



地震学报

ACTA SEISMOLOGICA SINICA



ISSN 0253-3782

CN 11-2021/P

## 不同散射模式下S波包络合成

景月岭 何李浩 李明会 张宇璇 郑司元

### S wave envelope synthesis based on different scattering patterns

Jing Yueling, He Lihao, Li Minghui, Zhang Yuxuan, Zheng Siyuan

引用本文:

景月岭, 何李浩, 李明会, 张宇璇, 郑司元. 2021. 不同散射模式下S波包络合成. *地震学报*[J], 43(6): 679–689.

DOI: 10.11939/jass.20200208

Jing Y L, He L H, Li M H, Zhang Y X, Zheng S Y. 2021. S wave envelope synthesis based on different scattering patterns. *Acta Seismologica Sinica*[J], 43(6): 679–689. DOI: 10.11939/jass.20200208

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11939/jass.20200208>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

含流体层的河谷场地对地震波散射的间接边界元法模拟

IBEM simulation of seismic wave scattering by valley topography with fluid layer

地震学报. 2020, 42(6): 657–668 <https://doi.org/10.11939/jass.20200008>

利用DONET海底观测网研究日本南海海域俯冲带地震波各向异性

Seismic anisotropy within the Nankai area, Japan, using DONET seafloor observation network

地震学报. 2021, 43(1): 73–83 <https://doi.org/10.11939/jass.20200087>

川西地区瑞雷波方位各向异性

Rayleigh wave azimuthal anisotropy in western Sichuan region

地震学报. 2020, 42(3): 293–305 <https://doi.org/10.11939/jass.20190103>

基于地震波叠加模式的空间域划分及质点运动空间差异—以SV波入射为例

Spatial domain division based on superposition pattern of seismic waves and spatial variation of motion: Case of SV wave incidence

地震学报. 2019, 41(3): 277–288 <https://doi.org/10.11939/jass.20180127>

鄂尔多斯地块北部及邻区Pn波速度结构与各向异性

Pn-wave velocity structure and anisotropy beneath northern Ordos block and its adjacent areas

地震学报. 2020, 42(3): 256–268 <https://doi.org/10.11939/jass.20190137>

2019年四川长宁 $M_s$ 6.0地震序列S波分裂变化特征

Variation characteristic of S-wave splitting on the 2019 Changning  $M_s$ 6.0 earthquake sequence, Sichuan

地震学报. 2021, 43(3): 303–320 <https://doi.org/10.11939/jass.20200107>

景月岭, 何李浩, 李明会, 张宇璇, 郑司元. 2021. 不同散射模式下 S 波包络合成. 地震学报, 43(6): 679-689. doi: 10.11939/jass.20200208.

Jing Y L, He L H, Li M H, Zhang Y X, Zheng S Y. 2021. S wave envelope synthesis based on different scattering patterns. *Acta Seismologica Sinica*, 43(6): 679-689. doi: 10.11939/jass.20200208.

## 不同散射模式下 S 波包络合成<sup>\*</sup>

景月岭<sup>1,2),†</sup> 何李浩<sup>1)</sup> 李明会<sup>1)</sup> 张宇璇<sup>1)</sup> 郑司元<sup>1)</sup>

1) 中国合肥 230001 合肥工业大学土木与水利工程学院

2) 中国北京 100089 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室

**摘要** 为揭示地震波在地壳小尺度非均匀介质中的散射过程, 更准确地描述地震波的包络展宽现象, 本文基于多次各向异性散射理论, 采用离散波数法求解能量密度积分方程, 选取高斯型自相关函数表征的散射模式, 得到 S 波能量密度包络. 基于此, 本文首先分析了单次散射和多次散射在形成 S 波能量密度包络中的贡献规律; 然后探讨了吸收系数和总散射系数对合成 S 波能量密度包络的影响; 最后对比了在不同散射模式下合成的 S 波能量密度包络的差异. 结果显示: ① 不同的散射模式下单次散射和多次散射对地震波散射过程的贡献规律是一致的, 对于近震(震源距小于 100 km), 单次散射模型可以近似合成 S 波能量密度包络; 随着震源距增大, 多次前散射模型可以更快地接近总能量密度包络; ② 吸收系数增大会降低直达 S 波和尾波幅值, 总散射系数增大会降低直达 S 波幅值, 但使得 S 波尾波幅值升高; ③ 前散射模式下 S 波能量密度包络随震源距的增大会导致峰值延迟, 包络展宽, 尾波衰减一致性更快等现象产生.

**关键词** 各向异性 散射理论 高斯型介质 前散射模式 S 波包络

doi: 10.11939/jass.20200208

中图分类号: P315.3<sup>†</sup>1

文献标识码: A

## S wave envelope synthesis based on different scattering patterns

Jing Yueling<sup>1,2),†</sup> He Lihao<sup>1)</sup> Li Minghui<sup>1)</sup> Zhang Yuxuan<sup>1)</sup> Zheng Siyuan<sup>1)</sup>

1) Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230001, China

2) State Key Laboratory of Hydroscience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100089, China

**Abstract:** In order to reveal the scattering process of seismic waves in the small scale inhomogeneous medium of the crust and to describe the envelopment broadening phenomenon of seismic waves more accurately, a discrete wave-number method is used to solve the improved seismic wave energy density integral equation based on the multiple anisotropic scattering theory, and the scattering pattern represented by Gaussian autocorrelation function is selected to obtain the S wave energy density envelope. Firstly, we analyzed the contribution of single scattering and multiple scattering to the energy density envelope of S wave. Then, we discussed the effects of absorption coefficient and total scattering coefficient on the synthesis of S wave energy density envelope. Finally, we compared the differences of the energy density envelope of S

<sup>\*</sup> 基金项目 中央高校基本科研业务费专项资金(PA2019GDPK0036)和清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室开放基金(sklhse-2020-D-04)共同资助.

收稿日期 2020-12-21 收到初稿, 2021-04-22 决定采用修改稿.

