

强余震的准周期性*

王碧泉 杨锦英 王春珍

(国家地震局地球物理研究所)

摘要

本文考察了我国华北及西南 $M \geq 7$ 地震的余震序列，在 $M - \log t$ 图上余震活动呈现有交替的高潮期和低潮期，称为准周期性。取高潮期中极大余震发生时间 t_n 与周期函数 $S(t) = \sin\left(\frac{2\pi t}{T(t)} + \frac{\pi}{2}\right)$ 的峰值依次拟合，求得各峰值时的周期 T_n ，各余震序列的结果一致表明 $\log T = \log \alpha + q \log t$ 的线性关系存在，即 $T = \alpha t^q$ 。并讨论了 T 随 t 的幂函数增加主要是由于荷载率 \dot{P} 随时间幂函数减小所致。

外推 $S(t)$ ，可用下一个峰值对应的 t 预测下一个强余震的发震时间。本文还讨论了相邻两强余震的时间间隔与强余震震级的关系。

一、引言

1976年7月唐山7.8级地震发生后，面临问题之一是其强余震的预测。我们试图研究余震序列自身的物理规律，以寻求预测的方法。

将相继两个 $M_L \geq 6$ 强余震之间的时间间隔记为 τ （表1），可见 τ 随时间是变化的，即强余震的发生无简单的周期性（图1(b)， $M_L \geq 5.5$ ）。

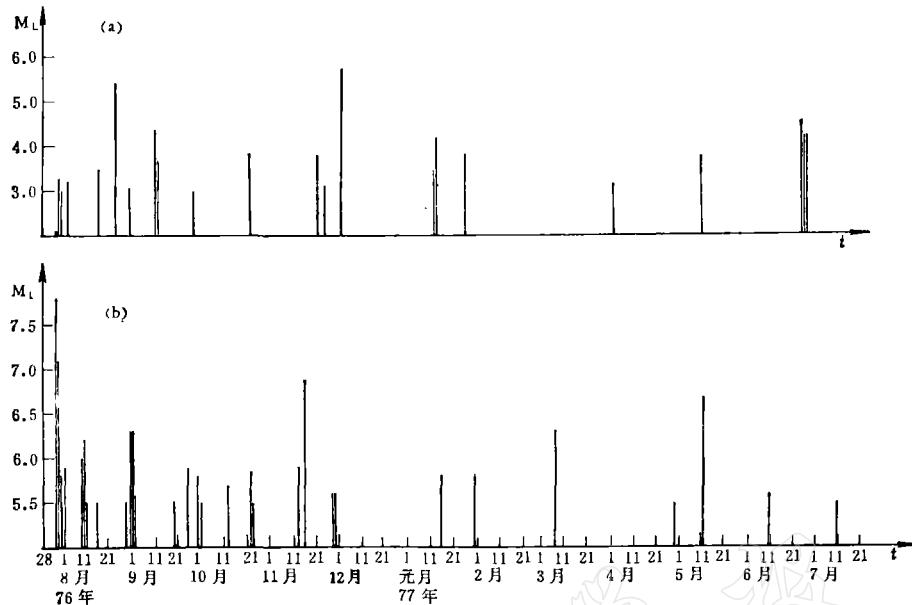
表1 唐山余震 $\tau-t$ 表 ($M_L \geq 6.0$)

年.月.日	h-m-s	M_L	τ (天)	t (天)
76. 7.28	18-58-35.6	6.2		1
8. 8	19-09-10.3	6.0	11	11
8. 9	06-41-32.5	6.2	1	12
8.31	11-25-30	6.3	22	34
8.31	11-27-24.3	6.3		34
11.15	21-53-02.7	7.1	76	110
77. 3. 7	08-28-41.2	6.3	112	222
5.12	19-17-54.2	6.7	66	288

茂木清夫^[1]曾得到早期余震频度，符合下式：

$$n(t) = n_1 t^{-b} \quad 0 < t < t_0 \quad (1-1)$$

* 1978年10月12日收到。

图 1 $M-t$ 图(a)——宝坻地震 ($M_L \geq 3.0$) (b)——唐山余震 ($M_L \geq 5.5$)

这里, t 为距主震的时间, n_1 、 h 都是常数, t_0 约为 100 天.

某时刻 t 的余震频度若为 n , 则此时刻单位时间内 τ 的平均值 $\bar{\tau}$ 与 n 的关系为 $\bar{\tau} = \frac{1}{n}$, 将公式(1-1)代入则有:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{n_1 t^{-h}} = n'_1 t^h \quad 0 < t < t_0 \quad (1-2)$$

其中 $n_1 = \frac{1}{n_1}$ 为常数.

n 是个统计量, 当样本数大时符合(1-1)式, 则 $\bar{\tau}$ 应符合(1-2)式. 若研究强余震, 由于样本数小, 无法研究 $\bar{\tau}$ 而只能研究单个的 τ , 那么 τ 是否符合(1-2)式呢? 取 $M_L \geq 6$ 和 $M_L \geq 5.5$ 唐山强余震, 在双对数坐标中分别作 $\tau-t$ 图, 可以看到, 线性关系似乎存在(图 2), 但数据点分散, 说明简单地取 M 大于某震级的强余震进行研究是不够的.

