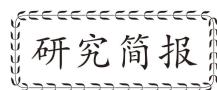


李拴虎, 杨红樱, 姚远. 2018. 利用贝叶斯极值分布函数估算河套断陷带的发震概率. 地震学报, 40(4): 531-536. doi: 10.11939/jass.20180017.  
Li S H, Yang H Y, Yao Y. 2018. Estimating the probability of earthquake occurrence in the Hetao rift by using the Bayes extreme distribution function. *Acta Seismologica Sinica*, 40(4): 531-536. doi: 10.11939/jass.20180017.



# 利用贝叶斯极值分布函数估算 河套断陷带的发震概率<sup>\*</sup>

李拴虎<sup>1), †</sup> 杨红樱<sup>1)</sup> 姚远<sup>2)</sup>

1) 中国呼和浩特 010010 内蒙古自治区地震局

2) 中国乌鲁木齐 830011 新疆维吾尔自治区地震局

关键词 河套断陷带 贝叶斯极值分布函数 后验估算 发震概率

doi: 10.11939/jass.20180017 中图分类号: P315.75 文献标识码: A

## Estimating the probability of earthquake occurrence in the Hetao rift by using the Bayes extreme distribution function

Li Shuanhu<sup>1), †</sup> Yang Hongying<sup>1)</sup> Yao Yuan<sup>2)</sup>

1) *Earthquake Agency of Inner Mongolia Autonomous Region, Hohhot 010010, China*

2) *Earthquake Agency of Xinjiang Uygur Autonomous Region, Ürümqi 830011, China*

**Key words:** Hetao rift; Bayes extreme distribution function; posterior estimation; earthquake occurrence probability

Campbell (1982, 1983) 将贝叶斯概率理论和极值概率模型相结合, 发展出一种估算地震发生概率的贝叶斯极值分布模型. 在此模型中, 地震活动的先验估计值是基于地震矩、滑动速率、地震复发率和震级等数据计算得到的, 而后将估计值用于贝叶斯理论的后验估算, 或者用于研究区的历史地震活动性的评估方面(李拴虎等, 2016).

假设极端地震发生的贝叶斯概率遵循时间和震级指数的泊松分布(Campbell, 1982), 在周期  $T$  内, 贝叶斯估算的最大震级  $M_{\max}$  的概率有时会超过限定的震级幅度  $m$ , 其基本方程为

$$P(M_{\max} > m | T) = 1 - \left( \frac{t''}{t'' + T[1 - F(m)]} \right)^{n''}, \quad (1)$$

式中:  $P(M_{\max} > m | T)$  表示在周期  $T$  内, 贝叶斯估算的最大震级  $M_{\max}$  大于阈值震级  $m$  的概率;  $n''$  为地震发生次数的后验贝叶斯估算值;  $t''$  为地震发生时间的后验贝叶斯估算值;  $F(m)$  为震

\* 基金项目 内蒙古自治区地震局长基金(2018ZD06)和2016年内蒙古自治区科技厅重大专项(强震短临跟踪和空地一体观测技术集成创新)联合资助.

收稿日期 2018-01-25 收到初稿, 2018-05-22 决定采用修改稿.

† 通信作者 e-mail: lizhengke06@126.com



级的贝叶斯分布。

一般情况下, 假定地震是独立的随机事件, 且同一时刻不会发生两次以上地震, 则地震发生的时间符合泊松(函数)分布, 即

$$P(N=n|v, t) = \frac{(vt)^n e^{-vt}}{n!}, \quad (2)$$

式中,  $P(N=n|v, t)$  表示在时间  $t$  内发生  $n$  次地震的概率,  $v$  为地震的平均发生率。考虑到估计值  $v$  的不确定性, 使用式(3)能更准确地表示贝叶斯的分布函数(Benjamin, 1968; Benjamin, Cornell, 1970; Campbell, 1982), 并采用积分方程的形式表示, 即

$$P(N=n|t) = \int_0^\infty P(N=n|v) f''(v) dv, \quad (3)$$

式中  $f''(v)$  表示  $v$  的后验概率密度函数, 由地震发生的前验分布计算得到。假设地震的发生是一个泊松过程, 不确定的  $v$  可以用伽马分布表示, Mortgat 和 Shah (1979) 把另一个伽马分布应用于后验概率密度函数  $f''(v)$  的计算, 即