<sup>†</sup> 通信作者 e-mail: jing@hfut.edu.cn



wave synthesized in different scattering patterns. The results show that: ① The contribution of single scattering and multiple scattering to the seismic wave scattering process is consistent, and for the near earthquakes (hypocentral distance is less than 100 km), the single scattering model can be used to match the S-wave energy density envelope. As the hypocentral distance increases, the multiple forward scattering pattern can approach the total energy density envelope more quickly. ② As the absorption coefficient increases, the amplitude of the direct S wave and the coda wave will decrease. And when the total scattering coefficient increases, the amplitude of the direct S wave will decrease, while the coda wave amplitude of the S wave will increase. ③ In the forward scattering pattern, with the increase of hypocentral distance, the energy density envelope of S-wave appears the peak delay, the envelope is widened, and the attenuation consistency of the coda wave is accelerated.

**Key words:** anisotropic; scattering theory; Gaussian medium; forward scattering pattern; the S wave envelope

## 引言

在过去的几十年中,地震学家提出了一系列用来合成地震图的分析方法.然而,由于对小尺度地壳非均匀性认识不足,精细破裂过程缺乏细致研究,故合成的高频地面运动其有效性尚待提高(Imperator, Mai, 2012, 2013).近年来,利用世界各地地震台站收集的高质量地震波数据进行了分析,小尺度地壳非均匀性对地震波传播过程的影响得已进一步的研究.近震的尾波记录以其光滑的包络线为特征,反映了地壳非均匀介质的散射特性.Aki (1969)分析了地震记录的尾部连续出现的波列,并将其解释为地壳中随机分布的非均匀介质引起的后向散射波.

模拟尾波包络的一种标准方法是将地壳非均匀性表示为随机均匀分布的点状散射体.Wu (1985)以及 Wu 和 Aki (1988)利用该方法,在辐射传输理论上,对地震波能量传播特性进行了研究.该方法在单次散射近似下(Aki, Chouet, 1975; Sato, 1977)和多次散射过程中(Hoshiba, 1991; Zeng *et al*, 1991)均被用来合成尾波包络.辐射传输理论同时考虑了前向和后向散射过程,利用描述强前向散射过程的各向异性散射系数,此理论可以模拟包络的展宽(Gusev, Abubakirov, 1987, 1996).Hoshiba (1995)在日本西部地区利用蒙特卡洛方法模拟研究了各向异性散射对地震波传播过程的影响,该研究主要集中分析了地震尾波的能量空间分布.Wegler 等(2006)对计算地震图包络的五种不同理论进行了数值比较,包括 Markov 近似、扩散近似、各向同性散射系数的辐射传输理论、波恩散射系数的辐射传输理论和有限差分法,其结果显示,具有波恩散射系数的辐射传输理论可以正确地模拟从直达波到尾波的完整地震记录包络.Calvet 和 Margerin (2013)通过对比比利牛斯山脉观测的地震波包络拟合,证明了多次各向异性散射过程在 S 波尾波激发中的重要性.Jing 等(2014)基于辐射传输理论,在 Sato (1994, 1995)的各向异性散射模型的基础上,引入震源特征时间函数  $t_m$  来表征震源处辐射能量密度脉冲包络的时间宽度,并应用于美国内华达州威尔斯地震余震 S 波包络拟合.

20 世纪 90 年代地震波各向异性散射理论发展较快,Sato (1995)基于此理论对比分析了多次各向异性和各向同性散射过程,但各向异性散射仅讨论了强前散射过程.Hoshiba (1995)采用蒙特卡洛方法合成各向异性散射介质的尾波包络,该方法可以完整地模拟尾波包络,但在强前散射情况下波动较大,限制其适用性,并且多次散射过程并未涉及后散射的对

比分析. 景月岭等(2012)选取指数型介质模型, 讨论不同散射模式对 S 波能量密度包络曲线的影响. Zeng (2017)将多次各向异性散射理论应用于余震记录的反演, 验证多次前散射模型在拟合 S 波尾波包络中的有效性. 前人关于各向异性散射理论的研究较多, 但缺乏关于各向异性理论下单次散射项和多次散射项对整个地震波能量密度包络贡献的深入研究. 且国内关于单次散射和多次散射对地震尾波作用的研究多数是基于各向同性散射的假设(曾健, 聂永安, 1989; 聂永安等, 1995), 各向同性散射模型的数学表达较为简单, 虽可以在一定程度上模拟地震尾波能量密度包络衰减的一致性, 但不能合理模拟地震能量密度包络的展宽现象.

为了揭示地震波在地壳小尺度非均匀介质中的散射过程, 以及更准确地模拟地震波在传播过程中出现的包络展宽现象, 本文在多次各向异性散射理论基础上, 拟通过高斯型自相关函数表征的散射模式, 采用离散波数方法求解散射能量密度积分方程, 得到 S 波能量密度包络来研究单次散射和多次散射过程对 S 波能量密度包络的相对贡献; 分析吸收系数和总散射系数对 S 波能量密度包络合成的影响; 并系统地对比后散射、各向同性散射、前散射模式下合成的 S 波能量密度包络的差异, 探讨不同散射模式对 S 波能量密度包络的影响规律.

## 1 各向异性散射理论

地震波在地壳中传播时与非均匀性介质的相互作用导致其能量沿不同的散射方向重新分布. 如图 1 所示, Sato (1995)基于辐射传输理论, 给出了三维空间中轴对称的各向异性散射过程公式. 在此理论中, 地壳非均匀介质由均匀随机分布的点状散射体表示. 由于散射体的随机分布, 波场非相干, 因此可以叠加散射波能量. 并引入方向性散射系数  $g(\psi) = g_0\zeta(\psi)$  描述各向异性散射过程, 其中,  $\psi$  是散射角,  $\zeta(\psi)$  是散射模式函数,  $g_0$  是总散射系数, 定义为

$$g_0 = \frac{1}{4\pi} \oint g(\psi) d\Omega(\psi) = \frac{1}{2} \int_0^\pi g(\psi) \sin\psi d\psi, \quad (1)$$

