

卢江波, 方志. 2014. 一种线性走时插值射线追踪改进算法. 地震学报, 36(6): 1089—1100. doi:10.3969/j.issn.0253-3782.2014.06.010.

Lu J B, Fang Z. 2014. An improved ray-tracing algorithm based on linear travel-time interpolation. *Acta Seismologica Sinica*, 36(6): 1089—1100. doi:10.3969/j.issn.0253-3782.2014.06.010.

一种线性走时插值射线追踪改进算法^{*}

卢江波 方 志⁺

(中国长沙 410082 湖南大学土木工程学院)

摘要 针对线性走时插值算法(LTI)不能正确追踪逆向传播射线的问题,目前已提出多种改进算法,如扩张收缩 LTI 算法、循环计算 LTI 算法、动态网络最短路径射线追踪算法等,但这些算法的计算效率普遍偏低。在分析各种改进 LTI 算法的优劣后,本文提出了改进动态网络最短路径射线追踪算法。该改进算法依据波的传播规律以及 LTI 算法的基本方程,排除动态网络最短路径射线追踪算法中大量冗余节点计算,并采用传统的二叉树堆排序算法对波前阵列节点进行管理。数值算例表明,本文提出的改进算法具有较高的计算效率,其计算效率是动态网络最短路径射线追踪算法的 4.5—30 倍,是原始 LTI 算法的 2—6.5 倍;当动态网络最短路径射线追踪算法采用堆排序算法时,改进算法的计算效率是其 3.5—15 倍。

关键词 射线追踪 线性走时插值 改进算法 波前扩展 计算效率

doi:10.3969/j.issn.0253-3782.2014.06.010 中图分类号:P315.3⁺¹ 文献标志码:A

An improved ray-tracing algorithm based on linear travel-time interpolation

Lu Jiangbo Fang Zhi^{*}

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: In order to solve for the problem that the original LTI algorithm could not trace the reverse propagation ray, several linear travel-time interpolation (LTI for short) improved algorithms, such as extension-compaction LTI algorithm, loop computation LTI algorithm, the shortest path ray tracing algorithm with dynamic networks, have been presented, but the computational efficiency of these algorithms are low. After analyzing these improved algorithms, this paper presented a new improved shortest path ray tracing algorithm with dynamic networks. According to the law of wave propagation and the basic equation of LTI, a large number of redundancy node calculation are excluded, and the traditional binary heap sort algorithm was used to manage node of wave-front array. The numerical examples show that, the improved algorithm presented in this paper has the highest computational efficiency among all of improved algorithms; its calculation efficiency is about 4.5—30 times of the shortest path ray tracing algorithm with dynamic networks, and about 2—6.5 times

* 基金项目 国家自然科学基金(51278182, 51408213)资助。

收稿日期 2013-12-27 收到初稿, 2014-06-30 决定采用修改稿。

△ 通讯作者 e-mail: fangzhi@hnu.edu.cn

of the original LTI algorithm, and about 3.5—15 times of the shortest path ray tracing algorithm with dynamic networks when the traditional binary heap sort algorithm is also used.

Key words: ray tracing; linear travelttime interpolation; improved algorithm; wavefront expansion; computational efficiency

引言

射线追踪技术在地震层析成像以及混凝土超声波射线层析成像等领域具有重要作用。目前常用的射线追踪方法主要有两点射线追踪算法(包括试射法)(Julian, Gubbins, 1977; 徐涛等, 2004; 田玥, 陈晓非, 2005)、弯曲法(Thurber, Ellsworth, 1980; Xu *et al*, 2006, 2010)、有限差分解程函方程法(Vidale, 1988; Qin *et al*, 1992; 李振春等, 2004)、最短路径法(Moser, 1991; 赵爱华等, 2000; Zhao *et al*, 2004; Bai *et al*, 2010; 赵爱华, 徐涛, 2012)和LTI(linear travel-time interpolation)射线追踪算法(Asakawa, Kawanaka, 1993; 赵改善等, 1998; Cardarelli, Cerreto, 2002; 黄靓, 黄政宇, 2002; 聂建新, 杨慧珠, 2003; 张建中等, 2003, 2004; 黄靓, 2008; 张东等, 2009; 卢江波, 方志, 2014)等。其中, LTI射线追踪算法因其计算精度较高、计算速度较快, 且适用于任意复杂的速度介质模型, 在地震层析成像等领域得到广泛应用。但原始LTI算法(Asakawa, Kawanaka, 1993)所采用的由震源向模型边界外推的计算方式, 不能正确追踪逆向传播的射线, 影响地震层析成像的精度。

针对这一问题, 不少研究人员提出了多种改进算法。例如: 黄靓和黄政宇(2002)及黄靓(2008)提出了扩张收缩LTI算法, 卢江波和方志(2014)提出了扩张收缩LTI改进算法, 张东等(2009)提出了循环计算LTI算法; 此外, 张建中等(2003, 2004)将波前扩展方式与LTI基本方程相结合, 提出了动态网络最短路径射线追踪算法。这些算法中, 扩张收缩LTI算法、扩张收缩LTI改进算法以及循环计算LTI算法都需要迭代计算, 对于复杂的速度模型以及网格划分较为精细的模型, 其迭代次数较多, 计算效率偏低。动态网络最短路径射线追踪算法能够一次计算出所有节点的走时, 具有相对较高的计算效率, 且也能有效解决上述问题, 但该算法在进行波前扩展时, 所选择的插值线段不够合理, 无效重复计算较多, 计算量大; 此外, 该算法采用快速排序法及插入排序法管理波前阵列节点, 效率较低。

本文针对动态网络最短路径射线追踪算法存在的不足对其进行改进。首先依据波的传播规律以及LTI算法的基本方程, 选择更为合理的插值线段, 并排除该算法中的无效重复计算; 然后采用传统的二叉树堆排序算法对波前阵列节点进行管理, 以提高该算法的计算效率。

1 LTI 算法的基本方程

如图1所示, 射线经单元下边界的AB节段到达C节点, 射线与AB的交点为D。A点及B点走时分别为 t_A 和 t_B , 节段AB长为L, 单元慢度为s, C点距A点的水平及竖向距离均为已知, 分别为 x_C , y_C 。建立以A点为原点的局部坐标系, 确定A, B, C, D点的局部坐标。现推导C点走时以及交点D距A点长度r的计算公式(Asakawa, Kawanaka, 1993; 赵改善等, 1998)。

