

地震辐射能对环境应力场的依赖性*

陈培善

(中国北京 100081 国家地震局地球物理研究所)

S. J. Duda

(德国汉堡 13, D-2000 汉堡大学地球物理研究所)

摘要

用圆盘形位错模式,并认为位错是裂纹尖端的塑性位移,而不是整个断面上的弹性位移,在时间域内计算了地震破裂释放的地震波总能量 E . 结果表明能量正比于地震矩 M_0 和区域应力场 τ_0 的平方,并随破裂速度 v_r 的增加而增加,即 $E \propto M_0 \tau_0^2 f(v_r)$. f 是 v_r 的增函数.

在频率域内,用我们导出的地震定标律公式对震源速度谱的平方进行积分,也同样得到了 $E \propto M_0 \tau_0^2$ 的结果. 如果 $\tau_0 = 10 \text{ MPa}$, 则 $E = 4.79 M_0$, 这个结果与 Vassiliou 和 Kanamori 的结果一致. 还计算了地震辐射效率 $\eta = 5.26\%$. 从地震波能量的分配上看,大部分能量在第一拐角频率 f_{c1} 和第三拐角频率 f_{c3} 之间,占 92.3%. 频率 $f < f_{c1}$ 的能量占 3.85%, $f > f_{c3}$ 的能量占 3.85%. 对于矩震级 $M_w = 6.0$ 的地震, $f_{c3} \approx 8 \text{ Hz}$, 所以这些地震的绝大部分能量的频率范围都 < 2 Hz. 这个现象已被 Vassiliou 和 Kanamori 所证实. 上述结果表明, 地震释放的能量对区域应力场有强烈的依赖性.

关键词 地震辐射能; 环境应力场; 地震定标律; 震源频谱

1. 引言

60年代位错理论的建立,提供了计算地震辐射能量的理论基础. 但能量值的计算则依赖于震源模式. Haskell(1964)假定震源时间函数是斜坡函数,对地震辐射能进行了计算,这可看成是计算地震辐射能的里程碑. Vassiliou 和 Kanamori (1982)进一步讨论了地震过程中的能量辐射. 他们引用了一个简单的梯形远场时间位移函数得到了地震波能量 E 正比于 $[1/X(1-X)^2]M_0^2/T_0^3$, M_0 是地震矩, X 是上升时间与总破裂时间 T_0 之比.

随着时间的推移,震源模式不断改进. 本文中,我们企图利用断裂力学地震破裂模式估计地震辐射能,并且找到辐射能与区域应力场和破裂速度的关系.

* 国家地震局地球物理研究所论著 93A0028.
1991年12月29日收到本文初稿,1992年5月27日决定采用.

2. 在时间域中计算地震辐射能

断裂力学对物体的破裂有新的看法, 它被认为是物体中的裂纹由稳态扩展发展到非稳态扩展, 从而产生了突然破裂。地震的发生与这种现象十分相似。它与通常的弹性力学的主要差别之一是对裂纹尖端行为的描述。断裂力学关于在裂纹尖端的塑性区中的位移公式表明, 在裂纹尖端的塑性位移正比于裂纹长度和应力场 τ_0 的平方(Knott, 1973)。我们把这一结果应用于地震破裂过程中位错量的计算。

我们考虑一个圆盘形二维破裂模式, 因为它更接近实际情况。如图 1 所示。

由位错理论, 我们得到远场位移表达式

$$\begin{cases} u_r(t) = \frac{1}{4\pi\beta r} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^3 R_r I_a(t) \\ u_\theta(t) = \frac{1}{4\pi\beta r} R_\theta I_\beta(t) \\ u_\varphi(t) = \frac{1}{4\pi\beta r} R_\varphi I_\beta(t) \end{cases} \quad (1)$$