式中,  $\Omega(\psi)$  表示散射点的地震波能量密度流方向. 假设震源为点源, 位于球坐标系下的坐标原点, 在  $t=0$  时的辐射能量为  $W$ .  $E(\mathbf{r}, t; \Omega)$  用于表示  $t$  时刻接收点位置向量  $\mathbf{r}$  处的能量密度在  $\Omega$  方向上的分布. 描述多次散射过程的能量密度方程为

$$E(\mathbf{r}, t; \Omega) = WG(\mathbf{r}, t; \Omega) + V_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \oint G(\mathbf{r}'', t-t'; \Omega) g(\psi) E(\mathbf{r}', t'; \Omega') d\mathbf{r}' dt' d\Omega(\psi), \quad (2)$$

式中: 等式右侧第一项是点源和接收点之间直达波能量的贡献; 第二项是地震波多次散射过程的贡献;  $V_0$  表示地震波在地壳介质中传播的平均速度;  $\mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$  表示散射点位置向量,  $\mathbf{r}'' = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ ,  $\mathbf{r}''$  表示散射波能量密度方向, 能量大小与  $g(\psi)$  成正比;  $t$  表示地震波到达接收点位置  $\mathbf{r}$  的时间,  $t'$  表示地震波到达散射点  $\mathbf{r}'$  的时间;  $\Omega'(\psi)$  表示接收点的地震波能量密度流方向;  $G$  是方向格林函数, 描述了单位脉冲在位置  $\mathbf{r}$  处沿方向  $\Omega$  上的能量密度分布, 即

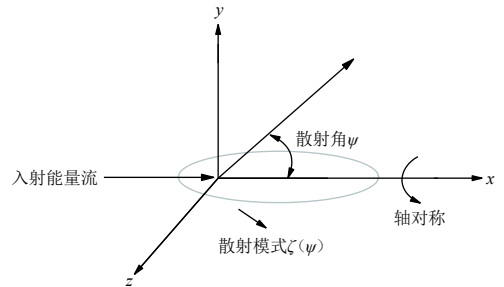


图 1 轴对称各向异性散射示意图(Sato, 1995)

Fig. 1 A schematic plot of axially symmetric multiple anisotropic scattering process (Sato, 1995)

$$G(\mathbf{r}, t; \boldsymbol{\Omega}) = \frac{\exp[-(g_0 V_0 + b)t]}{4\pi V_0 r^2} \delta\left(t - \frac{r}{V_0}\right) H(t) \delta_{\Omega}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}), \quad (3)$$

式中:  $r = |\mathbf{r}|$ ;  $b = \eta_l^* V_0$ ,  $b$  表示散射介质的固有吸收作用;  $\delta_{\Omega}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega})$  是立体角的  $\delta$  函数, 当  $\boldsymbol{\Omega}$  的方向与  $\mathbf{r}$  相同时,  $\delta_{\Omega}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}) = 1$ , 否则,  $\delta_{\Omega}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}) = 0$ ;  $H(t)$  是阶梯函数, 当  $t \geq 0$  时,  $H(t) = 1$ , 否则  $H(t) = 0$ .

为了方便地求解式(2), 对以下参数进行无量纲化处理, 即

$$\tau = V_0 g_0 t \quad \rho = g_0 r \quad \bar{E} = \frac{E}{W g_0^3} \quad \bar{G} = \frac{G}{g_0^3} \quad \bar{b} = \frac{b}{V_0 g_0}. \quad (4)$$

然后, 利用空间域上的傅里叶变换和时间域上的拉普拉斯变换, 以及立体角中的球谐函数展开, 得到能量密度  $\rho$  的频域表达, 由  $\bar{E}_t(\rho, \omega)$  表示. 为了更合理地描述地震波的包络展宽现象, 引入震源时间函数  $t_m$  表示震源处能量脉冲的时间宽度(景月岭等, 2012), 如图 2 所示. 引入  $t_m$  的地震波能量密度方程为

$$\begin{aligned} \hat{I}_0(\mathbf{r}, t; \omega) &= \frac{1}{2\pi r^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{1}{4\pi} \frac{2\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \sqrt{t_m \omega}}{\sin\left[2\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \sqrt{t_m \omega}\right]} \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{r}{V_0}\right)\right] \\ &= \frac{1}{4\pi r^2} H\left(t - \frac{r}{V_0}\right) \frac{\pi^2}{2t_m} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n^2 \exp\left[\frac{n^2 \pi^2 \left(t - \frac{r}{V_0}\right)}{4t_m}\right], \quad t_m = \frac{\sqrt{\pi} \varepsilon^2 r^2}{2V_0 a}, \end{aligned} \quad (5)$$

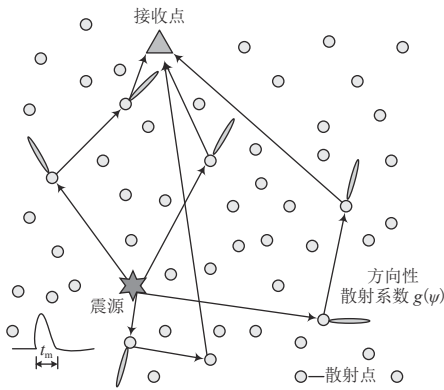


图 2 引入震源特征时间函数的辐射传输理论示意图

Fig. 2 The schematic view of radiative transfer theory with the source characteristic time function

式中,  $\varepsilon$  为地震波在传播过程中速度波动的幅度,  $a$  为随机介质的相关距离.  $t_m$  是震源特征时间函数, 反映了地震波能量脉冲随震源距增加出现的展宽效应. 对于特定的地震,  $t_m$  的值是常数. 根据式(5), 频域中震源处的初始能量密度可表示为

$$I(\omega) = \frac{2\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \sqrt{t_m \omega}}{\sin\left[2\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \sqrt{t_m \omega}\right]}. \quad (6)$$

考虑震源辐射的初始脉冲的时间宽度, 地震波能量密度为

$$\bar{E}(\rho, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(-i\omega\tau) \left[ \bar{E}_t(\rho, \omega) * I(\omega) \right]. \quad (7)$$

## 2 数值模拟

地震波能量散射过程可分为直达波、单次散射过程和多次散射过程(散射阶数  $M \geq 2$ ), 过程如图 3 所示. 其能量组成为

$$\bar{E}_t(\rho, \tau) = \bar{G}(\rho, \tau) + \bar{E}_1(\rho, \tau) + \bar{E}_m(\rho, \tau), \quad (8)$$