图 1(a) 中还画出了宝坻地震 $M-t$ 图. 可以看到在三次唐山 $M_L \geq 6.5$ 的强余震(76 年 7 月 28 日, $M_s = 7.1$; 76 年 11 月 15 日, $M_s = 6.9$; 77 年 5 月 12 日, $M_L = 6.7$)之后, 相隔一段时间宝坻地区就分别发生 $M_L \geq 4.5$ 的地震(76 年 8 月 24 日, $M_L = 5.5$; 76 年 12 月 2 日, $M_L = 5.8$; 77 年 6 月 24 日, $M_L = 4.6$), 两者有相关现象, 这种现象有没有什么物理联系呢?

本文从余震的全过程研究了强余震发生的准周期性, 作了曲线拟合, 并讨论了它与荷载率及震级的关系. 也分析了宝坻地震与唐山余震相关的物理联系.

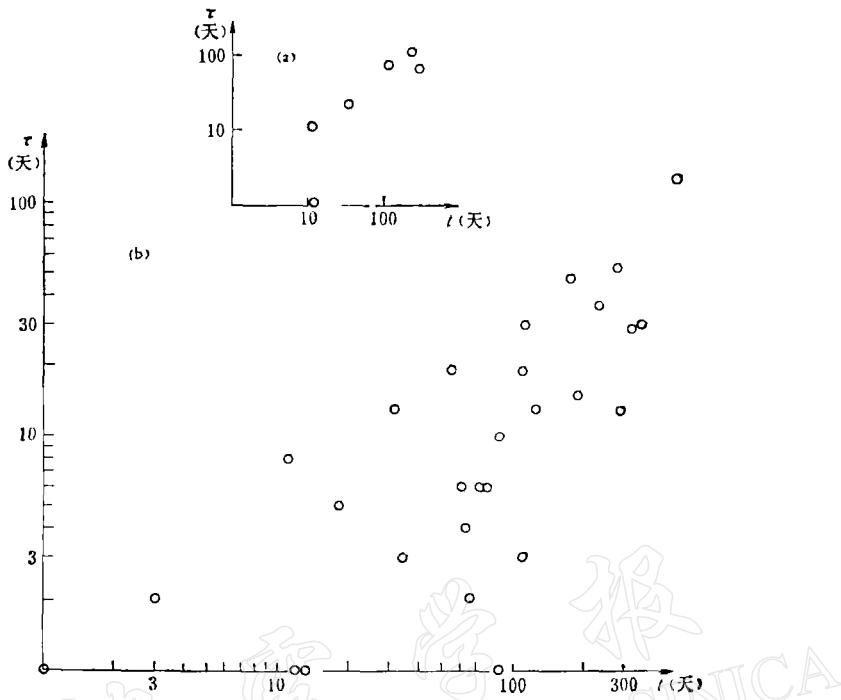