$$f''(v) = K_1 v^{n''-1} e^{-vt''}, \quad (4)$$

式中, 标准常数  $K_1$  可以表示为  $K_1 = t''^{n''}/\Gamma(n'')$ ,  $\Gamma(n'')$  为参数  $n''$  的伽马函数, Campbell (1982) 在式(3)的基础上得到了泊松-伽马分布函数, 即

$$P(N=n|n'', t'', t) = \frac{\Gamma(n+n'')}{n! \Gamma(n'')} \left( \frac{t''}{t+t''} \right)^{n''} \left( \frac{t}{t+t''} \right)^n. \quad (5)$$

式(5)是依据地震发生的泊松分布和  $v$  的伽马分布推导出来的, 给出了在时间  $t$  内发生  $n$  次地震事件的概率, 且地震发生率的不确定性影响着泊松分布的参数(Galanis *et al*, 2002)。参数  $n''$  和  $t''$  可用下列关系式计算得到, 即

$$n'' = n_0 + \left( \frac{v'}{\sigma'_v} \right)^2, \quad t'' = t_0 + \frac{v'}{\left( \sigma'_v \right)^2}, \quad (6)$$

式中,  $t_0$  为有记录的历史地震的时间长度,  $n_0$  为在时间  $t_0$  内观测到的地震次数,  $\sigma'_v$  为参数  $v$  的标准偏差的先验值。Campbell (1982) 提出了预测地震震级的最终表达式, 即双截断贝叶斯指数-伽马分布。

$$F(m|m_l, m_u) = K'' \left[ 1 - \left( \frac{m''}{m'' + m - m_l} \right)^{\eta''} \right], \quad (7)$$

$$K'' = \left[ 1 - \left( \frac{m''}{m'' + m_u - m_l} \right)^{\eta''} \right]^{-1}, \quad (8)$$

式中,  $m_u$  和  $m_l$  分别为研究区地震震级的高值和低值,  $\eta''$  为震级大于  $m_l$  的地震事件数的后验贝叶斯评价,  $m''$  为震级介于  $m$  与  $m_l$  之间的地震事件数的后验贝叶斯评价。

先验估计: 为了评价震级大于  $m_l$  的地震发生率  $v$  的先验值  $v'$ , Campbell (1982) 及 Stavrakakis 和 Drakopoulos (1995) 推荐了  $v'$  的计算方法, 即

$$v' = \frac{\mu u A}{M_0(m_u)} \frac{C_2 - b'}{b'} 10^{b'(m_u - m)}, \quad (9)$$

式中:  $\mu$  为剪切模量;  $u$  为滑动速率;  $A$  为断层总面积;  $M_0(m_u)$  为震级上限值的地震矩; 参数  $b'$  为  $b$  的先验估计值, 即  $\lg N = a - bM$  中的  $b$  值; 系数  $C_2$  的定义来自于表达式  $\lg M_0 = C_1 + m C_2$ 。震级-频率参数的先验估计  $b'$  可以用下式计算, 即

$$\beta' = b \ln 10. \quad (10)$$

后验估计:  $v''$  为震级  $M > m_l$  的地震平均发生率  $v$  的后验估计; 震级-频率参数的后验估计  $\beta''$  的计算公式为

$$\begin{cases} v'' = \frac{n''}{t''}; & V_v'' = \frac{1}{\sqrt{n''}}; & V_v' = \frac{\sigma_v'}{v'}, \\ \beta'' = \frac{\eta''}{m''}; & V_\beta'' = \frac{1}{\sqrt{\eta''}}; & V_\beta' = \frac{\sigma_\beta'}{\beta'}; & m'' = n_0(\bar{m} - m_l) + \frac{\beta'}{(\sigma_\beta')^2}; & \eta'' = n_0 + \left( \frac{\beta'}{\sigma_\beta'} \right)^2, \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\bar{m}$  为历史地震的平均震级,  $\sigma_\beta'$  为  $\beta$  标准差的先验估计值. 通过式(9)–(11)计算出地震参数( $v$ ,  $\beta$ )的先验值和后验值, 然后由式(1)计算研究区域的贝叶斯概率.