由线性追踪算法的基本假设可得D点的走时为

$$t_D = t_A + \frac{r}{L} (t_B - t_A). \quad (1)$$

根据 D 点的走时，结合单元慢度以及各点的局部坐标等条件，可得 C 点的走时为

$$t_C = t_D + s \sqrt{(x_C - r)^2 + y_C^2}. \quad (2)$$

将式(1)代入式(2)得

$$t_C = t_A + \frac{r}{L} (t_B - t_A) + s \sqrt{(x_C - r)^2 + y_C^2}. \quad (3)$$

根据费马原理， t_C 对 r 的一阶偏导数应满足等于零的条件，即(设 $\Delta t = t_B - t_A$)

$$\frac{\partial t_C}{\partial r} = \frac{\Delta t}{L} - \frac{s(x_C - r)}{\sqrt{(x_C - r)^2 + y_C^2}} = 0. \quad (4)$$

当 $L^2 s^2 - \Delta t^2 > 0$ 时，解方程(4)可得

$$r = x_C - \frac{|y_C| \Delta t}{\sqrt{L^2 s^2 - \Delta t^2}}, \quad (5)$$

若 $r \geq 0$ 且 $r \leq L$ ，则

$$t_C = t_A + \frac{\Delta t}{L} x_C + \frac{|y_C|}{L} \sqrt{L^2 s^2 - \Delta t^2}, \quad (6)$$

若 $r < 0$ 或 $r > L$ ，则计算 $r=0$ 和 $r=L$ 时的 t_C 值，并取两者较小值作为最终 t_C 值。

当 $L^2 s^2 - \Delta t^2 \leq 0$ 时， t_C 的计算方法与 $r < 0$ 或 $r > L$ 时的情况相同。

2 LTI 算法及动态网络最短路径射线追踪算法存在的不足及改进

LTI 算法的逐列和逐行扫描均采用从震源单元所在列或行向模型边界进行递推扫描的方式(Asakawa, Kawanaka, 1993)，不能正确追踪如图 2 所示存在逆向射线(\overline{GR})的路径：逐列扫描时，射线只能从震源 S 所在列往右边界传播，而要正确追踪路径 \overline{SEFGR} ，射线必须要向左传播；同样，逐列扫描后再逐行扫描，也不能正确追踪路径 \overline{SEFGR} 。

对于这一问题，张建中等(2003, 2004)提出的动态网络最短路径射线追踪算法能予以有效解决。但是该算法在进行波前扩展时，选择的插值线段不够合理，无效重复计算较多。现以图 3 所示均质模型为例，对该算法的基本步骤及其计算策略进行详细说明，同时依据波的传播规律以及 LTI 算法的基本方程对该算法进行改进，改进算法的基本步骤及其计算策略如图 4 所示。具体步骤及改进分析如下：

- 1) 首先计算震源 S 所在单元中所有节点的走时，如图 3a 及图 4a 所示，然后将这些节点加入波前阵列中用于下一步计算。
- 2) 从波前阵列中找出走时最小的节点作为当前扩展点，假定节点为 A_1 ，然后对 A_1 的所有邻点(S, A_2, A_{12})一一进行分析，如图 3b-d 及图 4b-d 所示，并根据邻点的不同状态

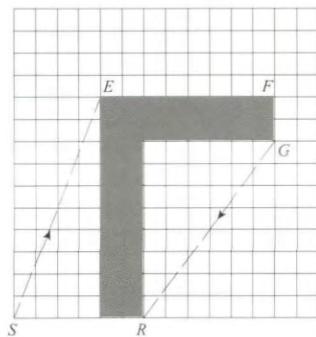


图 2 LTI 算法存在的问题

Fig. 2 Problems of LTI algorithm

进行改进，改进算法的基本步骤及其计算策略如图 4 所示。具体步骤及改进分析如下：

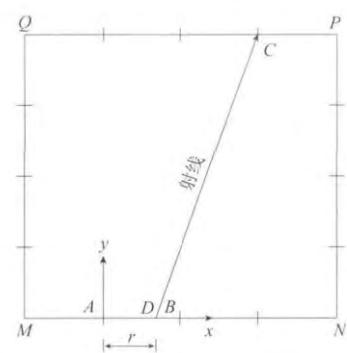


图 1 经过边界 AB 到达 C 点的射线路径图

Fig. 1 The diagram of ray path from segment AB to C

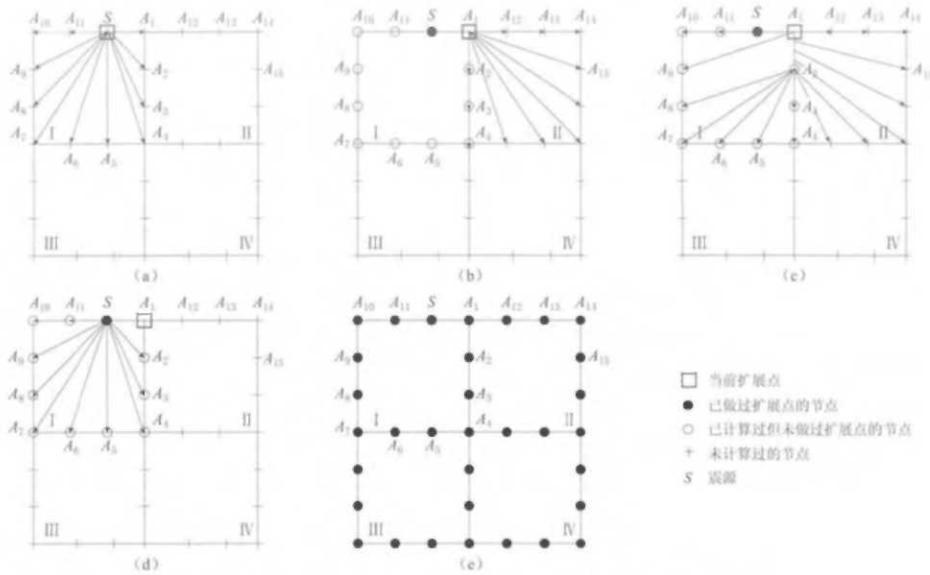


图 3 动态网络最短路径射线追踪算法的基本步骤及其计算策略

- (a) 计算震源所在单元各节点的走时；
- (b) 当前扩展点(例如 A_1)的邻点(例如 A_{12})为未计算过情况；
- (c) 当前扩展点(例如 A_1)的邻点(例如 A_2)为计算过但未做过扩展点的情况；
- (d) 当前扩展点(例如 A_1)的邻点(例如 S)为已做过扩展点的情况；
- (e) 所有节点均已做过扩展点的情况