图 2 唐山余震 $\tau-t$ 图
(a) $M_L \geq 6.0$ (b) $M_L \geq 5.5$

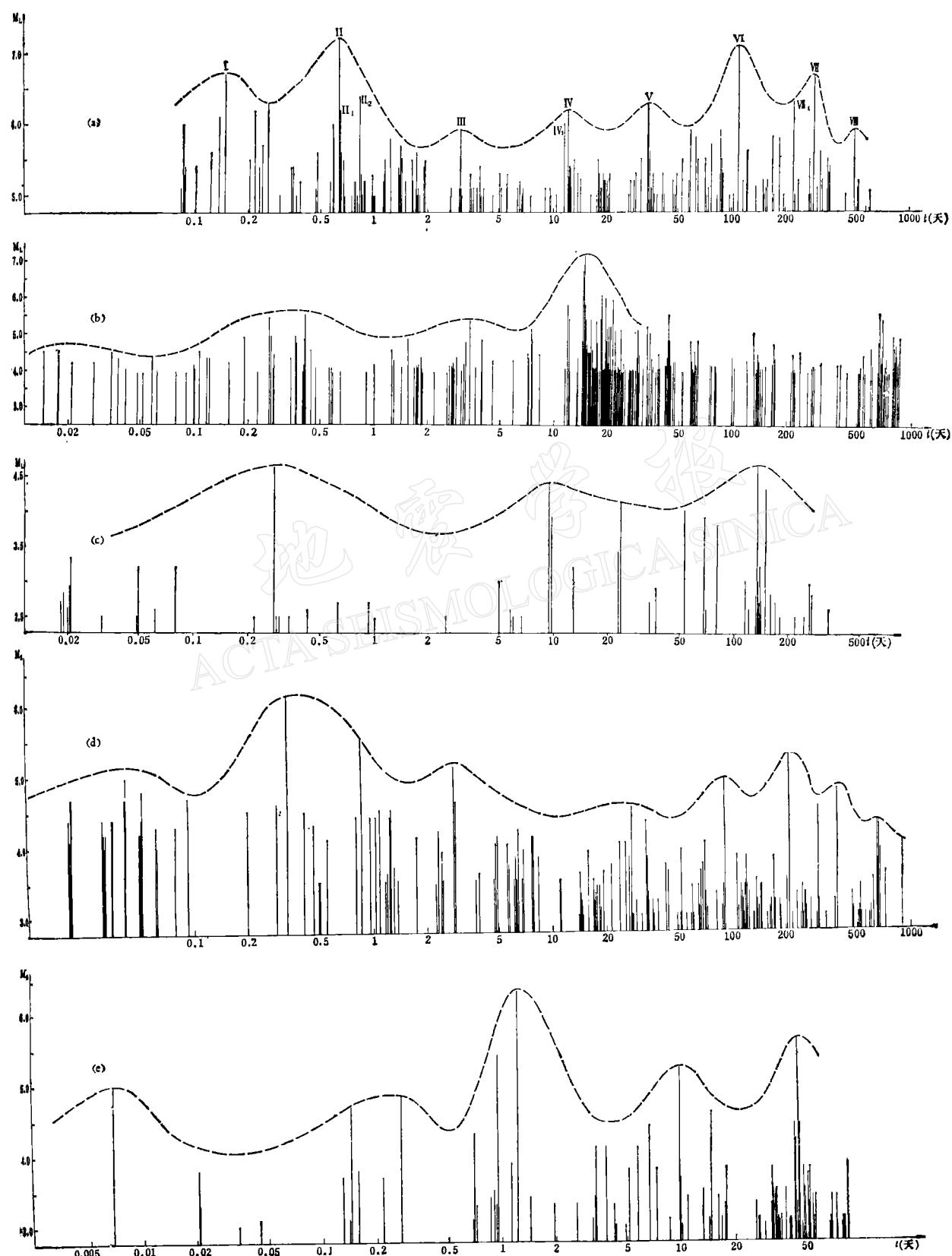
二、资 料

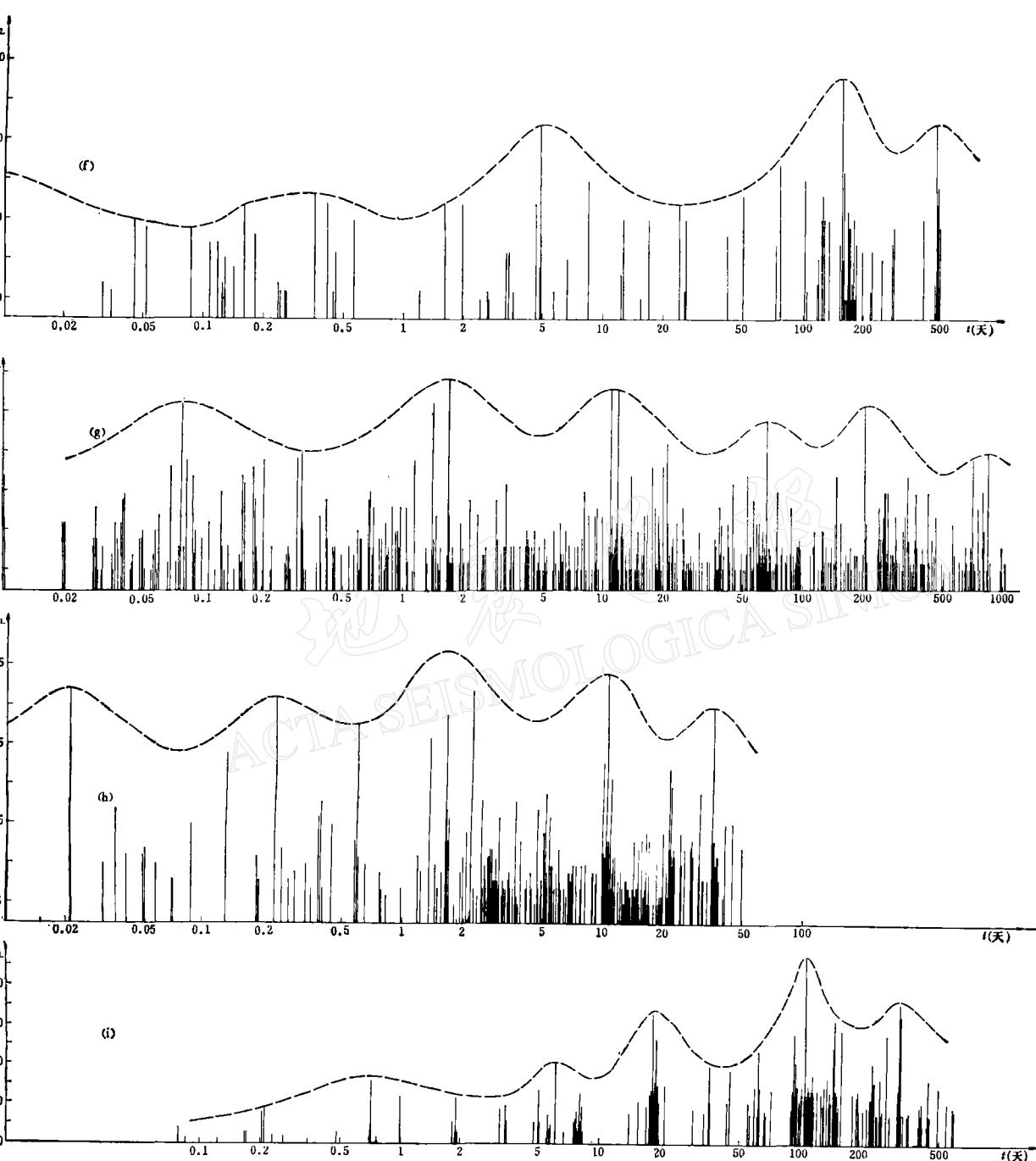
全部 $M \geq 6$ 的主震基本参数取自“中国强地震简目”；余震序列的基本参数则取自不同的报告；邢台余震基本参数取自河北省地震局编“邢台地震目录”；河间、渤海、海城、唐山等余震序列的基本参数均取自地球物理所值班室“速报”或编印的“目录”；龙陵余震基本参数取自云南地震局和国家地震局地震工作队印“龙陵地震余震目录”；炉霍、松潘余震基本参数取自四川省地震办公室和国家地震局成都地震大队印“四川地震目录”；宝坻地震整个序列的基本参数(包括 1976 年 8 月 24 日, $M_L = 5.5$ 的地震)均取自地球物理所值班室“速报目录”。