式中, 直达波项为

$$\bar{G}(\boldsymbol{\rho}, \tau)=\left\{\begin{array}{ll} \frac{\exp[-(1+\bar{b})\tau]}{4\pi\rho^2}\delta(t-\tau), & \tau\geq 0, \\ 0, & \tau<0. \end{array}\right. \quad (9)$$

单次散射项  $\bar{E}_1(\boldsymbol{\rho}, \tau)$  采用了 Sato (1995) 中的结果. 由于  $\delta$  函数和对数函数的存在, 导致式(7)的收敛非常慢, 为了避免该问题, 对于多次散射项  $\bar{E}_m(\boldsymbol{\rho}, \tau)$  的计算采用离散波数法 (Bouchon, 1979, 2003; Zeng, 1993). 此方法通过引入震源的空间周期性来离散辐射波场, 用多个离散的虚拟点源替代原始震源, 并通过复频域内的傅里叶变换来计算格林函数, 可以得到地震波能量密度的时域表达, 具体推导过程见 Zeng (1993). 最后, 将直达波、单次散射过程、多次散射过程叠加后, 得到  $\bar{E}_t(\boldsymbol{\rho}, \tau)$ , 并在时间域进行傅里叶变换, 得到  $\bar{E}_t(\boldsymbol{\rho}, \omega)$  后, 与  $I(\omega)$  卷积, 通过式(7)作傅里叶逆变换, 并按照式(4)还原得到地震波能量密度  $\bar{E}(\boldsymbol{\rho}, \tau)$ .

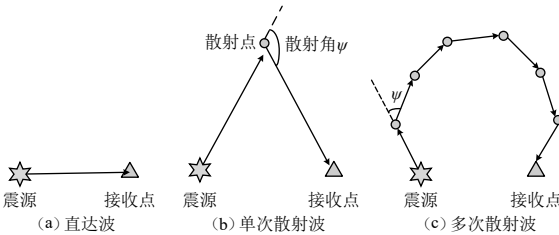


图 3 直达波 (a)、单次散射波 (b)、多次散射波 (c) 的示意图

Fig. 3 The schematic view of direct wave, single scattering wave and multiple scattering wave

3 散射模式的选择

常用的随机介质模型有指数型、高斯型和冯·卡门 (Von Karman) 型, 本文选择高斯型自相关函数来表征散射体的分布特征. 将自相关函数在空间域上进行傅里叶变换即可得到高斯型功率谱密度函数, 对于短波, 高斯型功率谱密度函数很快衰减为零. 因此, 该函数通常用于描述长波丰富的非均匀随机介质 (邵捷等, 2016). Hoshiba (1995) 给出了以高斯型为特征的散射模式的函数关系, 即

$$\zeta(\psi)=\frac{\mu}{1-\exp(-\mu)}\exp\left[-\mu\sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)\right], \quad (10)$$

式中,  $\mu$  为高斯型散射模式表征系数,  $-\infty<\mu<\infty$ . 当  $\mu=0$  时,  $\zeta(\psi)=1$ , 对应各向同性散射, 当  $\mu>0$  时, 表示前散射强于后散射. 之后对式(10)进行球谐函数展开, 并用一阶展开系数  $\zeta_1$  为 -0.08 和 -0.16 来描述后散射模式 (Zeng, 2017). 其中,  $\zeta_1=-0.08$  对应于  $\mu=-1.0$  表征的弱后散射模式,  $\zeta_1=-0.16$  对应于  $\mu=-2.0$  表征的强后散射模式.

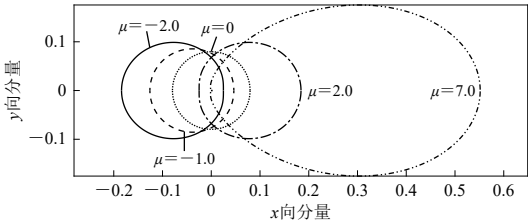


图 4 数值示例中使用的散射模式

Fig. 4 The scattering patterns used in the numerical examples

本文中, 高斯型散射模式表征系数  $\mu$  取为 -2.0, -1.0, 0, 2.0, 7.0 分别表征强后散射、弱后散射、各向同性散射、弱前散射和强前散射模式用于计算, 图 4 中 x 向分量是  $\zeta(\psi)\cos\psi$ , y 向分量是  $\zeta(\psi)\sin\psi$ , 随着  $\mu$  的增大, 散射过程由后向散射为主过渡到各向同性散射直至以前散射为主. 在本文中, S 波



速度  $V_s$  设定为 3.5 km/s,  $t_m$  取值为 0.1. 为了便于研究不同震源距下能量密度包络曲线的差异, 震源距  $r$  按倍数取为 50, 100, 200, 400 km, 其中, 震源距  $r$  取 400 km 时, 时间窗长取为 500 s, 其它三种情况下取 200 s.

## 4 结果分析

### 4.1 单次散射项和多次散射项对 S 波能量密度包络的影响

Zeng (1993) 研究地震波多次散射过程中, 充分考虑了 P 波和 S 波散射能量的互相转换, 分析得出 P 波转换到 S 波的能量远大于 S 波转换到 P 波, 因此地震尾波是由散射 S 波为主导. 本文对地震波散射的研究主要是 S 波的多次散射过程. 如式(8)所示, 地震波能量密度由直达波项、单次散射项和多次散射项(散射阶数  $\geq 2$ ) 构成, 为了研究单次散射和多次散射对地震波散射过程的贡献, 在以下分析中, 把直达波项和单次散射项的组合称为单次散射, 把多次散射项称为多次散射. 首先, 由式(7)合成无量纲化的能量密度包络, 并通过式(4)还原得到实际的 S 波能量密度包络. 为了便于讨论散射过程对能量密度包络的影响, 总散射系数  $g_0$  取为  $0.01 \text{ km}^{-1}$ , 吸收系数  $\eta_i$  取为 0. 由图 5 单次散射、多次散射和全散射条件下的能量密度包络对比可以看出:

1) 对于后散射模式, 当震源距较小时( $r < 100 \text{ km}$ ), 单次散射能量密度包络与全散射能量密度包络吻合较好. 随着震源距增大, 单次散射能量密度包络尾波部分与全散射能量密度包络偏差逐渐增大, 而多次散射能量密度包络与全散射能量密度包络尾波末端保持一致.