Fig. 3 Basic steps and computing strategy of the shortest path ray tracing algorithm with dynamic networks

- (a) Compute node's traveltimes of cell at which source is located;
- (b) Current extension point's (for example the point A_1) neighborhood node (for example the point A_{12}) did not compute;
- (c) Current extension point's (for example the point A_1) neighborhood node (for example the point A_2) has been computed but was not the extension point;
- (d) Current extension point's (for example the point A_1) neighborhood node (for example the point S) was extension point;
- (e) All nodes were extension points

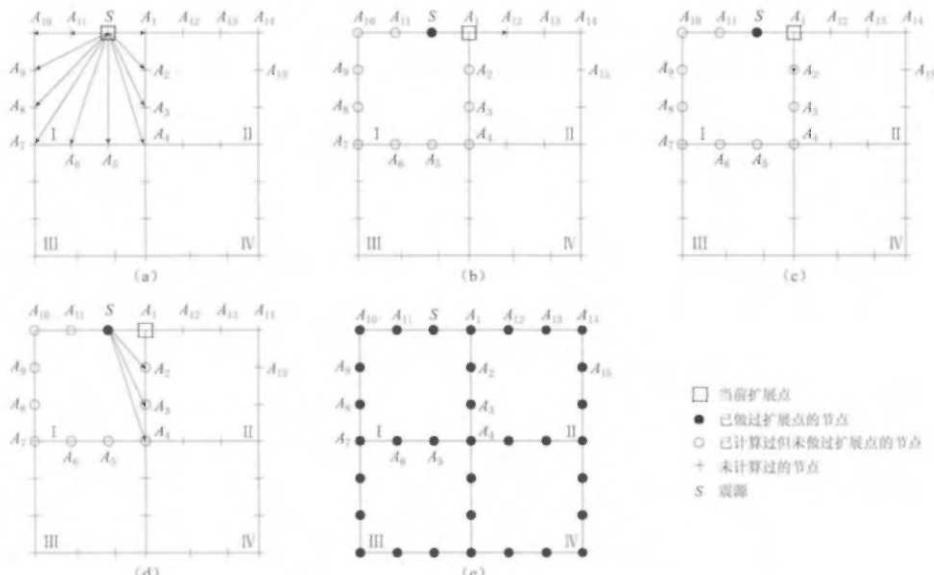


图 4 改进算法的基本步骤及其计算策略. 各子图题同图 3

- Fig. 4 Basic steps and computing strategy of the improved algorithm presented in this study. The captions of the subfigures are the same as those in Fig. 3

采用不同的计算策略，具体如下：

① 邻点未计算过的策略。当前扩展点不与该邻点形成插值段，而是以当前扩展点为震源，对单元内还未做过扩展点的节点进行计算。对邻点 A_{12} 进行分析时，即采用这一策略，如图 3b 所示。事实上，对于邻点未计算过的情况，只需利用当前扩展点 A_1 的走时信息对该邻点进行计算（图 4b）。考虑波沿单元边界的速度与通过单元内部的速度不同，将 II 号单元中的节点分为 A_1A_4 、 A_1A_{14} 边界上的节点以及其它节点；对于其它节点，显然在 A_{12} 做扩展点，并与 A_1 形成插值段时进行计算更为合理有效；对于 A_1A_4 、 A_1A_{14} 边界上的节点，与最短路径法的计算方法相同，只需计算节点 A_2 以及 A_{12} ，而节点 A_2 的计算则可放在对邻点 A_2 的分析中，因此，此时只需对节点 A_{12} 进行计算。

② 邻点已计算过但未做过扩展点（不确定该邻点是否已得到理论最小走时）的策略。当前扩展点与该邻点形成走时插值段，并应用 LTI 基本方程计算插值段所在单元中还未做过扩展点的节点。对邻点 A_2 进行分析时，即采用这一策略，具体如图 3c 所示。事实上，对于邻点已计算过但未做过扩展点的情况，只需利用当前扩展点 A_1 的走时信息对该邻点进行计算（图 4c）。由 LTI 基本方程式(3)可知，在邻点 A_2 计算过但未做过扩展点的情况下，节点 A_1 与 A_2 形成插值段的意义不明确。而且节点 A_2 做扩展点时，节点 A_2 与 A_1 也会形成插值段，此时，节点 A_1 、 A_2 均确定得到最小走时。显然，与未做过扩展点的邻点 A_2 形成插值段既不合理也无必要。但考虑节点 A_2 的理论射线路径可能经过节点 A_1 （如 II 号单元的速度远大于 I 号单元），因此，在不形成插值段的情况下，还需利用节点 A_1 的走时信息对节点 A_2 进行计算。

③ 邻点已做过扩展点（可以确定该邻点已得到理论最小走时）的策略。当前扩展点与该邻点形成走时插值段，并应用 LTI 基本方程计算插值段所在单元中还未做过扩展点的节点。对邻点 S 进行分析时，即采用这一策略，具体如图 3d 所示。实际上，在当前扩展点与已做过扩展点的邻点形成插值段时，并不需要对插值段所在单元中所有未做过扩展点的节点进行计算，此时仅需考虑位于当前扩展点一侧且不与插值段在同一边界的节点（图 4d）。而且在对这些节点进行计算时，还可以通过规定节点的计算顺序，并增加一些判断条件，进一步排除无效重复计算。具体为：先计算位于插值段 A_1S 对边 A_4A_7 ，且与当前扩展点 A_1 处于同一位置的节点 A_4 ，然后再依次计算其它节点 A_3 、 A_2 ；在节点计算前对节点进行判断，以节点 A_4 为例，若节点已获得的走时小于当前扩展点邻点的走时与节点至当前扩展点的走时之和，即 $t_{A_4} < t_S + l_{A_1A_4}/v_1$ (t_{A_4} 和 t_S 分别为节点 A_4 及节点 S 已获得的节点走时， $l_{A_1A_4}$ 为节点 A_1 与 A_4 的距离， v_1 为 I 号单元的速度)，则该节点可不计算；在节点计算后，以节点 A_4 为例，若节点满足费马原理的射线过当前扩展点 A_1 ，则该节点后面的节点 A_3 、 A_2 可不再计算。下面对节点计算范围以及计算前、后的判断条件进行说明：

a) 计算范围的确定。首先，对于与插值段处于同一边界的节点，显然只需考虑与当前扩展点相邻的节点，当邻点已做过扩展点时（如图 3d 中的节点 S ），不需要计算，若邻点未做过扩展点，则可按照上面的计算策略①或②进行计算，此时无需考虑；然后，对位于邻点一侧且不与插值段处于同一边界的节点（ A_5 — A_9 ），可知在节点 S 已做过扩展点的情况下，若 A_5 — A_9 节点的理论射线路径过 A_1S 插值段，则交点必然为节点 S 。现对节点 S 的左邻点 A_{11} 进行分析，若节点 A_{11} 的理论最小走时小于或等于节点 S 的理论最小走时，则节点 A_6 — A_9 的理论射线路径不过 A_1S 插值段，因为这些节点通过 A_{11} 计算得到的走时较通