三、强余震的准周期性

引言中已述, 强余震的 τ 不为常数, 而是随时间增大, 即强余震的发生并无简单的周期性, 但 $\log \tau$ 与 $\log t$ 的线性关系似乎存在, 不过资料点很分散。

为进一步研究 τ 随 t 变化的关系, 考虑到 τ 随 t 增大, 我们没有选择通常的 $M-t$ 坐标作图, 而是在单对数坐标中作 $M-t$ 图。下面的研究都是在 t 的对数坐标中进行的, 其中时刻 t 都是从主震发震时刻起算的。图 3(a) 为唐山余震序列 $M-t$ 单对数坐标图 ($M_L \geq 5.0$), 可看到余震活动呈现出高潮期和低潮期, 且高潮的强度是起伏的。在高潮期中常



图 3 余震序列 $M-t$ 图

- (a)——唐山余震 ($M_L \geq 5.0$) (b)——邢台余震 ($M_L \geq 4.0$) (c)——河间余震 ($M_L \geq 2.5$)
 (d)——渤海余震 ($M_S \geq 3.0$) (e)——炉霍余震 ($M_S \geq 3.0$) (f)——松潘余震 ($M_L \geq 3.0$)
 (g)——海城余震 ($M_L \geq 3.5$) (h)——龙陵余震 ($M_L \geq 3.5$) (i)——宝坻地震 ($M_L \geq 1.0$)

发生一个相对强的余震并伴有一个或数个次强余震，如 II₁、II₂、IV₁、VII₁ 等伴随 II、IV、VII 而发生，有时高潮期中相继发生两个同等强度的地震如 V。我们选取每个高潮期中最大的地震作为该高潮期的代表，用其发震时刻作为该高潮期峰值的时刻，分别标记为 I—VIII，而临近高潮期的次强余震 II₁、II₂、VII₁ 等虽与某些其他高潮期的峰值强余震的震级相当，但考虑它不是本高潮期中的极大余震，故不取。因此我们不是单纯从统计上取出震级大于某级的余震进行研究，而是考察余震的整个序列，考察其活动性的高潮低潮现象，取出高潮期中最强的余震进行研究，它表征了余震序列的某种属性。

在编号 I—VIII 强余震中，仍取相邻两编号之间的时间差为 τ ，可以看到在单对数坐标图中 τ 的长度近于相等，有某种周期现象，我们称这种周期现象为强余震的准周期性，图中用虚线示意出这种准周期性。仔细观察看到，在单对数坐标图中， τ 的长度仍不为常数，下面作曲线拟合并进一步指出在某种坐标中将找到这些强余震有通常的周期性。

上述准周期性是否为唐山余震所特有的呢？为此考察 1966 年以来华北地区（包括辽宁）及西南地区 $M \geq 7$ 的地震（表 2 列出了全部 $M \geq 7$ 的地震），其中 1970 年通海、1974 年

表 2 1966 年以来华北及西南 $M \geq 7$ 地震基本参数表

年·月·日	h-m-s	$\varphi(N)$	$\lambda_{(B)}$	$h_{(KM)}$	M	地点
66.3.8	05-29-14	37°21'	114°55'	10	6.8	河北邢台
66.3.22	16-19-46	37°32'	115°03'		7.2	(同上)
69.7.18	13-24-49	38°2	119°4	35	7.4	渤海
*70.1.5	01-00-37	24°0	102°07'	13	7.7	云南通海
73.2.6	18-37-08.3	31°4	100°6	17	7.9	四川炉霍
*74.5.11	03-25-18.3	28°2	103°9	14	7.1	云南永善—大关
75.2.4	19-36-06	40°39'	122°48'	12	7.3	辽宁海城
76.5.29	22-00-22.5	24°33'	98°45'	20	7.6	云南龙陵
76.7.28	03-42-53.8	39°6	118°2	16	7.8	河北唐山
*76.8.16	22-06-46.2	32°7	104°2		7.2	四川松潘
67.3.27	16-58-20	38°5	116°5	30	6.3	河北河间、大城
73.8.11	15-15-33.9	32°53'	104°00'	8	6.5	四川松潘
76.8.24	18-52-08	39°36.5'	117°26'		M _L 5.5	河北宝坻

(1) *号为缺余震资料的 $M \geq 7$ 的地震

(2) 宝坻地震参数取自地球物理所值班室目录，其余均取自“中国强震简目”