2) 对于各向同性散射模式, 单次散射和多次散射对地震波散射过程的贡献规律基本与后散射模式一致. 但当震源距较小时, 各向同性散射模式下的单次散射能量密度包络的尾波段与全散射能量密度包络的偏差更小. 同时, 多次散射能量密度包络的幅值更接近全散射能量密度包络.

3) 对于前散射模式, 当震源距较小时, 同样采用单次散射近似表示全散射能量密度包络. 在  $r = 50 \text{ km}$  时, 单次散射能量密度包络与全散射能量密度包络几乎重合. 随着震源距增大, 多次散射能量密度包络越接近全散射能量密度包络, 在  $r = 400 \text{ km}$  时, 多次散射的能量密度包络与全散射能量密度包络偏差很小. 相比后散射和各向同性散射模式, 前散射模式下, 单次散射能量密度包络幅值略有增加, 多次散射和全散射幅值明显增加.

### 4.2 吸收系数和总散射系数对 S 波能量密度包络的影响

吸收系数  $\eta_i$  和总散射系数  $g_0$  是描述地震波在地壳非均匀介质中传播的衰减特性的两个重要参数, 以  $r = 400 \text{ km}$  为例, 分别讨论两者在不同散射模式下合成 S 波能量密度包络的影响规律. 其中, 分析  $\eta_i$  对 S 波包络合成的影响规律时,  $g_0$  设为定值  $0.01 \text{ km}^{-1}$ ,  $\eta_i$  分别取值为 0, 0.000 5,  $0.001 \text{ km}^{-1}$ ; 分析  $g_0$  对 S 波包络合成的影响规律时,  $\eta_i$  设为 0,  $g_0$  则分别取值为 0.005, 0.01,  $0.015 \text{ km}^{-1}$ . 后散射、各向同性散射、前散射模式下不同吸收系数和总散射系数合成的 S 波能量密度包络如图 6 所示. 可以看出:

1)  $\eta_i$  较小时, 如  $\eta_i$  为  $0 \text{ km}^{-1}$  时, 后散射和各向同性散射模式下, S 波能量密度包络会出现第二个波峰, 随着  $\eta_i$  的增大, S 波能量密度包络幅值减小, 第二个波峰也逐渐消失; 前散射模式下, 随着  $\eta_i$  的增大, 直达 S 波和 S 波尾波包络幅值均显著降低.

2) 后散射和各向同性散射模式下, 随着  $g_0$  的增大, S 波包络峰值下降, 尾波段幅值增加, 并且  $g_0$  增大到一定程度时, 如  $g_0$  为  $0.015 \text{ km}^{-1}$  时, S 波包络会出现第二个波峰; 前散射

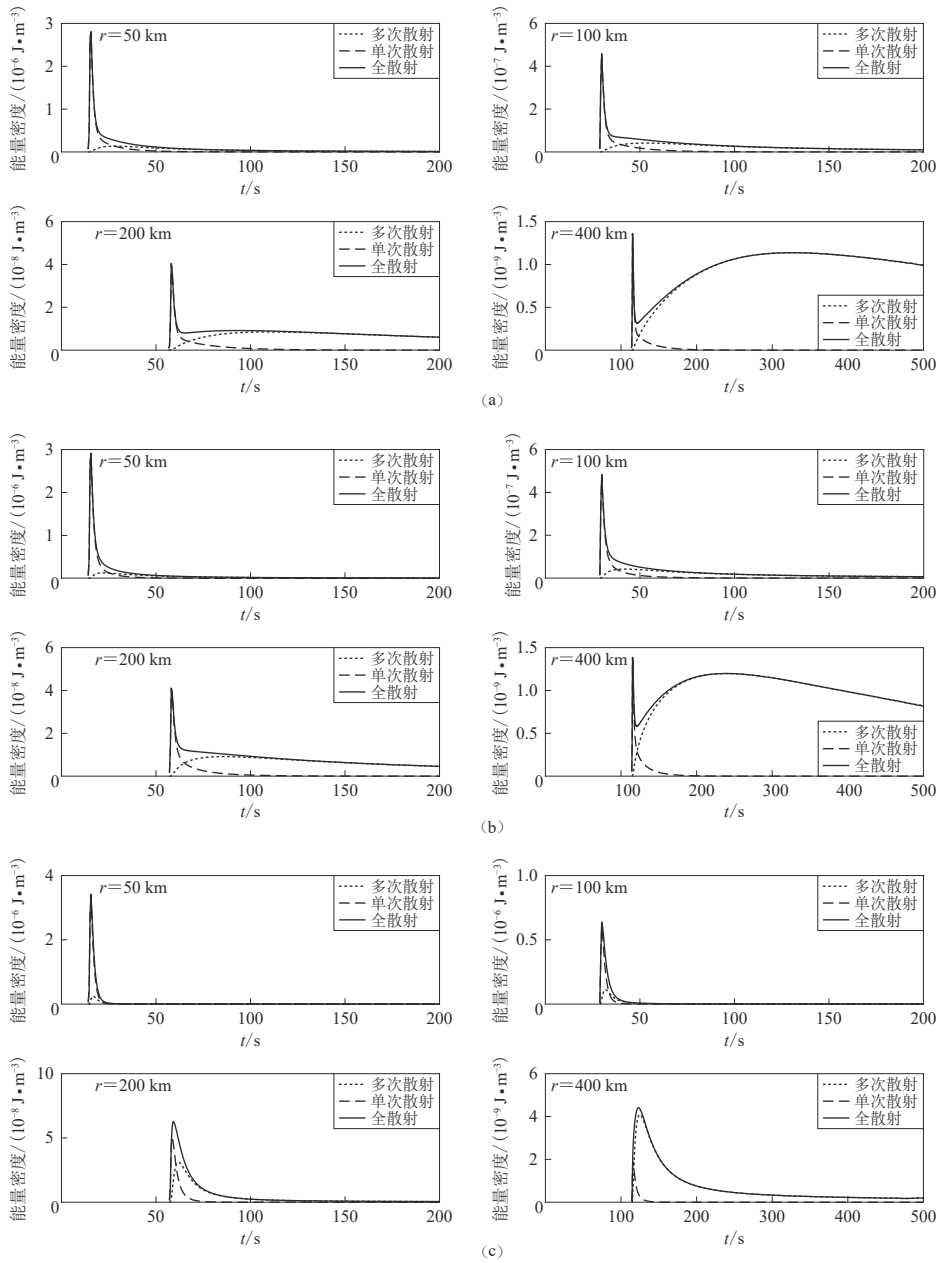


图 5 高斯型散射模式表征系数  $\mu$  取为-2.0 (a), 0 (b) 和 7.0 (c) 时不同震源距  $r$  的散射结果比较  
Fig. 5 Comparison of scattering results at different hypocentral distances  $r$  when the Gaussian scattering pattern characterization coefficient  $\mu=-2.0$  (a),  $\mu=0$  (b) and  $\mu=7.0$  (c)