过 A_1S 插值段更小；若 A_{11} 的理论最小走时大于节点 S 的理论最小走时(图 3d)，则当 A_{11} 做扩展点时，节点 S 必已做过扩展点， A_{11} 将与节点 S 形成插值段，通过对 A_{11} 一侧的节点进行计算，节点 $A_6—A_9$ 能得到最小走时。无论哪种情况均不用利用 A_1S 插值段对节点 $A_6—A_9$ 进行计算。对于节点 A_5 ，可放在节点 S 做扩展点时进行计算，考虑节点 S 做扩展点时，节点 A_{11} 和 A_1 可能均未做过扩展点，而节点 A_{11} 和 A_1 做扩展点时，又只考虑位于节点 A_{11} 或 A_1 一侧的节点， A_5 将不能得到最小走时，因此在节点 S 为当前扩展点、而其邻点 A_{11} 和 A_1 均未做过扩展点的情况下，除对节点 A_{11} 和 A_1 进行计算外，还需增加节点 A_5 的计算(具体见计算策略④)。

b) 节点计算前的判断条件。以图 4d 中的节点 A_4 为例进行说明。显然，邻点 S 的走时为插值段 A_1S 上的最小走时，节点 A_4 到插值段 A_1S 的最短距离为 A_1A_4 。根据 LTI 基本方程式(1)和(2)可知，若 $t_{A_4} < t_S + l_{A_1A_4}/v_1$ ，则节点 A_4 的理论射线路径必然不过 A_1S 插值段，可不计算。需要说明的是，在 A_1 为当前扩展点、 S 为其邻点的情况下，节点 $A_2—A_4$ 不满足这一判断条件，都需要计算。

c) 节点计算后的判断条件。假定 A_4 满足费马原理的射线过当前扩展点 A_1 。显然，节点 A_3 和 A_2 满足费马原理的射线也过当前扩展点 A_1 。如果 $A_2—A_4$ 的理论射线路径过 A_1S 插值段，那么这些节点的理论射线路径必然沿 A_1A_4 边界传播，与最短路径法的计算方法相同，只需对 A_1 的邻点 A_2 进行计算即可。而节点 A_2 的计算则可放在对邻点 A_2 的分析中。因此，当 A_4 满足费马原理的射线过当前扩展点 A_1 时， A_4 后面的节点 A_3 和 A_2 均不用计算。

以上分析针对的是当前扩展点为单元端节点的情况，对于当前扩展点为中间节点的情况亦有同样的结论。以节点 A_{11} 为当前扩展点、 S 为其已做过扩展点的邻点为例，节点的计算顺序从 A_6 到 A_9 ，若某节点满足费马原理的射线过当前扩展点 A_{11} ，假定为 A_6 ，则根据 LTI 基本方程可以证明， $A_7—A_9$ 满足费马原理的射线也过当前扩展点 A_{11} 。如果 $A_7—A_9$ 的理论射线路径过 $A_{11}S$ 插值段，那么这些节点的理论射线路径必然过节点 A_{11} 。现对节点 A_{11} 的左邻点 A_{10} 进行分析。如果节点 A_{10} 的理论最小走时小于或等于节点 A_{11} 的理论最小走时，则节点 $A_7—A_9$ 的理论射线路径必然不过 $A_{11}S$ 插值段，因为这些节点通过 A_{10} 计算得到的走时较通过 A_{11} 计算的走时更小；如果节点 A_{10} 的理论最小走时大于节点 A_{11} 的理论最小走时，那么当节点 A_{10} 做扩展点时，节点 A_{11} 必然已做过扩展点， A_{10} 与 A_{11} 将形成插值段，通过对 A_{10} 一侧的节点进行计算， $A_7—A_9$ 可得到最小走时；无论哪种情况， A_6 后面的节点 $A_7—A_9$ 均不用计算。

④ 如果当前扩展点为单元的中间节点，且其两个邻点均未做过扩展点，则需利用当前扩展点的走时信息，对位于当前扩展点对边，且与当前扩展点处于同一位置的节点进行计算。以图 4d 为例，如果 I 号单元右边界上的中间节点 A_2 为当前扩展点，且其两个邻点 A_1 及 A_3 均未做过扩展点，则需利用 A_2 的走时信息对 A_9 及 A_{15} 进行计算。需要特别说明的是，这一条计算规则是改进算法特有的。动态网络最短路径射线追踪算法没有这一规则。

对于以上 4 种计算策略，所有节点在计算后，都需进行如下处理：若节点之前未被计算过，则更新其走时并将其加入波前阵列中；若节点之前已计算过，而新计算出的走时小于原来的走时，则更新其走时。在分析完当前扩展点的所有邻点后，将当前扩展点从波前阵列中删除。

3) 重复步骤 2), 直到模型中所有节点均做过扩展点, 此时所有节点均得到最小走时, 图 3e、图 4e 为最终状态.