永善、1976 年松潘等三个地震因缺资料未作研究，其余 6 个 $M \geq 7$ 地震都有准周期现象，其中邢台地震序列在发生了 3 月 22 日 7.2 级地震后，准周期性乱了，这可能是由于 8 日和 22 日两个大地震的余震序列叠加的缘故。邢台、渤海、炉霍、海城、龙陵等余震序列的单对数坐标 $M-t$ 图分别示于图 3(b)、(d)、(e)、(g)、(h) 中。此外还尽可能收集华北及西南 $M \geq 6$ 地震的余震序列，但因主震震级较小，资料更不完整，仅补充了 1967 年 3 月 27 日河间 $M = 6.3$ 地震，1973 年 8 月 11 日松潘 $M = 6.5$ 地震的资料，它们的余震序列的单对数坐标 $M-t$ 图亦示于图 3(c)、(f)。

前述及宝坻地震和唐山余震的相关现象，本文还研究了宝坻地震序列，其 $M-t$ 图也呈现准周期现象（图 3(i)）。

四、准周期的曲线拟合及相关检验

前面已述强余震有准周期性。设余震序列的周期 $T(t)$ 为幂函数形式：

$$T = at^q \quad (4-1)$$

则

$$\log T(t) = \log a + q \log t \quad (4-2)$$

借用通常周期函数的形式，并设其中 A 、 T 为 t 的函数，则有：

$$S(t) = A(t) \sin \left(\frac{2\pi t}{T(t)} + \varphi \right) \quad (4-3)$$

其中 $A(t)$ ——振幅， φ ——相角。

一般需找寻 $A(t)$ 、 $T(t)$ 函数，使 $S(t)$ 与图 3 中虚线所示周期性拟合。由于余震序列的强度随时间衰减的规律尚不清楚，暂设 $A(t) = 1$ ，然后将周期函数 $S(t)$ 的峰值与 M—t 图中的峰值拟合。

已取主震发震时刻为起算时间，不失一般性可令 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 。前面已述，取单对数坐标

M—t 图中各高潮期的最强余震 I、II、III、……的发震时间代表高潮期的峰值，记为 t_1 、 t_2 、 t_3 、…… t_n ……，它与周期函数 $S(t)$ 的峰值依次拟合，则应满足：

$$\frac{2\pi t_1}{T_1} = 1 \times 2\pi, \frac{2\pi t_2}{T_2} = 2 \times 2\pi, \dots, \frac{2\pi t_n}{T_n} = n \times 2\pi, \dots,$$

这里 T_1 、 T_2 、…… T_n ……分别为第一个峰值、第二个峰值、……第 n 个峰值时的瞬时周期，则可求出：

$$T_1 = t_1, T_2 = \frac{t_2}{2}, \dots, T_n = \frac{t_n}{n}, \dots, \quad (4-4)$$

若所选 $T(t)$ 的幂函数形式 (4.1) 式符合实际，则在双对数坐标中作 T_n — t_n 图应为直线，图 4 为 T_n — t_n 图，可以看到线性关系确实存在，与图 2 比较，资料点分散程度小得多。这表明对强余震时间序列的研究，单纯从统计上考虑震级大于某级的地震是不够的，必须研究整个余震序列具有的准周期性，其峰值可用高潮期中最强的余震发生时间来代表。

对图 4 中线性关系，可按通常办法作曲线拟合，例如对唐山强余震可求得

$$\log T = (-0.30 \pm 0.03) + (0.76 \pm 0.02) \log t \quad (4-5)$$

对比 (4-2) 得到参数

$$\log a = -0.30, q = 0.76$$

对其余的余震序列及宝坻地震序列均按同样方法作曲线拟合，拟合结果均列于表 3。图 4 中也画出了对应的拟合曲线。

在回归分析中，通常用相关系数 r 来描述两个变量线性关系的密切程度：

$$r = \frac{\Sigma(X_n - \bar{X})(Y_n - \bar{Y})}{\sqrt{\Sigma(X_n - \bar{X})^2 \Sigma(Y_n - \bar{Y})^2}} \quad (4-6)$$