模式下  $g_0$  的增大对 S 波包络变化规律与后散射、各向同性散射模式基本一致, 降低 S 波包络峰值, 提高尾波段幅值, 并且前散射模式下  $g_0$  的增大会使 S 波包络展宽现象更加明显。

4.3 散射模式对 S 波能量密度包络的影响

不同的散射过程导致了散射能量不同的时空分布, 为了对比不同散射过程对 S 波能量密度包络合成的影响, 高斯型散射模式表征系数分别取  $\mu=-2.0, -1.0, 0, 2.0, 7.0$  表征的强



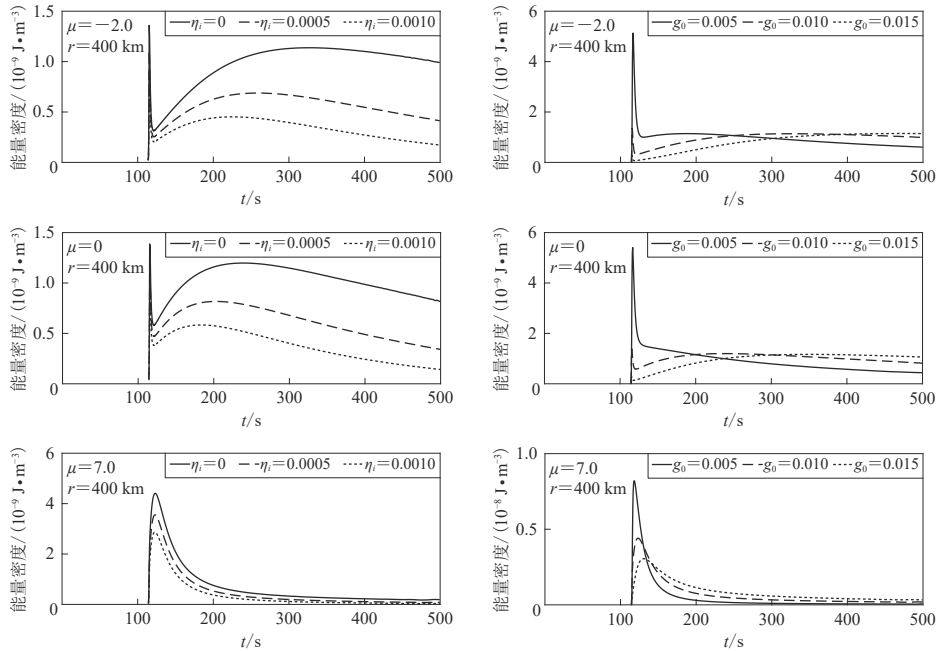


图 6 不同散射模式下吸收系数  $\eta_i$  和总散射系数  $g_0$  对 S 波能量密度包络合成的影响  
Fig. 6 Influence of absorption coefficient and total scattering coefficient on the synthesis of S wave energy density envelope under different scattering patterns

后散射、弱后散射、各向同性散射、弱前散射和强前散射模式用于分析. 其中,  $g_0$  取为  $0.01 \text{ km}^{-1}$ ,  $\eta_i$  为  $0.005 \text{ km}^{-1}$ . 不同散射模式下合成的 S 波能量密度包络如图 7 所示, 为了便于比较, 能量密度包络振幅均乘震源距系数  $\exp(t_s/15)$ , 其中,  $t_s$  是 S 波到时. 结果表明: 震源距相同时, 与后散射和各向同性散射模式相比, 前散射模式下直达波能量密度包络峰值较大, 峰值出现时间延迟. 而后散射和各向同性散射模式下产生了比前散射模式更高的尾波振幅. 后散射模式和各向同性散射模式下的 S 波能量密度包络展宽现象并不明显, 而前散射模式能合理地表现 S 波能量密度包络随着震源距增大出现的展宽现象, 并且前散射模式过程越

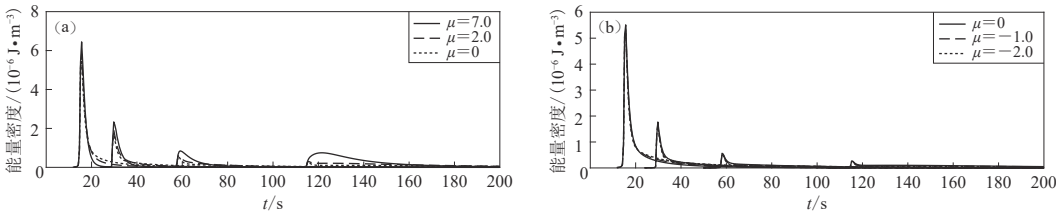


图 7 不同散射模式下合成的 S 波能量密度包络  
(a) 前散射和各向同性散射模式; (b) 各向同性散射和后散射模式. 图中纵坐标均为 S 波能量密度乘震源距系数  $\exp(t_s/15)$  后的结果

Fig. 7 The energy density envelope of S wave synthesized in different scattering patterns  
(a) The forward scattering and isotropic scattering patterns; (b) The isotropic scattering and back scattering patterns. The ordinates in the figure are the results of S-wave energy density multiplied by hypocentral distance coefficient  $\exp(t_s/15)$

强, 包络展宽现象越明显. 震源距变化时, 三种散射模式均能描述尾波末端的衰减一致性; 但前散射模式在震源距变化时能更快地体现尾波衰减一致性, 而后散射和各向同性散射模式的尾波衰减一致性较慢(图 8).