对比图 3 与图 4 可以看出, 动态网络最短路径射线追踪算法存在较多的无效重复计算, 经改进后, 该算法的节点计算量明显减少. 此外, 动态网络最短路径射线追踪算法采用快速排序法和插入排序法管理波前阵列节点, 并认为这种排序方法要优于二叉树堆排序算法, 且两者的运行时间分别为 $O(n)$ 和 $O(nlgn)$, 式中 n 表示当前波前阵列的节点数(王辉, 常旭, 2000; 张建中等^①, 2003, 2004). 但是, 这一结论的前提是波前阵列节点始终保持从小到大的排列顺序. 事实上, 采用堆排序算法对波前阵列进行管理并不要求波前阵列节点保持这种顺序, 而仅要求堆结构在插入、更新以及删除节点后仍保持最小堆的性质即可, 整个过程的运行时间为 $O(nlgn)$ (Cormen *et al*, 2009). 因此二叉树堆排序算法实际上要优于插入排序算法. 当然, 除二叉树堆排序算法外, 还存在性能更为优越的算法, 如 Fibonacci 堆、quake 堆以及 Brodal 队列等(Brodal, 2013), 但这些算法较为复杂, 实用性还存在不足. 综合考虑, 本文仍采用传统的二叉树堆排序算法对波前阵列节点进行管理.

3 数值算例

为说明原始 LTI 算法存在的问题, 比较各算法的计算效率, 以及验证动态网络最短路径射线追踪算法和本文改进算法的有效性, 建立了如图 5 所示的存在高速区和低速区的连续介质模型, 其整体尺寸为 $2500 \text{ m} \times 600 \text{ m}$. 其中深度在 $400\text{--}600 \text{ m}$ 之间的区域为高速区, 速度为 6000 m/s ; 深度在 $200\text{--}400 \text{ m}$ 之间且水平方向在 $500\text{--}2200 \text{ m}$ 的区域为低速区, 速度为 500 m/s ; 其余区域的速度随深度增加而线性增加, 深度 z 处的速度 $v(z) = v_0(1 + \beta z)$, 式中 v_0 取 2000 m/s , β 取 0.001 . 震源 S 位于模型的左上角, 接收点 R 均匀布设于模型上边界, 间距为 100 m ; 单元大小为 $5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$, 共有 6×10^4 个单元, 单元边界划分段数为 1.

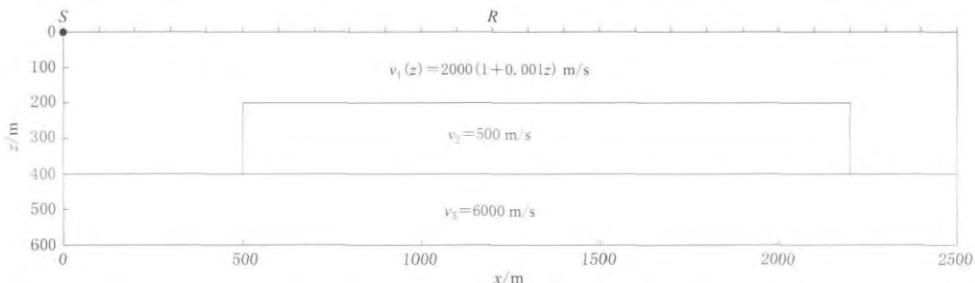


图 5 模型速度

Fig. 5 Velocity model

单元内波传播速度按以下方式选取: 高速区及低速区单元波传播速度分别取 6000 m/s 和 500 m/s , 其它区域单元波传播速度按波沿单元竖向边界传播耗时相同的原则确定 $v(i) = 10/\ln[(200+i)/(199+i)]$, 式中 $v(i)$ 表示第 i 行单元的速度. 数值模型接收点的理论射线路径、各算法的射线追踪结果以及各算法初至波走时的误差分别如图 6—9 所示. 其中, 图 6

^① 张建中等(2003, 2004)在引用王辉和常旭(2000)一文时, 认为 n 为总节点数. 实际上是误解了原文的意思.