研究范围选取河套断陷带区域( $106.3^\circ\text{E}$ – $110.5^\circ\text{E}$ ,  $40.1^\circ\text{N}$ – $41.4^\circ\text{N}$ ), 该地区位于鄂尔多斯地块北缘, 主要活动断裂有狼山山前断裂、正谊关断裂、乌拉山山前断裂和包头断裂等, 具有较强的发震背景, 同时河套平原又是人口和经济比较集中的地区, 所以研究此区域的地震发震概率具有重大的科学意义. 本研究所用的地震目录来源于中国地震台网中心, 选取时段为 1970–2017 年, 中国地震台网中心的地震目录提供了完整的地震信息, 包括发震的地点、时间和震级, 这是贝叶斯极值分布评估地震发生概率的基础数据. 目前, 经验性的公式  $M_S = 0.8M_L + 0.83$  被认为是适合中国的震级转换公式(Bormann *et al.*, 2007), 但 Wang 等(2014a)通过对龙门山断裂带的研究, 认为公式  $M_S = 1.01M_L - 1.02$  更符合南北地震带的实际情况, 由于本文研究区域处于南北地震带的北段, 所以采用此经验公式来进行震级转换. 研究区内特定震级的贝叶斯概率, 分别使用时段  $t$  为 5, 20, 100 年来计算.

岩石力学测试表明, 应力差  $\Delta\sigma$  与  $b$  值之间存在反比关系, 所以  $b$  值被认为是地壳的“应力计”(Schorlemmer *et al.*, 2005), 区域的应力水平可以通过  $b$  值来得以反映(Wiemer, Schorlemmer, 2007). 根据古登堡-里克特(Gutenberg-Richter, 简写为 G-R)公式  $\lg N = a - bM$  来计算  $b$  值, 考虑到研究区地震目录的完整性, 选取  $M_S \geq 2.0$  的地震事件, 通过地震目录分布情况拟合出 G-R 公式中的  $b$  值(图 1).

滑动速率  $u$  在平均地震发生率的估算中起着重要作用, Brune (1968) 的模型尤其适合计算接近块体边界区域的滑动速率(Tselentis *et al.*, 1988), 即

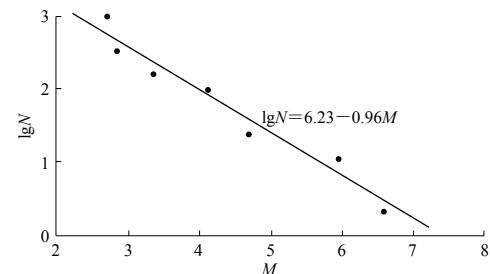


图 1 河套断陷带的震级-频率关系

Fig. 1 Magnitude-frequency relationship of the Hetao rift

$$u = \frac{\sum M_0}{\mu t_0 A}, \quad (12)$$

式中,  $\sum M_0$  为过去  $t_0$  时段内所发生地震的地震矩之和,  $A$  为断层滑动区域的面积,  $\mu$  为剪切模量(Stavrakakis, Drakopoulos, 1995). 地震矩的计算使用 Hanks 和 Kanamori (1979) 提出的公式  $\lg M_0 = 16.1 + 1.5M$ , 剪切模量  $\mu$  一般采用默认值  $3 \times 10^4 \text{ MPa}$ , 此值通用于整个地壳. 有多种方法可以计算  $A$  值, 不同的计算方法会导致不同的结果, 一般由多边形顶点测量出的  $A$  值可能是最大的(Wang *et al.*, 2014a), 但地震区域的边界不可能是直线, 所以此测量方法只是一种

近似计算. 在本文中, 较低震级为  $M_S 5.0$ , 较大震级为目录时段内发生的最大地震的震级, 贝叶斯计算所需参数值列于表 1.