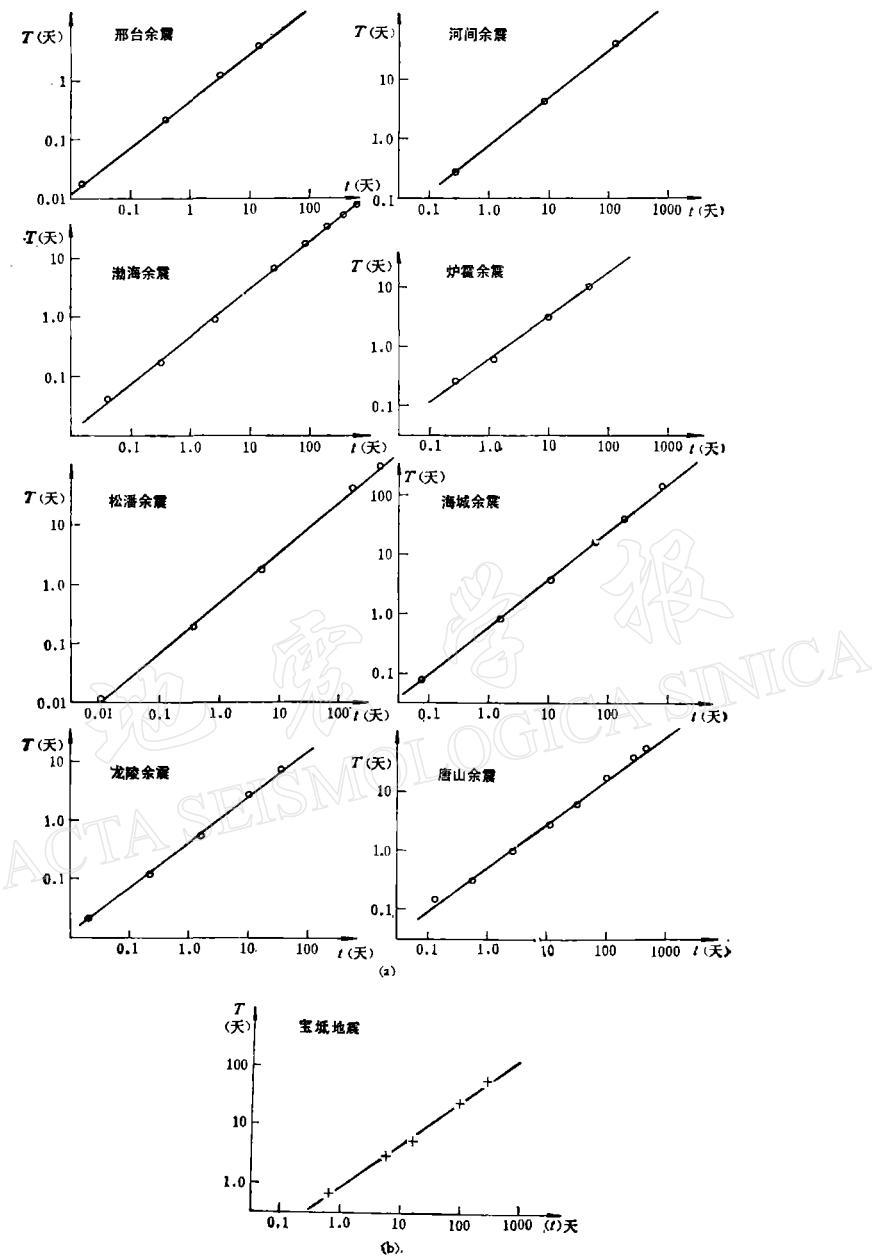


图 4
(a)——强余震 $T-t$ 图 (b)——宝坻地震 $T-t$ 图

其中

$$X_n = \log T_n, \bar{X} = \frac{\sum \log T_n}{n},$$

$$Y_n = \log t_n, \bar{Y} = \frac{\sum \log t_n}{n},$$

对各余震序列及宝坻地震序列,表 3 中也列出了公式(4-2)形式拟合曲线所对应的 γ 值,

表 3 强余震准周期性曲线拟合结果

地震区	q	$\log \alpha$	Δq	$\Delta \log \alpha$	γ	$\alpha_{n=2}^{0.01}$
邢台	0.794	-0.368	0.004	0.004	0.999	0.990
河间	0.82	-0.11	0.01	0.02	1.000	1.000
渤海	0.80	-0.34	0.01	0.02	0.999	0.834
炉霍	0.74	-0.20	0.04	0.04	0.996	0.990
松潘	0.86	-0.33	0.01	0.02	0.999	0.959
海城	0.81	-0.24	0.01	0.02	0.999	0.917
龙陵	0.79	-0.40	0.02	0.02	0.999	0.959
唐山	0.76	-0.30	0.02	0.03	0.998	0.834
宝坻	0.74	-0.08	0.03	0.04	0.998	0.959

可以看到,对这些直线, $\log T$ 与 $\log t$ 的相关系数 γ 在 $\alpha = 0.01$ 的水平上都是显著的, 说明 $\log T = \log \alpha + q \log t$ 的线性关系是确实存在的, 且显著性较高.

五、讨 论

1. 准周期与荷载率 \dot{P} 的关系:

布雷迪 (Brady^[2]) 由包体理论得到:

$$\Delta\tau = \frac{\mu \bar{\varepsilon} E S}{\dot{P}} L^2 \quad (5-1)$$

式中 $\Delta\tau$ 称为前兆时间, 定义为微裂隙闭合期开始和破裂发生之间的一段时间. μ 为常数. $\bar{\varepsilon}$ 表示平均尺度微裂隙闭合时 dV 内的平均应变, 这里 dV 为震源体积 V 的一个体积单元. \dot{P} 和 E 分别为临破裂前震源区的荷载率和杨氏模量的平均值. S 为包体厚度. L 为震源区有效长度.

前面观测结果表明, 强余震是在余震活动周期的峰值处发生的, 此周期随时间是以幂函数增大的. 对这些强余震, 姑且认为其前兆时间 $\Delta\tau$ 是比例于该震发生时的周期 T 的, 即

$$\Delta\tau \propto T(t) = at^q \quad (5-2)$$

则有

$$T = at^q \propto \frac{\mu \bar{\varepsilon} E S L^2}{\dot{P}} \quad (5-3)$$

那么 (5-3) 式右边各量中, 什么变量对 T 的幂函数变化起主要作用呢? 考察右边各量, 其中 μ 是常数, $\bar{\varepsilon}$ 、 E 、 S 等量的变化都不是幂函数增加的, 而余震强度 (M) 随时间是起伏衰减的, 所以 L^2 亦不是幂函数增加的. 作为一级近似则有

$$T(t) = at^q \propto \frac{1}{\dot{P}} \quad (5-4)$$

即 T 随 t 的幂函数增加主要是由于 \dot{P} 随时间的幂函数减小所致.

