满足. 另外, 尽管通常情况下  $\gamma$  值为 1, 但是我们并不限定它一定为 1. 这样, 我们能够研究  $b$  值的估计对  $\gamma$  的依赖, 并能给我们提供关于地震 MFDs 特征的有价值的信息.

2  $\eta$  值和  $b$  值谱

Utsu(1978)提出了如下的计算公式:

$$\eta = \frac{\langle X^2 \rangle}{\langle X \rangle^2} \tag{5}$$

式中,  $X = M - M_0$ , “ $\langle \rangle$ ”表示取平均值. 该  $\eta$  值代表 MFDs 偏离 G-R 定律的程度. 在通常的情况下,  $1 < \eta < \infty$ . 当 MFDs 严格遵守 G-R 公式(1)时, 由于  $\langle X^2 \rangle = 2 \langle X \rangle^2$ , 所以  $\eta = 2$ . 当在  $\lg \eta$  与  $M$  图上 MFDs 是上凸形状时, 该参量变成  $\eta < 2$ ; 但当 MFDs 显示相反形状时,  $\eta > 2$ . Utsu(1988)发现, 对于大多数的天然地震,  $\eta < 2$ , 并且, 一般来说前震的  $\eta$  值比余震的小. 根据式(4)和(5), 可以得到  $\eta$  值与  $b$  值谱有下列关系:

$$\eta = \frac{J_1}{J_2^2} = 2 \left( \frac{b_1}{b_2} \right)^2 \tag{6}$$

该关系表明  $\eta$  值是  $b$  值谱的一种简单的描述指数.

3 地震的 MFDs 分析

我们将本方法应用到模拟数据中, 以考察  $b$  值谱的实际情况. 图 1a 和图 1b 分别是模

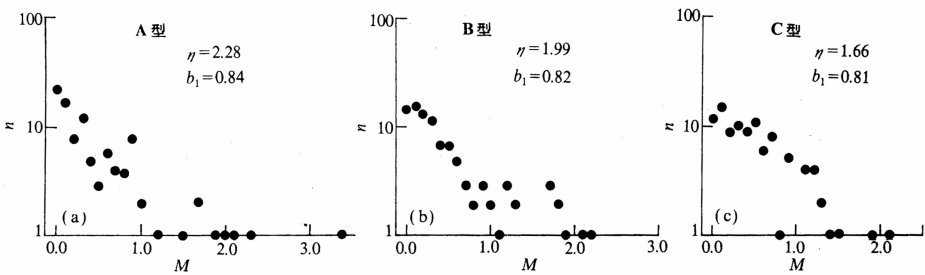


图 1 人工产生的地震数据( $N=100$ )的三种类型的 MFDs 的例子(A, B 和 C)

拟地震的 MFDs 和它们的  $b$  值谱. 这些 MFDs 显示了 A, B 和 C 三种类型的例子, 但有同样的  $b$  值. A, B, C 在半对数图上, 分别代表 MFDs 的下凹、上凸和线性形态. 这些特征和差别可用  $b$  值谱很好地描述. 计算所得的  $\eta$  值分别是 2.28, 1.99 和 1.66. 因此, 这些 MFDs 特征也可用  $\eta$  值来很好地描述.

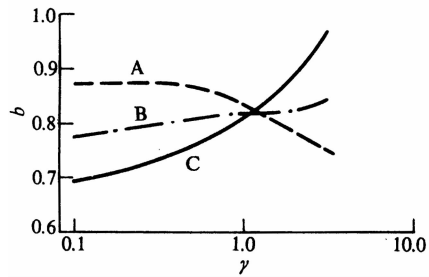


图 2 由图 1 显示的三种类型地震 MFDs(A, B 和 C)的  $b$  值谱

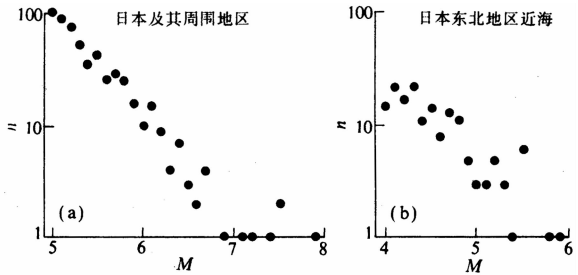


图 3 (a)日本及其周围地区地震的 MFDs (Utsu, 1977); (b) 日本东北地区近海地震的 MFDs(Utsu, 1978)

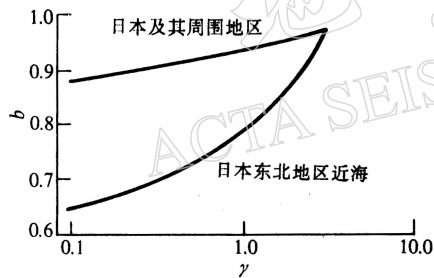


图 4 与图 3(a)和图 3(b)所显示的地震 MFDs 相对应的  $b$  值谱

图 4 给出了实际的日本地震(图 3a 和 3b)的  $b$  值谱的例子. 第 1 个例子是整个日本及其周围区域的地震(图 3a). 第 2 个例子是日本东北部宫城县近海的地震(图 3b). 前者地震有足够数量的数据, 它们的 MFDs 对 G-R 定律或幂次定律拟合得相当好,  $b$  值的变化也相当小(图 4). 后一种情况下, MFDs 偏离 G-R 定律相当大, 特别是在大的地震事件上, 即 MFDs 呈现上凸形状. 因此, 它的  $b$  值谱显示向上弯曲的曲线形态. 在这两种情况下,  $\eta$  值分别为 1.58 和 1.90. 这些值相当好地反映了它们的

MFDs 特征.