表 1 河套断陷带的贝叶斯估计参数

Table 1 Parameters of the Bayesian estimate for the Hetao rift

$u/(\text{cm} \cdot \text{a}^{-1})$	$A/\text{km}^2$	历史最大震级 $M_S$	$m_u$	$\bar{m}$	$n_0$	$b$
0.22	38 875	7.0	7.0 7.5 8.0 8.5	5.3	37	0.76

假设  $V_v'$  和  $V_\beta'$  的 3 个变异系数均为 0.10, 0.25, 1.0, 河套断陷带的地震活动参数的后验估计列于表 2. 变异系数  $V_v$  是一个非常重要的参数(Campbell, 1983; Stavrakakis, Drakopoulos, 1995), 会导致历史数据先验估计值出现偏差, 分析  $V_v'=0.1, 0.25, 1.0$  等 3 种情况下的结果可知: 当  $V_v'=1.0$  时, 地震事件的发生主要由历史地震事件控制; 当  $V_v'=0.1$  时, 地震事件的发生主要基于先验值的估计值(Campbell, 1983; Parvez, 2007). 贝叶斯分布的一个重要特点就是条件关联性, 即把地震活动先验估计与历史地震事件结合起来, 但是贝叶斯极值的灵敏度不会随着参数数量的增加而降低, 不同来源的信息均应纳入到现有的统计范畴, 以便更全面地评估孕震区内的地震危险性(Wang *et al.*, 2014b, 2015).

表 2 研究区内参数  $v$  和  $\beta$  的先验估计和后验估计

Table 2 Prior and posterior estimates of parameters  $v$  and  $\beta$  for the studied area

$m_u$	先验估计			后验估计		
	$v'$	$\beta'$	$V_v', V_\beta'$	$v''$	$\beta''$	$V_v'', V_\beta''$
7.0	4.84	1.54	0.10	0.36	1.64	0.09
	4.84	1.54	0.25	0.15	1.84	0.14
	4.84	1.54	1.00	0.11	1.98	0.16
	1.86	1.54	0.10	0.33	1.64	0.09
	1.86	1.54	0.25	0.15	1.84	0.14
	1.86	1.54	1.00	0.11	1.98	0.16
7.5	0.72	1.54	0.10	0.28	1.64	0.09
	0.72	1.54	0.25	0.14	1.84	0.14
	0.72	1.54	1.00	0.11	1.98	0.16
	0.28	1.54	0.10	0.19	1.64	0.09
	0.28	1.54	0.25	0.13	1.84	0.14
	0.28	1.54	1.00	0.11	1.98	0.16
8.0	0.72	1.54	0.10	0.28	1.64	0.09
	0.72	1.54	0.25	0.14	1.84	0.14
	0.72	1.54	1.00	0.11	1.98	0.16
	0.28	1.54	0.10	0.19	1.64	0.09
	0.28	1.54	0.25	0.13	1.84	0.14
	0.28	1.54	1.00	0.11	1.98	0.16
8.5	0.28	1.54	0.10	0.19	1.64	0.09
	0.28	1.54	0.25	0.13	1.84	0.14
	0.28	1.54	1.00	0.11	1.98	0.16
	0.28	1.54	0.10	0.19	1.64	0.09
	0.28	1.54	0.25	0.13	1.84	0.14
	0.28	1.54	1.00	0.11	1.98	0.16

在  $V_v'$  和  $V_\beta'$  的 3 个变异系数分别为 0.10, 0.25, 1.0 的条件下, 分别预测  $t$  为 5, 20, 100 年这 3 个时段内  $M_S \geq 5.0$  地震的发生概率(图 2). 地震发生概率随着震级的增大而不断衰减, 当接近最大震级时, 衰减最为严重. 随着  $m_u$  的减小和  $t$  的增大, 地震事件的发生概率增大. 研究中使用的起始震级为  $M_S 5.0$ , 此震级通常被认为是破坏性地震的震级阈值(Parvez, 2007). 在  $t=5$  a 时, 研究区内  $M_S 5.0$  地震的发震概率小于 0.36,  $M_S 8.0$  地震的发震概率小于 0.000 05. 地震发生概率在  $M_S=5.0$ ,  $V_v'=0.1$  的条件下最小; 在  $V_v'=1.0$ ,  $m_u=7.0, 7.5, 8.0, 8.5$  时最大, 与  $t$  值的相关性不大. 当  $t=5, 20, 100$  a 时,  $M_S 5.0$  地震的发震概率分别为 0.06—0.36, 0.20—0.82, 0.68—1.0.