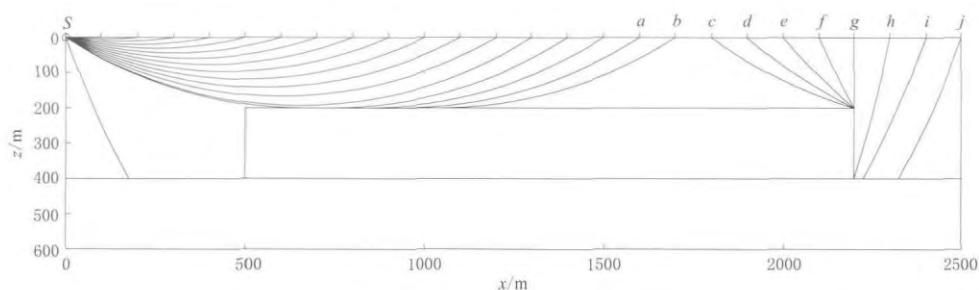


图 6 各接收点的理论射线路径

Fig. 6 Theoretical ray paths of all receiving points

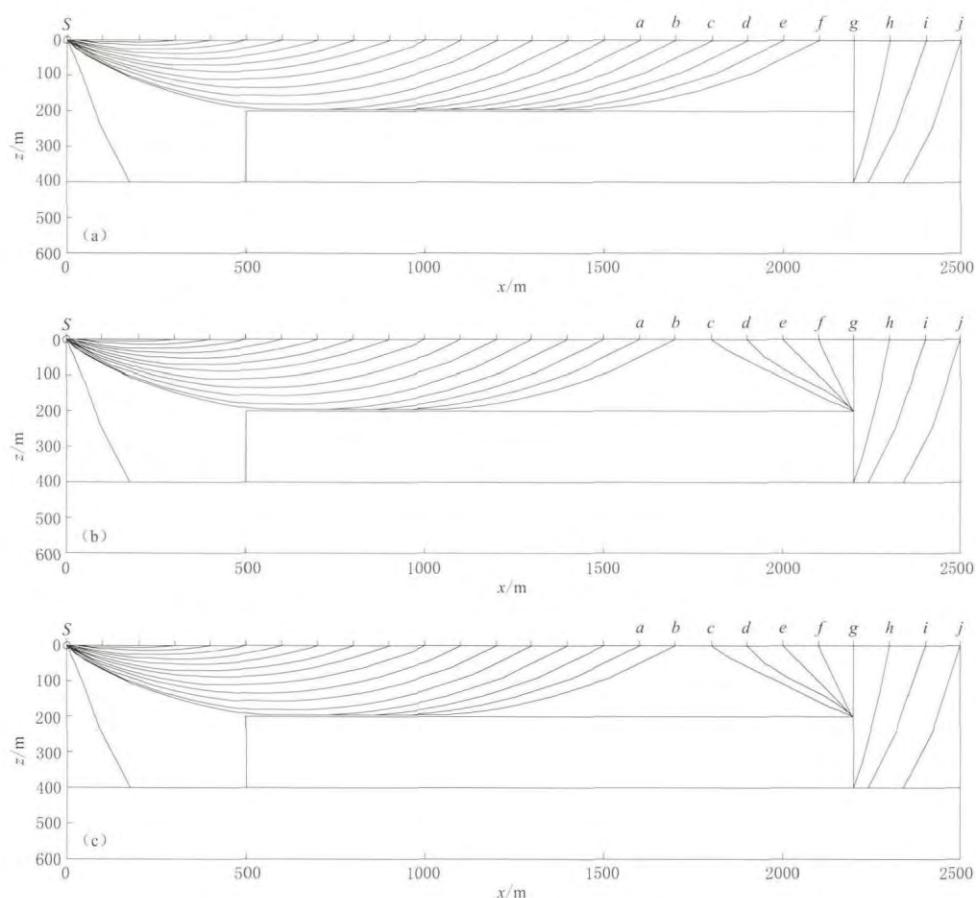


图 7 原始 LTI 算法(a)、动态网络最短路径射线追踪算法(b)和本文改进算法(c)的射线追踪结果

Fig. 7 Ray path tracing results by the three algorithms

(a) Original LTI algorithm; (b) The shortest path ray tracing algorithm with dynamic networks;

(c) Improved algorithm presented in this study

的理论射线路径可通过速度随深度线性增加情况下地震波的射线方程式(陆基孟, 王永刚, 2009)分析计算得到; 图 8 中相对误差的计算公式为 $| (t_1 - t_2) / t_1 | \times 100\%$, 式中, t_1 为单元边界划分 30 段并采用最短路径法计算的节点走时, t_2 为各算法的计算结果; 图 9 中绝对误差的计算公式为 $t_2 - t_1$.

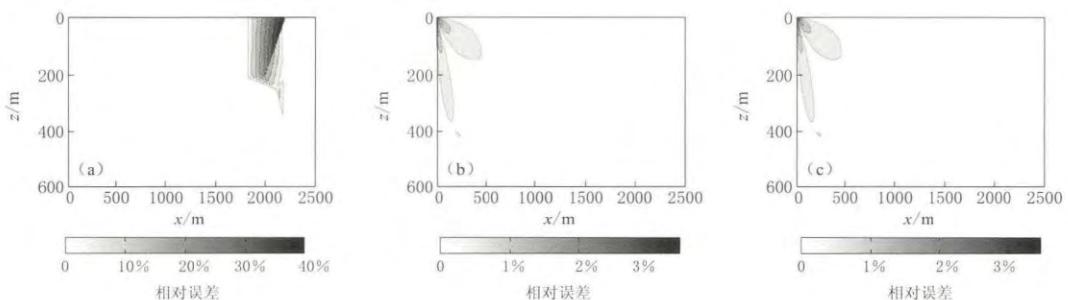


图 8 原始 LTI 算法(a)、动态网络最短路径射线追踪算法(b)和本文改进算法(c)的走时相对误差

a 图中 $x < 500$ m 的区域没有出现如 b, c 图所示的等高线, 是因为该区域内的相对误差所对应的颜色为浅色, 未能有效显示所致. 图 9 也存在类似的情况

Fig. 8 Travel time relative errors by three algorithms

- (a) Original LTI algorithm;
- (b) The shortest path ray tracing algorithm with dynamic networks;
- (c) Improved algorithm presented in this study. The reason why the contour in the $x < 500$ m do not present in Fig. 8a like Figs. 8b or 8c is that the color which corresponds to the value of relative error in the $x < 500$ m was too light to present in Fig. 8a. The similar situation is presented in Fig. 9

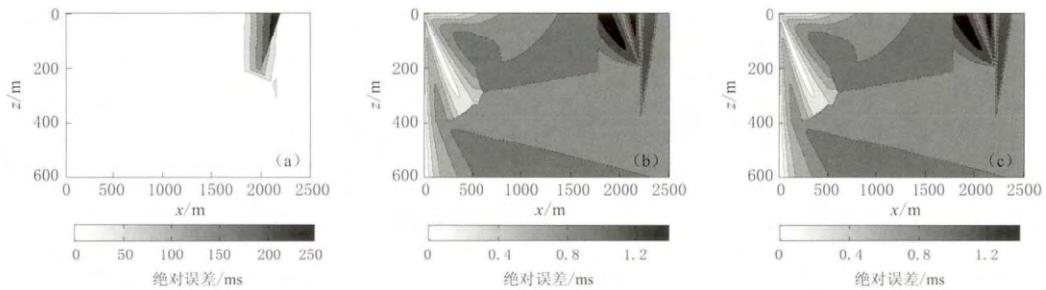


图 9 原始 LTI 算法(a)、动态网络最短路径射线追踪算法(b)和改进算法(c)的走时绝对误差

Fig. 9 Travel time absolute error by three algorithms

- (a) Original LTI algorithm;
- (b) The shortest path ray tracing algorithm with dynamic networks;
- (c) Improved algorithm presented in this study

对比图 7a 与图 6 可以看出, 原始 LTI 算法对于大多数接收点均能正确追踪其射线路径, 但当接收点的理论射线路径存在逆向传播的射线时(如图 6 中的 c, d, e, f 点), 原始 LTI 算法不能对其进行正确的射线追踪. 图 7b, c 中各接收点的射线路径与图 6 中的理论射线路径一致, 表明动态网络射线追踪算法和本文改进算法均能考虑逆向传播的射线, 能够正确处理复杂介质模型中接收点的射线追踪问题.

从图 8 和图 9 可以看出, 原始 LTI 算法在存在逆向传播射线的区域, 其走时相对误差和绝对误差较大, 最大分别达到 43.36% 和 297.8 ms; 而动态网络最短路径射线追踪算法和本文改进算法则不存在这一问题, 均能够正确计算各节点的最小走时, 其最大相对误差和绝对误差分别为 3.96% 和 1.5 ms.