4 讨论

地震的 MFDs 可以反映地震活动的特征. 因此, 包含有关于地壳物理状态有价值的信息. 由于地质条件随地点和时间发生变化, 因此, 很自然地期望 MFDs 也能显示出在空间和时间上变化, 而且, 它们在大地震之前或许能显示出某些前兆异常. 因此, 从地震的 MFDs 分析中提取这样的信息是重要的. 的确, 在这方面已经做了大量研究. 然而, 由于以前的分析并不充分, 这些结果并不总是可信的. 如果数据在质量和数量上是完整的, 并且 MFDs 的确精确地服从 G-R 定律, 那么, 通常的分析将产生包含在地震 MFDs 中的重要信息. 事实上, 由于这些要求并不总是得到满足, 所以实际情况并不完全是这样.

这个问题也引起了  $b$  值估计对方法的依赖性问题. 一般情况下,  $b$  值是用最大似然法和最小二乘法来估计的, 有时结果差别相当大. 因此, 需要某种新的方法更有效地分析地震的 MFDs. 这就是我们为什么引入  $b$  值谱这个概念的原因.

通过  $b$  值谱, 我们能给出地震的 MFDs 以及它对 G-R 关系的偏离的特征. 这使我们能对地震的 MFDs 进行详细而定量地分析, 也即实际的分布怎样和在多大程度上偏离了 G-R 定律, 而且, 既然  $\eta$  值和地震的 MFDs 之间有一种简单的关系, 它的含义也就变得更加清楚了.

简单来说, 如果 MFDs 具有向上凸的形状, 那么  $b$  值谱显示向上弯曲的形态, 且  $\eta < 2$ ; 相反, 如果 MFDs 具有向下凹的形状, 那么  $b$  值谱显示向下弯曲的形态, 且  $\eta > 2$ . MFDs 偏离 G-R 定律的程度是由该谱线斜率表示. 同时,  $\eta$  值是一种可以简单地较好地描述地震 MFDs 特征的量.

## 5 结论

我们根据矩方法引入了  $b$  值谱的概念, 使我们能更有效地分析地震的 MFDs, 研究 MFDs 对 G-R 定律和分形结构的偏离. 在  $b$  值谱和  $\eta$  值之间发现了一种简单的关系. 对这种  $b$  值谱的分析表明, 地震的实际 MFDs 有较大的变化, 并且在某些情况下, 明显地偏离一般所假定的 G-R 定律或分形结构. 这表明, 像 G-R 定律这样的一种简单分形定律, 并不足以描述地震的实际 MFDs 特征. 这种想法将适用于在各种自然现象中出现的分形结构的更普通的分析中.

## 参 考 文 献

- Aki K, 1965. Maximum likelihood estimate of  $b$  in the formula  $\lg N = a - bM$  and confidence limits. *Bull Earthq Res Inst Tokyo Univ*, **43**: 237~239
- Bender B, 1983. Maximum likelihood estimation of  $b$  values for magnitude group data. *Bull Seism Soc Amer*, **73**: 837~951
- Okuda S, Ouchi T, Terashima T, 1991. Deviation of magnitude-frequency distribution of earthquake from the Gutenberg-Richter law — Detection of precursory anomaly prior to large earthquake. *Phys Earth Planert Intir*, **73**: 229~238
- Seino M, Fukui K, Churei M, 1989. Magnitude vs. frequency distributions of earthquakes with upper magnitude. *Zisin* **2**, **42**: 73~80 (in Japanese)
- Tsuboi C, 1952. Magnitude-frequency relation for earthquakes in and around Japan. *J Phys Earth*, **1**: 47~54
- Utsu T, 1965. A method for determining the value of  $b$  in a formula  $\lg n = a - bM$  showing the magnitude-frequency relation for earthquakes. *Geophys Bull Hokkaido Univ*, **13**: 99~103 (in Japanese)
- Utsu T, 1977. *Seismology*. Tokyo: Kyoritu Press. 286 (in Japanese)
- Utsu T, 1978. Estimation of parameter in formulae for frequency-magnitude relation of earthquake occurrence. *Zisin* **2**, **31**: 367~382 (in Japanese)
- Utsu T, 1988.  $\eta$  value for magnitude distribution and earthquake prediction. *Report of the Coordinating Committee for Earthquake Prediction*, **39**: 380~386 (in Japanese)