基于极值分布的贝叶斯概率理论将各种不确定性的参数用于地震活动性的量化分析, 其重要特点是当有新的信息加入模型时, 当前的概率值也会随着变化, 这将有利于地震活

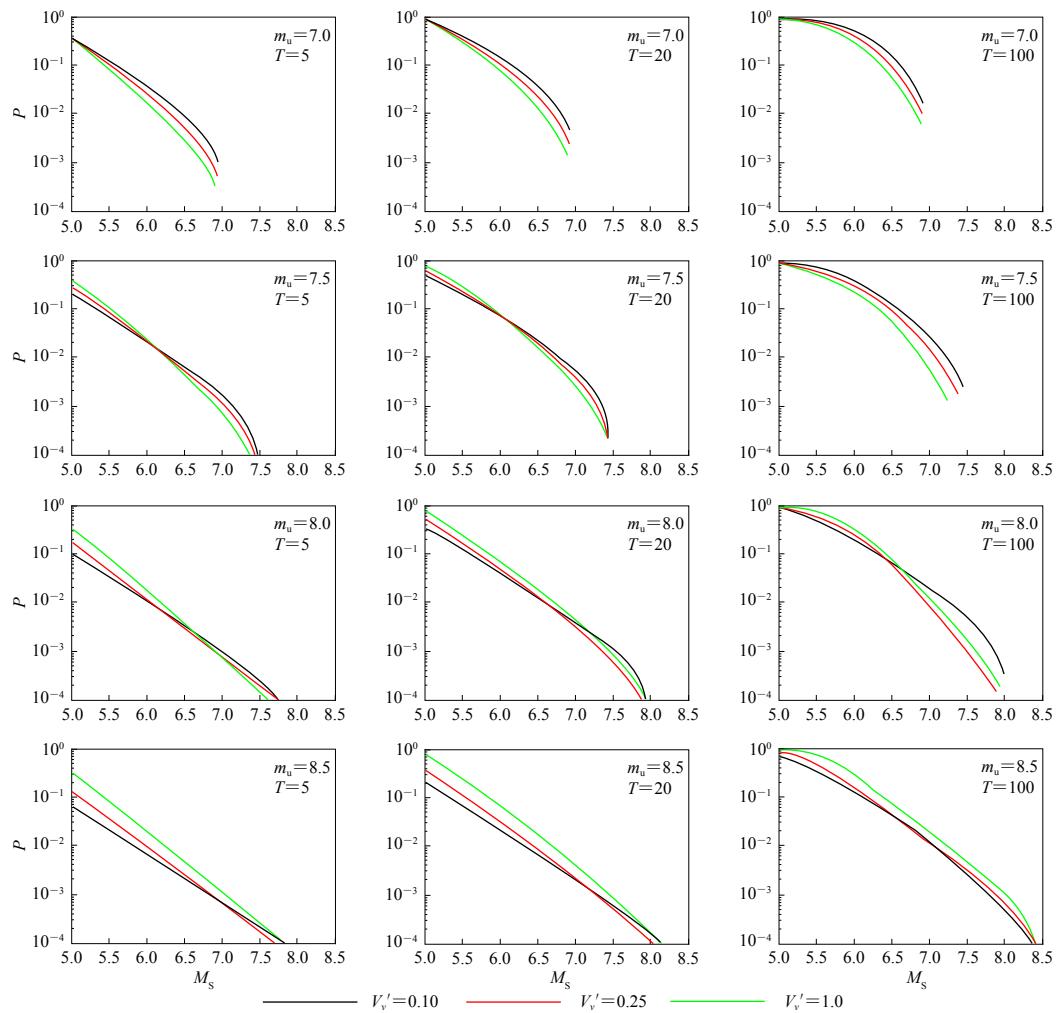


图2 不同条件下的地震发生概率

Fig. 2 Probabilities of earthquake occurrence under different conditions

动、断裂构造、地质资料和历史观测资料等有用信息的整合,进而对地震发生的概率进行综合判定。这也体现出,当历史资料不是很完整、时间覆盖相对较短或数据量不充足时,贝叶斯概率理论则具有明显的优势。