$u_r(t), u_\theta(t), u_\varphi(t)$ 是在球坐标系中的 3 个位移分量; α, β 分别为 P, S 波速度; r 是震源距; R_r, R_θ 和 R_φ 是 3 个辐射图形因子; $I_a(t)$ 和 $I_\beta(t)$ 是在破裂面上的积分

$$I_a(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^a D(\xi, t - (\tau'/\alpha)) \xi d\xi d\psi \quad (2)$$

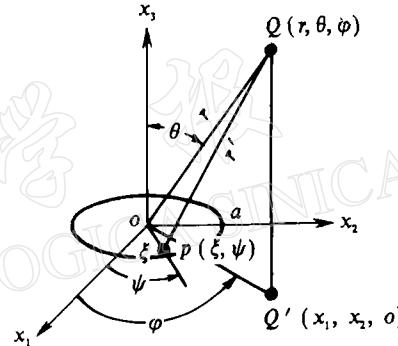


图 1 圆盘形剪切破裂模式

$D(\xi, t)$ 是位错速度在断层面上的分布函数, a 是圆破裂半径。

我们假定破裂是从圆盘中心开始, 然后以破裂速度 v_r 沿径向传播。基于在断裂力学中的破裂传播模型, 我们假定圆周位错等于 $k\xi$ (陈培善等, 1977; 1978; 陈培善, 1981)

$$k_1 = \frac{4(1-\nu)\tau_0^2}{(2-\nu)\pi\mu\tau_y} \quad (3)$$

$$D(\xi, t) = k_1 \xi G(t - \xi/v_r) \quad (4)$$

ν 是 Poisson 比, μ 是刚性模量, τ_0 是环境剪应力或区域剪应力场, τ_y 是剪切屈服强度, $G(t)$ 是震源时间函数。根据(1)式, P 波的远场脉冲波形由 $I_a(t)$ 决定, 而 $I_a(t)$ 是 $f_a(t)$ 和 $G(t)$ 的折积(见(5)式)。我们假定, 震源时间函数是一个斜坡函数, 上升时间为 t_r 。因为 t_r 很小, 小于震源脉冲宽度 t_{2a} , $t_r/t_{2a} \approx 0.024$ (陈培善等, 1978), $f_a(t)$ 和 $G(t)$ 的折积就近似等于 $f_a(t)$ 和一个 $\delta(t)$ 函数的折积, 而 $\delta(t) * f_a(t) = f_a(t)$ 。 $f_a(t)$ 和 $G(t)$ 折积后的函数仅使 $f_a(t)$ 的宽度由 t_{2a} 变成 $t_{2a} + t_r$, 形状变化不大。所以, $I_a(t)$ 的形状和高度几乎完全由 $f_a(t)$ 所决定, 我们取 $I_a(t) = f_a(t)$ 。对于 $I_\beta(t)$ 也类似, 仅用 β 替代 α 即可。 $f_\beta(t)$ 的形状也类似于 $f_a(t)$ 。把(4)式代入(2)式, 经过复杂的推导, 可得到

$$\left\{ \begin{array}{l} I_a(t) = G(t - (\tau/\alpha)) * f_a(t) \approx f_a(t) \\ f_a(t) = k_1 a^2 f(t/a) = k_1 a^2 f(\tau) \\ f(\tau) = [H(\tau) - H(\tau - t_1)] \pi R_2 / 2 + [H(\tau - t_1) - H(\tau - t_2)] \\ \cdot [R_1 + R_2 \arctan \sqrt{\frac{t_1(-\tau+t_2)}{t_2(\tau-t_1)}}] \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = (\frac{-1}{2t_1t_2} - \frac{3\tau(t_1+t_2)}{4(t_1t_2)^2}) \sqrt{(\tau-t_1)(-\tau+t_2)} \\ R_2 = \tau^2 \frac{2}{\sqrt{t_1t_2}} \frac{3(t_1+t_2)^2 - 4t_1t_2}{8(t_1t_2)^2} \\ t_1 = \frac{1}{v_r} - \frac{\sin\theta}{\alpha} \\ t_2 = \frac{1}{v_r} + \frac{\sin\theta}{\alpha} \end{array} \right. \quad (6)$$