为对比 3 种算法的计算效率, 以图 5 所示模型为计算对象, 单元边界划分段数为 1, 2, 4, 10, 20 和 30 等 6 种情况, 分别记录各算法的计算时间(不包括算法的前处理过程). 其中, 动态网络最短路径射线追踪算法采用插入排序法及二叉树堆排序法对波前节点进行管理, 本文改进算法只采用二叉树堆排序法. 计算机 CPU 主频为 4.3 GHz, 对比结果如表 1

表 1 3 种算法计算效率的对比

Table 1 Comparison of computational efficiency for three algorithms

边界划分段数	原始 LTI 算法	动态网络最短路径射线追踪算法		本文改进算法 单位: s
		插入排序	堆排序	
1	0.109	0.216	0.171	0.047
2	0.437	1.326	0.936	0.218
4	1.841	6.520	3.962	0.639
10	11.372	49.639	25.116	2.527
20	45.911	204.282	99.809	8.065
30	99.824	466.332	228.774	15.412

所示。

从表 1 可以看出, 本文改进算法具有较高的计算效率, 是动态网络最短路径射线追踪算法的 4.5—30 倍, 是原始 LTI 算法的 2—6.5 倍; 当动态网络最短路径射线追踪算法采用堆排序算法时, 本文改进算法的计算效率是其 3.5—15 倍。

为验证本文改进算法在更为复杂模型上的有效性, 下面采用本文改进算法对 Marmousi 速度模型进行计算, 该模型尺寸为 9192 m × 2904 m, 震源位于模型的上表面(4 800 m, 0), 计算时采用的单元尺寸为 24 m × 24 m, 单元边界划分段数为 4, 计算结果如图 10 所示。其中图 10b 为本文改进算法的相对误差, 其计算公式为 $| (t_1 - t_2) / t_1 | \times 100\%$, 式中, t_1 为单元边界划分 30 段并采用最短路径法计算的节点走时, t_2 为改进算法计算的走时。计算结果验证了本文改进算法对复杂速度模型的有效性。

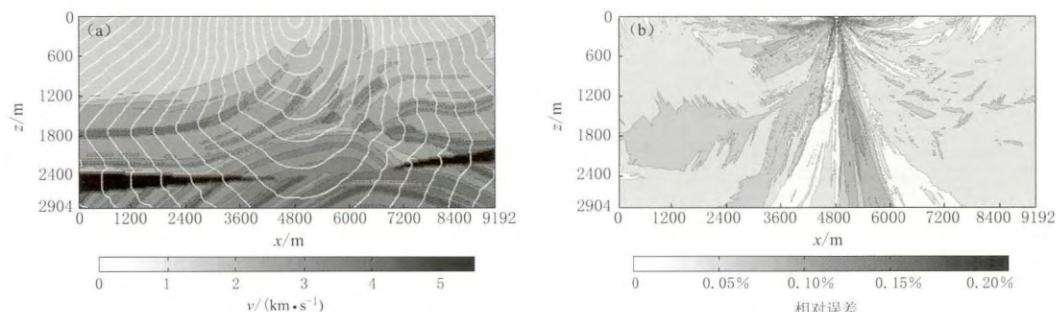


图 10 本文改进算法对 Marmousi 速度模型的初至波计算结果

(a) 初至波等时线; (b) 相对误差

Fig. 10 The first arrival calculations result based on Marmousi velocity model

by using the improved algorithm presented in this study

(a) Isochrones of first arrivals; (b) The relative error

4 讨论与结论

动态网络最短路径射线追踪算法能够有效解决原始 LTI 算法不能正确追踪逆向传播射线的问题, 且只需一次扩展计算就能得到所有节点的最小走时, 具有较高的计算效率。但该算法存在较多的无效重复计算, 且其波前阵列节点的管理方法效率较低。为此本文根据波的走时信息以及 LTI 基本方程提出了改进动态网络最短路径射线追踪算法, 排除了动态网络最短路径射线追踪算法中大量的节点计算, 同时采用传统二叉树堆排序法管理波前

阵列节点，较大幅度提高了该算法的计算效率。数值算例表明，本文提出的改进算法具有较高的计算效率，是动态网络最短路径射线追踪算法的4.5—30倍，是原始LTI算法的2—6.5倍；当动态网络最短路径射线追踪算法采用堆排序算法时，本文改进算法的计算效率是其3.5—15倍。此外，若将本文的改进算法用于三维模型，则效果将更为显著。

参 考 文 献

- 黄靓, 黄政宇. 2002. 线性插值射线追踪的改进方法[J]. 湘潭大学自然科学学报, 24(4): 105—108.
- Huang L, Huang Z Y. 2002. An improved method of linear interpolation ray tracing[J]. *Natural Science Journal of Xiangtan University*, 24(4): 105—108 (in Chinese).
- 黄靓. 2008. 混凝土超声波层析成像的理论方法和试验研究[D]. 长沙: 湖南大学土木工程学院: 33—36.
- Huang L. 2008. *Methodology and Experiment Research on Concrete Ultrasonic Computerized Tomography*[D]. Changsha: College of Civil Engineering, Hunan University: 33—36 (in Chinese).
- 李振春, 刘玉莲, 张建磊, 马在田, 王华忠. 2004. 基于矩形网格的有限差分走时计算方法[J]. 地震学报, 26(6): 644—650.
- Li Z C, Liu Y L, Zhang J L, Ma Z T, Wang H Z. 2004. Finite-difference calculation of traveltimes based on rectangular grid[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 26(6): 644—650 (in Chinese).
- 卢江波, 方志. 2014. 线性走时插值射线追踪算法的改进[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 41(1): 39—44.
- Lu J B, Fang Z. 2014. Improvement of ray tracing algorithm based on linear travelttime interpolation[J]. *Journal of Hunan University: Natural Sciences*, 41(1): 39—44 (in Chinese).
- 陆基孟, 王永刚. 2009. 地震勘探原理[M]. 第三版. 东营: 中国石油大学出版社: 47—53.
- Lu J M, Wang Y G. 2009. *The Principle of Seismic Exploration*[M]. 3rd ed. Dongying: China University of Petroleum Press: 47—53 (in Chinese).
- 聂建新, 杨慧珠. 2003. 地震波旅行时二次/线性联合插值法[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 43(11): 1495—1498.
- Nie J X, Yang H Z. 2003. Quadratic/linear travel time interpolation of seismic ray tracing[J]. *Journal of Tsinghua University: Science & Technology*, 43(11): 1495—1498 (in Chinese).
- 田玥, 陈晓非. 2005. 水平层状介质中的快速两点间射线追踪方法[J]. 地震学报, 27(2): 147—154.
- Tian Y, Chen X F. 2005. A rapid and accurate two-point ray tracing method in horizontally layered velocity model[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 27(2): 147—154 (in Chinese).
- 王辉, 常旭. 2000. 基于图形结构的三维射线追踪方法[J]. 地球物理学报, 43(4): 534—541.
- Wang H, Chang X. 2000. 3D ray tracing method based on graphic structure[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 43(4): 534—541 (in Chinese).
- 徐涛, 徐果明, 高尔根, 朱良保, 蒋先艺. 2004. 三维复杂介质的块状建模和试射射线追踪[J]. 地球物理学报, 47(6): 1118—1126.
- Xu T, Xu G M, Gao E G, Zhu L B, Jiang X Y. 2004. Block modeling and shooting ray tracing in complex 3-D media[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 47(6): 1118—1126 (in Chinese).
- 张东, 谢宝莲, 杨艳, 傅相如, 秦前清. 2009. 一种改进的线性走时插值射线追踪算法[J]. 地球物理学报, 52(1): 200—205.
- Zhang D, Xie B L, Yang Y, Fu X R, Qin Q Q. 2009. A ray tracing method based on improved linear travelttime interpolation[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 52(1): 200—205 (in Chinese).
- 张建中, 陈世军, 余大祥. 2003. 最短路径射线追踪方法及其改进[J]. 地球物理学进展, 18(1): 146—150.
- Zhang J Z, Chen S J, Yu D X. 2003. Improvement of shortest path raytracing method[J]. *Progress in Geophysics*, 18(1): 146—150 (in Chinese).
- 张建中, 陈世军, 徐初伟. 2004. 动态网络最短路径射线追踪[J]. 地球物理学报, 47(5): 899—904.
- Zhang J Z, Chen S J, Xu C W. 2004. A method of shortest path raytracing with dynamic networks[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 47(5): 899—904 (in Chinese).

