

文章编号: 0253-3782(2003)02-0154-09

双相各向异性介质中弹性波传播 有限元方程及数值模拟^{*}

刘 洋 魏修成

(中国北京 102200 石油大学 CNPC 物探重点实验室)

摘要 基于 Biot 双相各向异性介质理论和动态问题的哈密顿原理, 推导出任意双相各向异性介质中弹性波传播的有限元方程, 并给出双相各向异性介质中弹性波有限元方程的数值解法. 最后进行有限元法的数值模拟, 对双相各向异性介质中弹性波传播特征进行了模拟与分析.

关键词 双相 各向异性介质 弹性波传播 有限元方程 数值模拟

中图分类号: P315.3⁺¹ **文献标识码:** A

引言

随着地震工程和能源地震勘探的深入发展, 为了较精确描述地下含流体多孔介质, 引入了双相介质理论. Biot(1955, 1956 a, b, 1962)奠定了双相介质波动传播理论的基础. Biot 双向各向异性理论假定固体骨架是统计各向异性的; 孔隙是连通的, 孔隙中充满流体, 这类流体是各向同性的, 具有粘滞性和可压缩性; 骨架和流体之间存在相对位移, 固体和流体的接触面可以形成摩擦. Zhu 和 McMechan(1991)对双相各向同性介质中弹性波波场进行了数值模拟研究; Dai 等(1995)研究了双相各向同性介质中弹性波传播有限差分数值模拟方法; 刘银斌等(1994)分析了柱坐标系下横向各向同性多孔介质弹性波传播特征; 魏修成(1995)研究了双相各向异性介质中弹性波及耗散波理论, 并进行了有限差分数值模拟研究; 刘洋和李承楚(1999, 2000)对双相各向异性介质中弹性波的传播特点进行了数值模拟与分析.

地震波传播数值模拟是研究地下复杂地层的有效辅助手段. 要想精确地模拟地震波在地下介质中的传播, 一方面要采用较为接近实际地层的地球物理模型; 另一方面要采用高精度的数值模拟算法来进行相应的模拟. 本研究应用动态问题的哈密顿原理, 导出了任意双相各向异性介质中弹性波传播的有限元方程, 并给出了双相各向异性介质中弹性波有限元方程的数值解法. 最后, 进行了数值模拟实验, 对双相各向异性介质中弹性波传播特征进行了观测.

* 国家 863 计划(2001AA602011-3)和国家“十五”科技攻关计划(2001BA605A-12)联合资助.
2002-01-28 收到初稿, 2002-12-27 收到修改稿并决定采用.

1 双相各向异性介质中弹性波传播有限元方程的导出

考虑二维问题, 选用三角形网格进行剖分. 设某三角形单元的3个节点分别为 i, j 和 m , 沿逆时针方向编号, 这3个节点对应的坐标分别为 (x_i, z_i) 、 (x_j, z_j) 和 (x_m, z_m) , 3个节点的固相位移分别为 (u_i, v_i, w_i) 、 (u_j, v_j, w_j) 和 (u_m, v_m, w_m) , 3个节点的流相位移分别为 $(\bar{u}_i, \bar{v}_i, \bar{w}_i)$ 、 $(\bar{u}_j, \bar{v}_j, \bar{w}_j)$ 和 $(\bar{u}_m, \bar{v}_m, \bar{w}_m)$, 单元上任意点的固相位移 \mathbf{U} 和 $\bar{\mathbf{U}}$ 流相位移分别表示为

$$\mathbf{U} = (u, v, w)^T \quad \bar{\mathbf{U}} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})^T \quad (1)$$

其中, 上标 T 表示向量或矩阵的转置.