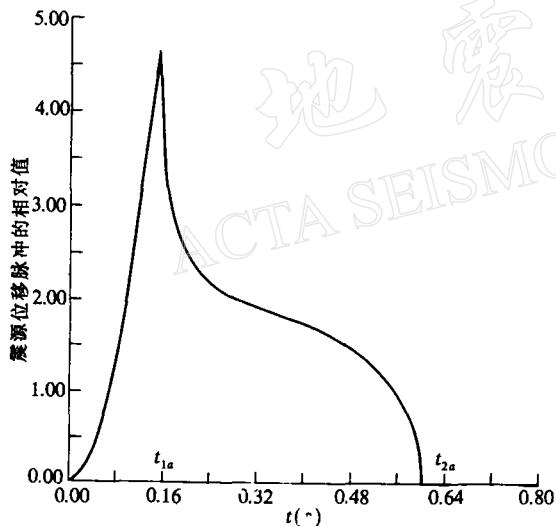


图 2 由有限传播破裂产生的脉冲波形

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = t/a \\ t_{1a} = t_1 \times a \\ t_{2a} = t_2 \times a \end{array} \right. \quad (7)$$

$H(t)$ 是阶梯函数. $f(\tau)$ 是震源脉冲的基本波形, 形状如图 2 所示. 当 $0 < \tau < t_1$ 时, $f(\tau) \propto \tau^2$, 上升达到极大值; t_1 以后, $f(\tau)$ 减小; 当 $\tau = t_2$ 时, $f(\tau)$ 下降到零, 脉冲的宽度为 t_{2a} . $f(\tau)$ 随方位有些变化, 但是并不很大. 对于不同尺度的地震, 即不同的破裂半径, 脉冲宽度正比于 a , t_{2a} 在震源球上的平均值为

$$\bar{t}_{2a} = a(\frac{1}{v_r} + \frac{\pi}{4\alpha}) \quad (8)$$

而脉冲高度, 从(5)和(6)式可看到, 正比于 $k_1 a^2$. 震源脉冲的高度也随方位角 θ 而变化, 但是不大(陈培善等, 1978). 因此我们在后面用到 $f(\tau)$ 时, 取 $\sin\theta = \pi/4$.

仿照 Haskell(1964)的计算过程, 但是采用了震源脉冲函数为 $f_a(t)$ 和 $f_\beta(t)$, 得到总辐射能 E , P 波辐射能 E_P , S 波辐射能 E_S .

$$E = (E_P + E_S) \quad (9)$$

$$E_P = \rho \alpha \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} u_r(t)^2 r^2 \sin\theta d\theta d\varphi dt = \frac{\mu^2}{15\pi\rho\alpha^5} \int_{-\infty}^{+\infty} [I_a(t)]^2 dt \quad (10)$$

$$E_S = \rho\beta \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} (u_\theta(t)^2 + u_\varphi(t)^2) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi dt = \frac{\mu^2}{10\pi\rho\beta^5} \int_{-\infty}^{\infty} [I_\beta(t)]^2 dt \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} [I_a(t)]^2 dt &= \int_0^{t_2} [\dot{f}_a(t)]^2 dt \\ &= k_1^2 a^3 \int_0^{t_2} [f(\tau)]^2 d\tau \end{aligned} \quad (12)$$

$$k_1 \frac{2\pi a^3}{3} = \bar{D}\pi a^2 = \frac{M_0}{\mu} \quad (13)$$

把(12)和(13)式代入(10)式得到

$$\left\{ \begin{array}{l} E_P = M_0 \tau_0^2 C_1 C_2 \\ C_1 = \frac{\mu}{15\pi\rho\beta^5} \frac{3}{2\pi} \times \frac{4(1-\nu)}{(2-\nu)\pi\mu\tau_y} \\ C_2 = \int_0^{t_2} [\dot{f}(\tau)]^2 d\tau \end{array} \right. \quad (14)$$