$T \propto \frac{1}{\dot{P}}$ 在物理上是可以理解的. 主震的发生释放了震源区大部分能量, 但集中的应

力尚未全部解除, 在整个孕震区的某些部位, 又发生局部应力较大的相对集中, 直至破裂, 则达到余震活动的一个高潮期并发生强余震, 它又释放了震源区一部分能量, 如此继续, 震源区的应力便逐步解除, 使荷载率 \dot{P} 随 t 减小。大家熟悉, 余震序列是迅速衰减的, 所以 \dot{P} 随 t 的幂函数减小是可以理解的。

2. 相邻两强余震的时间间隔与强余震震级的关系:

前面已述, 用周期函数式(4-3)的峰值时间可以拟合强余震的发生时间。 $s(t)$ 的峰值 t_n 满足

$$\frac{2\pi t_n}{T_n} = 2n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

将 $T_n = at_n^q$ 代入则得

$$\frac{t_n^{1-q}}{a} = n$$

因此相邻两峰值的时间间隔在 $\frac{t^{1-q}}{a}$ 坐标中为

$$t' = \frac{t_n^{1-q}}{a} - \frac{t_{n-1}^{1-q}}{a} = n - (n-1) = 1 \quad (5-5)$$

恒为 1。即在 $\frac{t^{1-q}}{a}$ 坐标中, 强余震应具有通常的周期性。

从预测角度, 我们关心晚期有强余震的地震序列, 如唐山、松潘、龙陵等三个地震序列, 在距主震 1 个月以后, 仍有与主震震级之差 $M' = M_{L主} - M_{L余} < 1.5$ 的强余震。图 5 中示出它们的强余震与周期函数 $s(t)$ 的对应情况, $s(t) = \sin\left(\frac{2\pi t}{at^q} + \frac{\pi}{2}\right)$ 中参数 a, q 取自表 3 中对应参数。由图可见, 强余震是在周期函数的峰值附近发生的, 但仍有超过误差的偏离。我们注意到, 对松潘 5.8 余震、龙陵 6.3 余震、唐山 7.1 余震, 它们与前面相邻的强余震之间的时间差比两峰值间时间差大, 即它们的 t' 观测值比 1 大。这是否与震级有

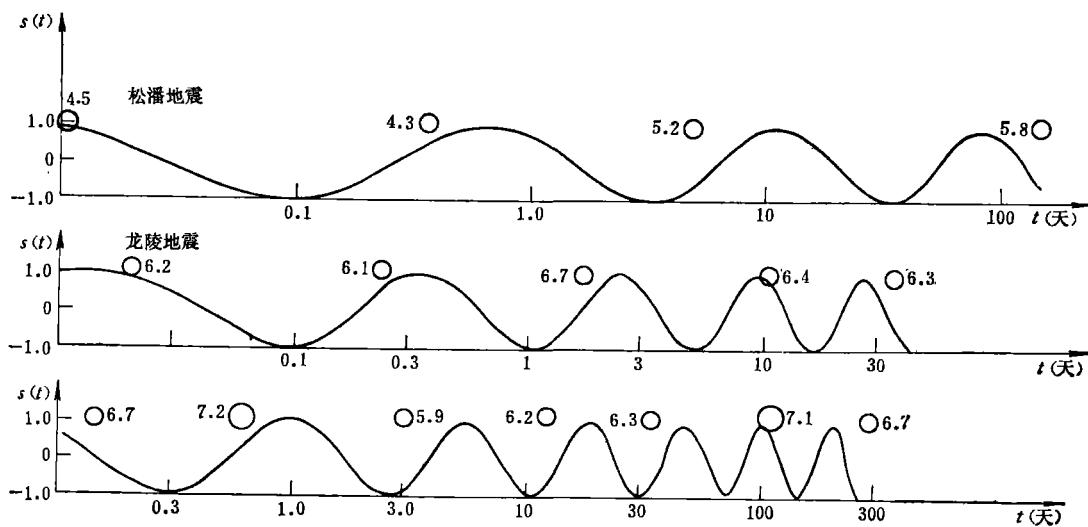


图 5 强余震与 $s(t)$ 曲线峰值拟合

关呢?

要研究相邻两强余震时间间隔与后一个强余震震级的关系, 在 t' 坐标中是难于进行的, 因为其主要趋势是 τ 随 t' 幂函数增大。只有在本节所述 $\frac{t^{1-q}}{a}$ 坐标中, 消除了荷载率 P 作为一级因子引起的变化才有可能寻找二级因子的作用。因此图 3 中直线拟合较好以及表 3 中相关检验显著主要说明 $T = at^q$ 幂函数关系较好。

对松潘、龙陵、唐山地震, 取曲线拟合得到的 a, q 值(表 3), 分别求出各强余震的 $\frac{t_n^{1-q}}{a}$, $n = 1, 2, \dots$ 及相应的 $t'_n = \frac{t_n^{1-q}}{a} - \frac{t_{n-1}^{1-q}}{a}$, $n = 2, 3, \dots$, 这里 t_n 是取观测值即强余震发生的时间。取上述三个晚期强余震前后 $M' \leq 2.0$ 的强余震作 $M'—t'$ 图(图 6), 可