本文地震目录采用中国地震台网中心的最新数据,成都理工大学王莹博士提供了计算程序并对计算进行了指导,作者在此一并表示感谢。

## 参 考 文 献

- 李拴虎,高立新,丁风和,陈立峰,杨红樱. 2016. 用于地震参数估算的两种贝叶斯概率算法分析[J]. 地震学报, 38(6): 952-955.
- Li S H, Gao L X, Ding F H, Chen L F, Yang H Y. 2016. Application of two Bayesian probability algorithms to the estimation of earthquake parameters[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 38(6): 952-955 (in Chinese).
- Benjamin J R. 1968. Probabilistic models for seismic force design[J]. *Proc ASCE*, 94(ST5): 1175-1196.

- Benjamin J R, Cornell C A. 1970. *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*[M]. New York: McGraw-Hill: 684.
- Bormann P, Liu R, Ren X, Gutdeutsch R, Kaiser D, Castellaro S. 2007. Chinese national network magnitudes, their relation to NEIC magnitudes, and recommendations for new IASPEI magnitude standards[J]. *Bull Seismol Soc Am*, **97**(1B): 114–127.
- Brune J N. 1968. Seismic moment, seismicity, and rate of slip along major fault zones[J]. *J Geophys Res*, **73**(2): 777–784.
- Campbell K W. 1982. Bayesian analysis of extreme earthquake occurrences. Part I. Probabilistic hazard model[J]. *Bull Seismol Soc Am*, **72**(5): 1689–1705.
- Campbell K W. 1983. Bayesian-analysis of extreme earthquake occurrences. Part II. Application to the San Jacinto fault zone of southern California[J]. *Bull Seismol Soc Am*, **73**(4): 1099–1115.
- Galanis O C, Tapanos T M, Papadopoulos G A, Kiratzi A A. 2002. Bayesian extreme values distribution for seismicity parameters assessment in South America[J]. *J Balkan Geophys Soc*, **5**(3): 77–86.
- Hanks T C, Kanamori H. 1979. A moment magnitude scale[J]. *J Geophys Res*, **84**(B5): 2348–2350.
- Mortgat C P, Shah H C. 1979. A Bayesian model for seismic hazard mapping[J]. *Bull Seismol Soc Am*, **69**(4): 1237–1251.
- Parvez I A. 2007. On the Bayesian analysis of the earthquake hazard in the North-East Indian Peninsula[J]. *Nat Hazards*, **40**(2): 397–412.
- Schorlemmer D, Wiemer S, Wyss M. 2005. Variations in earthquake-size distribution across different stress regimes[J]. *Nature*, **437**(22): 539–542.
- Stavrakakis G N, Drakopoulos J. 1995. Bayesian probabilities of earthquake occurrences in Greece and surrounding areas[J]. *Pure Appl Geophys*, **144**(2): 307–319.
- Tselentis G A, Stavrakakis G, Makropoulos K, Latousakis J, Drakopoulos J. 1988. Seismic moments of earthquakes at the western Hellenic arc and their application to the seismic hazard of the area[J]. *Tectonophysics*, **148**(1/2): 73–82.
- Wang Y, Zhang Q L, Liu C. 2014a. Bayesian probabilities of earthquake occurrences in Shanxi rift system (China)[J]. *Nat Hazards*, **71**(3): 1749–1769.
- Wang Y, Zhang Q L, Zhu W B, Wang L S, Xie G A, Liu C, Zou X. 2014b. Extension structural records in the Qinshui Basin (North China) since the Late Mesozoic[J]. *Int J Earth Sci*, **103**(8): 2217–2232.
- Wang Y, Zhang K Y, Gan Q G, Zhou W, Xiong L, Zhang S H, Liu C. 2015. Bayesian probabilities of earthquake occurrences in Longmenshan fault system (China)[J]. *J Seismol*, **19**(1): 69–82.
- Wiemer S, Schorlemmer D. 2007. ALM: An asperity-based likelihood model for California[J]. *Seismol Res Lett*, **78**(1): 134–140.