对 E_S 类似有

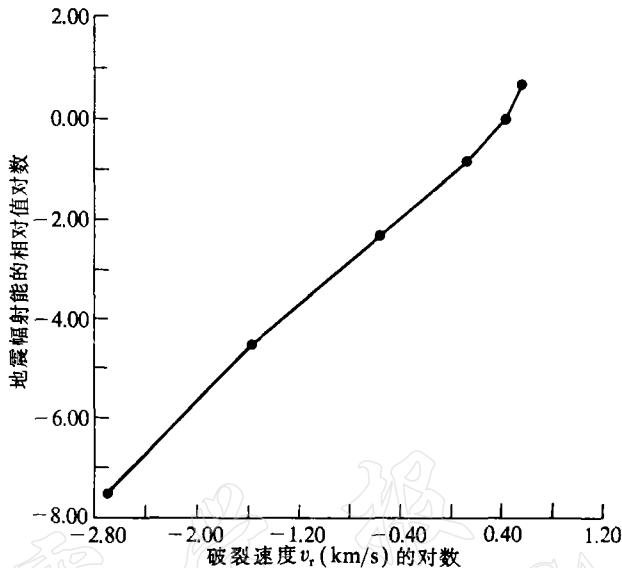


图 3 地震辐射能(相对值)随破裂速度 v_r 的增加

$$\left\{ \begin{array}{l} E_S = M_0 \tau_0^2 C_3 C_4 \\ C_3 = \frac{\mu}{10\pi\rho\beta^2} \frac{3}{2\pi} \times \frac{4(1-\nu)}{(2-\nu)\pi\mu\tau_y} \\ C_4 = \int_0^{t_2} [\dot{f}(\tau)]^2 d\tau |_{\alpha=\beta} \end{array} \right. \quad (15)$$

由此, 我们得到一个重要的结果, 即地震辐射能量 E 正比于地震矩 M_0 和环境应力 τ_0 的平方, 并随破裂速度 v_r 的增加而增加, 这是因为积分 C_2 和 C_4 是破裂速度 v_r 的递增函数(见图 3).

由(14)和(15)式

$$E_S/E_P \approx C_3/C_4 = 22.2 \quad (16)$$

可看出地震波辐射的总能量几乎全部是 S 波的能量.

3. 在频率域计算地震辐射能

在频率域内, 可以用平均速度谱计算地震波辐射能量. 如果地震满足 3 个相似条件, 基于地震定标率, 我们已导出平均速度谱 $|< V(\omega) >|$ 是

$$| < V(\omega) > | = \begin{cases} M_0 \omega & as \quad \omega \leq \omega_1 \quad (\text{I 区}) \\ \frac{M_0}{C_L L} & as \quad \omega_1 < \omega \leq \omega_2 \quad (\text{II 区}) \\ \frac{M_0}{C_L C_W L^2} \frac{1}{\omega} & as \quad \omega_2 < \omega \leq \omega_3 \quad (\text{III 区}) \\ \frac{M_0}{C_L C_W C_r L^3} \frac{1}{\omega^2} & as \quad \omega > \omega_3 \quad (\text{IV 区}) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \omega_1 = 1/C_L L \\ \omega_2 = 1/C_W L \\ \omega_3 = 1/C_r L \end{cases} \quad (18)$$

M_0 是地震矩, C_L , C_W 分别是沿长度和宽度方向的破裂慢度, 为常数; C_r 是位错慢度, 也是常数。 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 是 3 个拐角圆频率(见图 4)(Chen and Chen, 1989). 用 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 可将(17)式简化为

$$| < V(\omega) > | = M_0 \begin{cases} \omega & as \quad \omega \leq \omega_1 \quad (\text{I 区}) \\ \omega_1 & as \quad \omega_1 < \omega \leq \omega_2 \quad (\text{II 区}) \\ \omega_1 \omega_2 / \omega & as \quad \omega_2 < \omega \leq \omega_3 \quad (\text{III 区}) \\ \omega_1 \omega_2 \omega_3 / \omega^2 & as \quad \omega > \omega_3 \quad (\text{IV 区}) \end{cases} \quad (19)$$