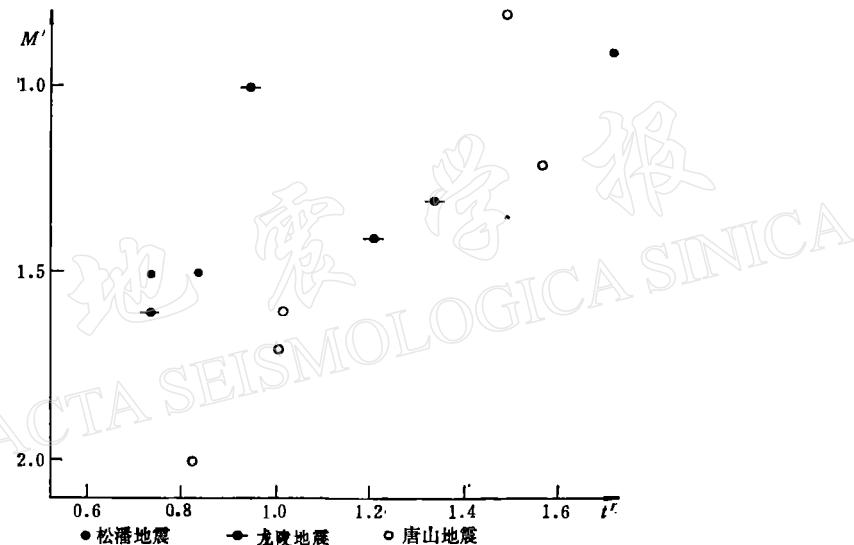


图 6 $M'—t'$ 图

以看到, 虽然观测点较分散, 但仍存在 M' 随 t' 线性变化的趋势, 即强余震的震级大时(M' 小), 则对应的 t' 大, 也就是说, 震级愈大, 所需孕震时间愈长。

3. 唐山余震和宝坻地震的关系

引言中已述, 宝坻地震与唐山强余震有相关现象, 表 3 中已列出各自的拟合结果, 宝坻地震 $q = 0.74$, 唐山强余震 $q = 0.76$, 是很接近的。因此在 7 月 28 日唐山地震与 8 月 24 日宝坻地震第一次呼应后就显示出后面几次唐山强余震和宝坻地震的呼应性。由公式(5-4), $T \propto \frac{1}{P}$, 由 q 值的相近, 可以解释为: 宝坻地震与唐山强余震的相关是由于两个序列的 T 相近而显示的, 进而可解释为两者 P 随时间的变化关系相近, 显示出相邻的宝坻地区可能与唐山地区受同一个更大的应力场的作用。

4. 准周期性在预报上的应用

准周期性可试用于强余震(或某些地震序列)的预测, 大体程序如下:

- (1) 在单对数坐标中作 $M'—t'$ 图。

- (2) 由 $M-t$ 图找出余震活动高潮期及其峰值强余震对应的 t_n , 按式(4-4)求出 T_n .
 (3) 按(4-2)作曲线拟合, 求 a 、 q 值.
 (4) 由 $\frac{t_{n+1}^{1-q}}{a} = n + 1$ 可求出第 $n + 1$ 个峰的时间 t_{n+1} , 即为下一个强余震的预测发震时间.

参照其他方法若能估计下一个强余震的震级, 还可参考图 6, 修正预测时间. 按此程序, 原则上说, 若发生了两个强余震, 则可预测第三个强余震的发生时间, 而且, 本文求出的 q 值在 0.74—0.86 之间, 相差不大, 此值可作为早期强余震预测时的参考.

一般说来, 回归方程的适用范围仅限于原来观测数据的变动范围, 而不能随意外推. 因此将曲线拟合结果用于外推预测时必须十分小心并需在实践中检验.

参 考 文 献

- [1] 茂木清夫, On the time distribution of aftershocks accompanying the recent major earthquakes in and near Japan, *B. E. R. I.*, 40, 107—124, 1962.
 [2] B. T. Brady, Theory of earthquakes I. A scale independent theory of rock failure, *Pure. Appli. Geophy.*, 112, 4, 701—725, 1974.

PSEUDO-PERIODICITY OF STRONG AFTERSHOCKS

Wang Bi-quan Yang Jin-ying Wang Chun-zhen

(Institute of Geophysics, State Seismological Bureau)

Abstract

In this paper, the aftershocks sequences of large earthquakes, $M \geq 7$, occurred in South-west and North China indicate alternatively high and low seismic activity on the $M-\log t$ diagrams, giving rise to the notion of pseudo-periodicity. By fitting the times of occurrence, t_n , of the strongest aftershock of each interval of high seismic activity of an aftershock sequence with the peak values of the periodic function $S(t) = \sin\left(\frac{2\pi t}{T(t)} + \frac{\pi}{2}\right)$ of period $T(t)$, we found that the linear relation $\log T = \log a + q \log t$ holds, which means $T(t) = at^q$. It is proposed that the increase of T with t according to a power function is mainly due to the fact that the loading rate P decreases with time in accordance to a power function.

By extrapolation we can predict the time of occurrence of the next strong aftershock by the next peak value of $S(t)$. The relation between the time interval of two neighbouring strong aftershocks and their magnitudes has also been discussed.