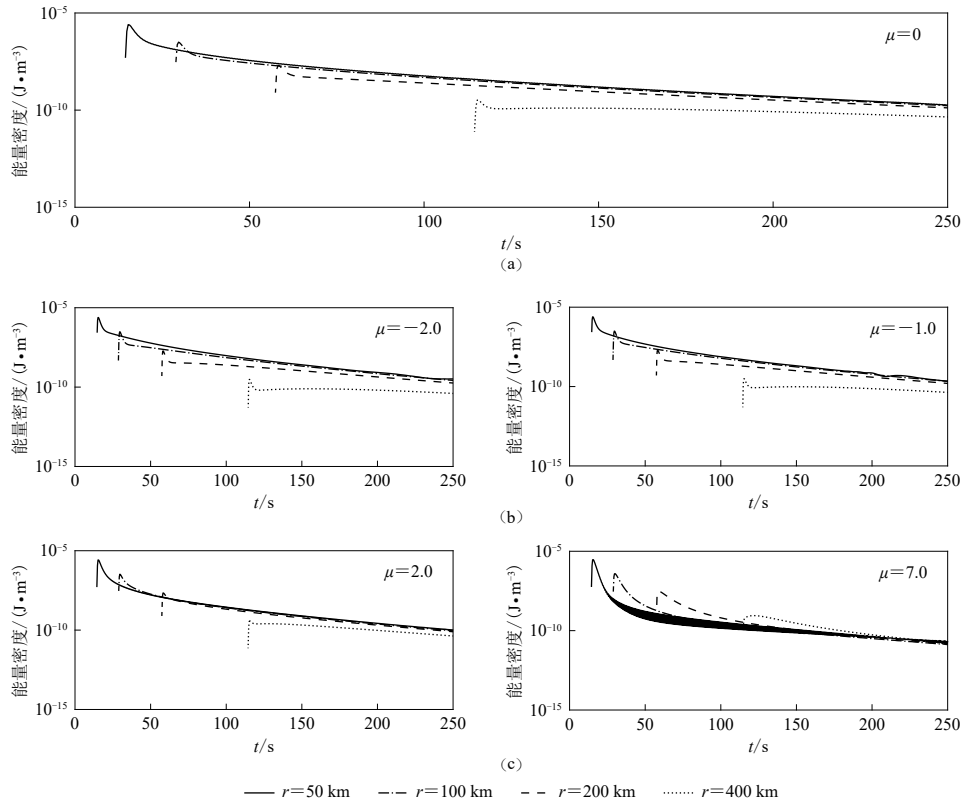


图 8 不同散射模式下合成的 S 波能量密度包络衰减一致性

(a) 各向同性散射模式; (b) 后散射模式; (c) 前散射模式

Fig. 8 The consistence of the energy density envelope attenuation for the S wave synthesized in different scattering patterns

(a) The isotropic scattering pattern; (b) The back scattering pattern; (c) The forward scattering pattern

5 讨论与结论

本文在各向异性散射理论上, 选取高斯型自相关函数表征的随机介质散射模式, 分析了单次散射和多次散射过程、吸收系数和总散射系数以及不同散射模式对 S 波能量密度包络合成的影响. 主要结论如下:

1) 在不同的散射模式下, 单次散射和多次散射对地震波散射过程的贡献规律一致. 对于近震( $r < 100\text{ km}$ ), 单次散射可以用来近似合成 S 波能量密度包络, 验证了传统的单次散射模型的适用条件, 并且, 相比传统的单次后散射模型, 单次前散射模型更为合理. 随着震源距增大, 多次前散射模型可以更快地接近总能量密度包络. 地震波在地壳非均匀介质中传播时, 较短的时间内, 与少量的介质体发生散射作用, 单次散射过程起主导; 随着传播距离的增加, 地震波会与更多的散射体发生作用, 多次散射过程变得更加重要.

2) 吸收系数和总散射系数对合成 S 波能量密度包络的影响很大, 不同散射模式下二者对 S 波包络的影响规律相同. 吸收系数增大, 降低直达波幅值和尾波幅值; 总散射系数增大, 降低直达 S 波幅值, 但增加 S 波尾波幅值. 吸收系数对应固有衰减, 总散射系数对应散射衰减. 固有衰减是地震波传播过程中介质的非弹性吸收作用, 将地震波能量转化为热能等其它能量, 由于此过程不完全可逆, 会造成能量的损失. 散射衰减并不引起地震波在传播过程中的能量损失, 而是将地震波能量重新分配到不同的方向, 如 S 波散射衰减把部分直达 S 波能量转移到散射尾波上.

3) 在同一震源距下, 与后散射和各向同性散射主导的散射模式相比, 前散射模式下合成的 S 波能量密度包络峰值较大, 峰值出现的时间发生延迟. 并且在前散射模式下 S 波能量密度包络展宽现象明显, 尾波衰减一致性相对更快, 在 Margerin (2017) 和 Zeng (2017) 相关研究中也出现这种现象, 主要原因是前散射模式会提高直达波能量, 降低尾波能量, 而后散射和各向同性散射下直达波能量更多分配到尾波部分, 产生了比前散射模式更高的尾波能量. 导致不同震源距时前散射模式下的尾波能量能较快扩散均匀, 使其衰减一致性呈现较为明显. 关于地震波包络展宽特征的描述主要基于马科夫近似的双曲抛物线波动方程(范小平等, 2009), 该方法完全忽略了后散射作用, 假定地震波散射过程为前散射, 得出高频 S 波的包络展宽现象是由传播路径上随机分布的非均匀体对 S 波的多次前散射过程产生的. 本文采用各向异性散射理论合成 S 波能量密度包络, 得到了与其一致的包络展宽的形成机制, 但多次散射过程的描述更为完备, 并且基于辐射传输理论发展的各向异性散射理论符合能量守恒定律. 本文是对地震波散射过程的理论研究, 可以为合理地描述地壳非均匀介质引起的地震波包络展宽现象提供一种新的方式. 在后续的工作中, 将会通过对实测资料的拟合来进一步检验和证明.