总能量是(Vassilion and Kanamori, 1982)

$$E = KJ \quad (20)$$

$$K = (1/15\pi\rho\alpha^5) + (1/10\pi\rho\beta^5) \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J = 2 \int_0^\infty | < V(\omega) > |^2 d\omega = 2(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) \\ d_1 = M_0^2 \int_0^{\omega_1} \omega^2 d\omega = M_0^2 \omega_1^3 / 3 \\ d_2 = M_0^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega^2 d\omega = M_0^2 \omega_1^2 (\omega_2 - \omega_1) \\ d_3 = M_0^2 \int_{\omega_2}^{\omega_3} \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega^2} d\omega = M_0^2 (\omega_1 \omega_2)^2 (1/\omega_2 - 1/\omega_3) \\ d_4 = M_0^2 \int_{\omega_3}^\infty \frac{(\omega_1 \omega_2 \omega_3)^2}{\omega^4} d\omega = M_0^2 (\omega_1 \omega_2 \omega_3)^2 / 3\omega_3^3 \end{array} \right. \quad (22)$$

按照我们定标律, $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 及常数 C_L, C_W, C_r, C_M 都是已给出的已知量, 所以

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_2/\omega_1 = f_{c2}/f_{c1} = k_2 = 5.0 \\ \omega_3/\omega_1 = f_{c3}/f_{c1} = k_3 = 25.0 \\ C_M = \pi\tau_0^2/16\tau_y = M_0/L^3 \\ J = \frac{2M_0^2}{(C_L L)^3} [1/3 + (k_2 - 1) + (k_2 - k_2^2/k_3) + k_2^2/3k_3] \\ = C_M M_0 \times 17.34/C_L^3 \end{array} \right. \quad (23)$$

$$E = M_0 \tau_0^2 (17.34\pi K / 16\tau_y C_L^3) \quad (24)$$

从方程(24), 我们再一次得到了上述的重要结果: 地震波辐射能正比于地震矩和环境应力 τ_0 的平方。因为地震相似性条件已包含破裂速度对所有地震都是一样大小的假定, 所以这里破裂速度不出现。

取 $C_L = 0.175\text{s/km}$, $\tau_0 = 10\text{MPa}$, $\tau_y = 30\text{MPa}$ (陈培善等, 1972, 1978, 1981), 得到

$$E = (4.79 \times 10^{-5}) M_0 \quad (25)$$

这个能量估计值是和 Vassiliou and Kanamori (1982) 的估计值一致的。他们的值是

$$E = (4.6 \text{ 或 } 5.0) \times 10^{-5} M_0 \quad (26)$$

根据断裂力学中的能量辐射率公式(Knott, 1973), 弹性介质在破裂过程中释放的总能量对Ⅲ型开裂为

$$\begin{aligned} E_T &= \frac{\pi L^2 W \tau_0^2}{8\mu} = \frac{\pi \tau_0^2 M_0}{16\mu C_M} \\ &= (9.10 \times 10^{-4}) M_0 \end{aligned} \quad (27)$$