- 赵爱华, 张中杰, 王光杰, 王辉. 2000. 非均匀介质中地震波走时与射线路径快速计算技术[J]. 地震学报, 22(2): 151–157.
- Zhao A H, Zhang Z J, Wang G J, Wang H. 2000. A new scheme for fast calculation of seismic traveltimes and ray paths in heterogeneous media[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 22(2): 151–157 (in Chinese).
- 赵爱华, 徐涛. 2012. 提高规则网格最短路径方法反射波走时计算精度的走时校正技术[J]. 地球物理学进展, 27(5): 1854–1862.
- Zhao A H, Xu T. 2012. A traveltime correction technique for improving the accuracy of reflection wave traveltimes with the shortest path method based on a regular grid[J]. *Progress in Geophysics*, 27(5): 1854–1862 (in Chinese).
- 赵改善, 郝守玲, 杨尔皓, 陈伟. 1998. 基于旅行时线性插值的地震射线追踪算法[J]. 石油物探, 37(2): 14–24.
- Zhao G S, Hao S L, Yang E H, Chen W. 1998. Seismic ray tracing algorithm based on the linear travelttime interpolation [J]. *Geophysical Prospecting for Petroleum*, 37(2): 14–24 (in Chinese).
- Asakawa E, Kawanaka T. 1993. Seismic ray tracing using linear travelttime interpolation[J]. *Geophysical Prospecting*, 41(1): 99–111.
- Bai C Y, Huang G J, Zhao R. 2010. 2-D/3-D irregular shortest-path ray tracing for multiple arrivals and its applications [J]. *Geophys J Int*, 183(3): 1596–1612.
- Brodal G S. 2013. A survey on priority queues[G]//*Space-Efficient Data Structures, Streams, and Algorithms*. Heidelberg: Springer: 150–163.
- Cardarelli E, Cerreto A. 2002. Ray tracing in elliptical anisotropic media using the linear travelttime interpolation (LTI) method applied to travelttime seismic tomography[J]. *Geophysical Prospecting*, 50(1): 55–72.
- Cormen T H, Leiserson C E, Rivest R L, Stein C. 2009. *Introduction to Algorithms*[M]. 3rd ed. London: MIT Press: 151–169.
- Julian B R, Gubbins D. 1977. Three-dimensional seismic ray tracing[J]. *J Geophys*, 43(1/2): 95–113.
- Moser T J. 1991. Shortest path calculation of seismic rays[J]. *Geophysics*, 56(1): 59–67.
- Qin F, Luo Y, Olsen K B, Cai W Y, Schuster G T. 1992. Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts[J]. *Geophysics*, 57(3): 478–487.
- Thurber C H, Ellsworth W L. 1980. Rapid solution of ray tracing problems in heterogeneous media[J]. *Bull Seismol Soc Am*, 70(4): 1137–1148.
- Vidale J. 1988. Finite-difference calculation of travel times[J]. *Bull Seismol Soc Am*, 78(6): 2062–2076.
- Xu T, Xu G M, Gao E G, Li Y C, Jiang X Y, Luo K Y. 2006. Block modeling and segmentally iterative ray tracing in complex 3D media[J]. *Geophysics*, 71(3): T41–T51.
- Xu T, Zhang Z, Gao E, Xu G, Sun L. 2010. Segmentally iterative ray tracing in complex 2D and 3D heterogeneous block models[J]. *Bull Seismol Soc Am*, 100(2): 841–850.
- Zhao A H, Zhang Z J, Teng J W. 2004. Minimum travel time tree algorithm for seismic ray tracing: Improvement in efficiency[J]. *J Geophys Eng*, 1(4): 245–251.

作者简介



孔道注浆质量检测与评估等方面的研究。

卢江波 湖南大学土木工程学院在读博士研究生。2009年湖南大学土木工程学院桥梁与隧道专业毕业，获工学学士学位；2009年9月至今，湖南大学土木工程学院桥梁与隧道专业硕博连读，主要从事预应力



马洁美 中国地震局地球物理研究所助理研究员。2003年北京信息工程学院电子信息技术专业毕业，获工学学士学位；2006年中国地震局地球物理研究所地球探测与信息技术专业毕业，获理学硕士学位。

现主要从事地震观测技术及地震计振动检测方面的研究。



地震学会会员。

石富强 陕西省地震局助理工程师。2011年兰州大学工程力学专业毕业，获工学硕士学位。曾从事工程问题的力学建模与仿真研究，现主要从事地震地电学及地震活动相关分析方面的研究工作。陕西省



黄星 北京工业大学环境与能源学院在读博士研究生。2011年北京大学地球与空间科学学院毕业，获理学学士学位；2014年中国地震局地震预测研究所固体地球物理专业毕业，获硕士学位。主要从事青

藏高原接收函数各向异性方面的研究。