## 参 考 文 献

- 范小平, 李清河, 杨从杰, 何海兵, 金淑梅. 2009. 长白山天池火山区介质非均匀性[J]. *地球物理学报*, **52**(10): 2580–2587.
- Fan X P, Li Q H, Yang C J, He H B, Jin S M. 2009. Medium inhomogeneity of crust in Changbaishan Tianchi volcano[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, **52**(10): 2580–2587 (in Chinese).
- 景月岭, Zeng Y H, 林皋, Chen G D, 李建波. 2012. 多次各向异性散射模式对 S 波能量密度包络曲线的影响[J]. *地球物理学报*, **55**(6): 1993–2003.
- Jing Y L, Zeng Y H, Lin G, Chen G D, Li J B. 2012. The effect of multiple anisotropic scattering pattern on S wave energy density envelope[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, **55**(6): 1993–2003 (in Chinese).
- 聂永安, 曾健, 冯德益. 1995. 三维尾波散射问题的理论研究[J]. *地震学报*, **17**(1): 68–71.
- Nie Y A, Zeng J, Feng D Y. 1995. A theoretical study on the problem of 3-D wake scattering[J]. *Acta Seismologica Sinica*, **17**(1): 68–71 (in Chinese).
- 邵婕, 唐杰, 孙成禹. 2016. 地震波散射理论及应用研究进展[J]. *地球物理学进展*, **31**(1): 334–343.
- Shao J, Tang J, Sun C Y. 2016. Progress of seismic wave scattering theory and application[J]. *Progress in Geophysics*, **31**(1): 334–343 (in Chinese).
- 曾健, 聂永安. 1989. 单次与多次散射对地方震尾波的作用[J]. *地震学报*, **11**(1): 12–23.
- Zeng J, Nie Y A. 1989. The effects of single and multiple scattering on coda waves for local earthquakes[J]. *Acta Seismologica Sinica*, **11**(1): 12–23 (in Chinese).
- Aki K. 1969. Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves[J]. *J Geophys Res*, **74**(2): 615–631.
- Aki K, Chouet B. 1975. Origin of coda waves: Source, attenuation, and scattering effects[J]. *J Geophys Res*, **80**(23):

3322–3342.

- Bouchon M. 1979. Discrete wave number representation of elastic wave fields in three-space dimensions[J]. *J Geophys Res*, **84**(B7): 3609–3614.
- Bouchon M. 2003. A review of the discrete wave number method[J]. *Pure Appl Geophys*, **160**(3): 445–465.
- Calvet M, Margerin L. 2013. Lapse-time dependence of coda  $Q$ : Anisotropic multiple-scattering models and application to the Pyrenees[J]. *Bull Seismol Soc Am*, **103**(3): 1993–2010.
- Gusev A A, Abubakirov I R. 1987. Monte-Carlo simulation of record envelope of a near earthquake[J]. *Phys Earth Planet Inter*, **49**(1/2): 30–36.
- Gusev A A, Abubakirov I R. 1996. Simulated envelopes of non-isotropically scattered body waves as compared to observed ones: Another manifestation of fractal heterogeneity[J]. *Geophys J Int*, **127**(1): 49–60.
- Hoshiba M. 1991. Simulation of multiple-scattered coda wave excitation based on the energy conservation law[J]. *Phys Earth Planet Inter*, **67**: 123–136.
- Hoshiba M. 1995. Estimation of nonisotropic scattering in western Japan using coda wave envelopes: Application of a multiple nonisotropic scattering model[J]. *J Geophys Res*, **100**(B1): 645–657.
- Imperator W, Mai P M. 2012. Sensitivity of broad-band ground-motion simulations to earthquake source and Earth structure variations: An application to the Messina Straits (Italy)[J]. *Geophys J Int*, **188**(3): 1103–1116.
- Imperator W, Mai P M. 2013. Broad-band near-field ground motion simulations in 3-dimensional scattering media[J]. *Geophys J Int*, **192**(2): 725–744.
- Jing Y L, Zeng Y H, Lin G. 2014. High-frequency seismogram envelope inversion using a multiple nonisotropic scattering model: Application to aftershocks of the 2008 Wells earthquake[J]. *Bull Seismol Soc Am*, **104**(2): 823–839.
- Margerin L. 2017. Computation of Green's function of 3-D radiative transport equations for non-isotropic scattering of P and unpolarized S waves[J]. *Pure Appl Geophys*, **174**(11): 4057–4075.
- Sato H. 1977. Energy propagation including scattering effects single isotropic scattering approximation[J]. *J Phys Earth*, **25**(1): 27–41.
- Sato H. 1994. Formulation of the multiple non-isotropic scattering process in 2-D space on the basis of energy-transport theory[J]. *Geophys J Int*, **117**(3): 727–732.
- Sato H. 1995. Formulation of the multiple non-isotropic scattering process in 3-D space on the basis of energy transport theory[J]. *Geophys J Int*, **121**(2): 523–531.
- Wegler U, Korn M, Przybilla J. 2006. Modeling full seismogram envelopes using radiative transfer theory with born scattering coefficients[J]. *Pure Appl Geophys*, **163**(2): 503–531.
- Wu R S. 1985. Multiple scattering and energy transfer of seismic waves—separation of scattering effect from intrinsic attenuation-I: Theoretical modelling[J]. *Geophys J R Astr Soc*, **82**(1): 57–80.
- Wu R S, Aki K. 1988. Multiple scattering and energy transfer of seismic waves—separation of scattering effect from intrinsic attenuation. II. Application of the theory to Hindu Kush region[J]. *Pure Appl Geophys*, **128**(1): 49–80.
- Zeng Y H, Su F, Aki K. 1991. Scattering wave energy propagation in a random isotropic scattering medium 1: Theory[J]. *J Geophys Res*, **96**(B1): 607–619.
- Zeng Y H. 1993. Theory of scattered P- and S-wave energy in a random isotropic scattering medium[J]. *Bull Seismol Soc Am*, **83**(4): 1264–1276.
- Zeng Y H. 2017. Modeling of high frequency seismic wave scattering and propagation using radiative transfer theory[J]. *Bull Seismol Soc Am*, **107**(6): 2948–2962.