地震辐射效率 η 可由(26)和(27)式计算

$$\eta = E/E_T = 5.26\% \quad (28)$$

在(22)式中, d_1, d_2, d_3, d_4 分别

表示在 4 个频率范围内的能量, 它们分别是 3.85%, 46.15%, 46.15%, 3.85%。从 f_{c1} 到 f_{c3} 的能量谱包含了能量的绝大部分, 占总能量的 92.3%; 从 0 到 f_{c1} 和从 f_{c3} 到无穷仅包含了总能量的 7.7%。Vassiliou 和 Kanamori (1982) 考察了许多强震记录, 其中大部分都很接近震源。他们的结论是: 靠近震源处获得的记录, 高频段对于能量的贡献是很小的, 没有显示出其重要性; 绝大部分能量集中在低于 2Hz 的频率范围内。在许多情形中, 90% 的能量甚至集中在低于 1Hz 的频范围内。他们所考察的地震震级都接近或大于 6 级; 对于矩震级 $M_w = 6.0$ ($M_s \approx 6.0$) 的地震, 拐角频率 f_{c3} 大约是 8Hz。所以可以说从我们的定标律模式导出的能量分配比例是合理的。

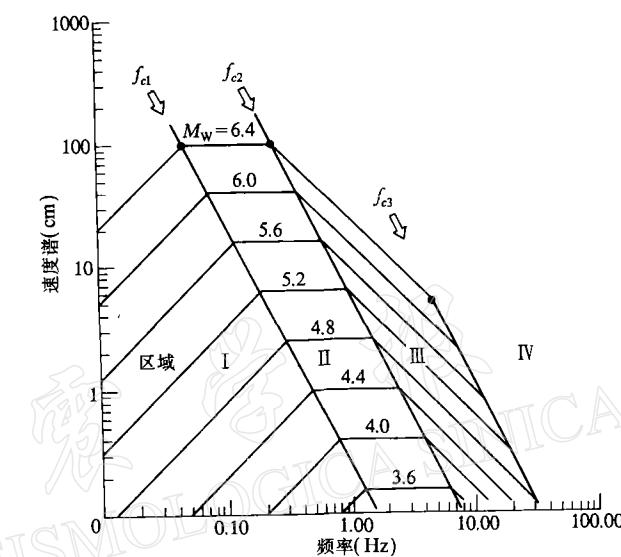


图 4 平均震源速度谱和 4 个频率区域(距震源 1km 处)

4. 讨论和结论

1. 地震辐射能 E 正比于地震矩 M_0 以及环境剪应力 τ_0 的平方, 并随破裂速度 v_r 的增加而增加。

2. 如果地震满足地震定标律要求的 3 个相似性条件, 取平均环境应力 $\tau_0 = 10\text{MPa}$, 则地震辐射能 $E = 4.79M_0$, 地震辐射效率 $\eta = 5.26\%$ 。

3. 地震辐射能谱的分配比如下：在 $0-f_{c1}$ 频率范围内，能量占总能量的 3.85%，在 $f_{c1}-f_{c2}$ 频率范围内，能量占总能量的 46.15%，在 $f_{c2}-f_{c3}$ 频率范围内，能量占总能量的 46.15%，从 f_{c3} 到无穷频率范围内，能量仅占总能量的 3.85%。这里 f_{c1} , f_{c2} , f_{c3} 分别为震源频谱的 3 个拐角频率。

此项研究得到了德国 Forschungsgemeinschaft 的资助，还得到 Klüssmann 教授和 Fasthoff 先生的许多帮助，在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- 陈培善、谷继成、李文香，1977. 从断裂力学观点研究地震的破裂过程和地震预报. 地球物理学报, **20**, 185—202.
- 陈培善、卓往如、金严、王志刚、黄伟琼、李文香、胡荣盛，1978. 唐山地震前后京津唐张地区的应力场. 地球物理学报, **21**, 34—58.
- 陈培善，1981. 分析地震波估算地壳内的应力值. 地震学报, **3**, 251—263.
- Chen, P. S. and Chen, H. T., 1989. Scaling law and its applications to earthquake statistical relations. *Tectonophysics*, **166**, 53—72.
- Haskell, N. A., 1964. Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **54**, 1811—1841.
- Vassiliou, M. S. and Kanamori, H., 1982. The energy release in earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **72**, 371—387.
- Knott, J. F., 1973. *Fundamentals of Fracture Mechanics*, 46—90. Pitman Press, London Butterworths.