1.1 单元上的能函数

单元上的动能 KE 为

$$KE = \frac{1}{2} \iint_{\Sigma} \left[\rho_{11} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)^T \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + 2\rho_{12} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)^T \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \rho_{22} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} \right)^T \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} \right] ds = \\ \frac{1}{2} \iint_{\Sigma} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{U}_e}{\partial t} \right)^T \rho_{11} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \frac{\partial \mathbf{U}_e}{\partial t} + 2 \left(\frac{\partial \mathbf{U}_e}{\partial t} \right)^T \rho_{12} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t} + \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t} \right)^T \rho_{22} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t} \right] ds \quad (2)$$

其中, t 表示时间; ρ_{11}, ρ_{12} 和 ρ_{22} 表示固相、耦合相和流相的质量密度参数.

$$\mathbf{U}_e = (u_i, v_i, w_i, u_j, v_j, w_j, u_m, v_m, w_m)^T \\ \bar{\mathbf{U}}_e = (\bar{u}_i, \bar{v}_i, \bar{w}_i, \bar{u}_j, \bar{v}_j, \bar{w}_j, \bar{u}_m, \bar{v}_m, \bar{w}_m)^T \quad (3)$$

$$\mathbf{N} = (N_i(x, z)\mathbf{I}, N_j(x, z)\mathbf{I}, N_m(x, z)\mathbf{I}) \quad (4)$$

$$N_i(x, z) = \frac{1}{2\Delta e} \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ x_j & z_j & 1 \\ x_m & z_m & 1 \end{vmatrix} \quad N_j(x, z) = \frac{1}{2\Delta e} \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ x_i & z_i & 1 \\ x_j & z_j & 1 \end{vmatrix} \\ N_m(x, z) = \frac{1}{2\Delta e} \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ x_i & z_i & 1 \\ x_m & z_m & 1 \end{vmatrix} \quad (5)$$

\mathbf{I} 为 3×3 阶单位矩阵, Δe 为三角形单元面积, $|\bullet|$ 表示矩阵 \bullet 的行列式.

单元上的势能 PE 为

$$PE = \frac{1}{2} \iint_{\Sigma} (\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{e} + \mathbf{s}) ds = \frac{1}{2} \iint_{\Sigma} (\mathbf{U}_e^T \mathbf{G}^T \mathbf{C}^T \mathbf{G} \mathbf{U}_e + 2\mathbf{U}_e^T \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} \bar{\mathbf{U}}_e + \bar{\mathbf{U}}_e^T \mathbf{R} \mathbf{H}^T \mathbf{H} \bar{\mathbf{U}}_e) ds \quad (6)$$

其中, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy})^T$ 为固相应力张量, $\mathbf{e} = (e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{yz}, e_{zx}, e_{xy})^T$ 为固相应变张量, s 表示孔隙流体有效压力, ϵ 是孔隙流体的应变. \mathbf{C} 为弹性参数矩阵, $\mathbf{C} = [c_{ij}]_{6 \times 6}$; \mathbf{Q} 为固相与流相耦合作用的弹性参数, $\mathbf{Q} = [Q_{ij}]_{6 \times 1}$; \mathbf{R} 为流体弹性参数.

$$\mathbf{H} = (\gamma_{jm}, 0, \alpha_{mj}, \gamma_{mi}, 0, \alpha_{im}, \gamma_{ij}, 0, \alpha_{ji}) \quad (7)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \gamma_{jm} & 0 & 0 & \gamma_{mi} & 0 & 0 & \gamma_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{mj} & 0 & 0 & \alpha_{im} & 0 & 0 & \alpha_{ji} \\ 0 & \alpha_{mj} & 0 & 0 & \alpha_{im} & 0 & 0 & \alpha_{ji} & 0 \\ \alpha_{mj} & 0 & \gamma_{jm} & \alpha_{im} & 0 & \gamma_{mi} & \alpha_{ji} & 0 & \gamma_{ij} \\ 0 & \gamma_{jm} & 0 & 0 & \gamma_{mi} & 0 & 0 & \gamma_{ij} & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\alpha_{op} = \frac{x_o - x_p}{2\Delta e} \quad \gamma_{op} = \frac{z_o - z_p}{2\Delta e}$$

(其中, $o = i, j$ 或 m ; $p = i, j$ 或 m)

单元上的耗散能 DE 为

$$DE = \frac{1}{2} \iint_{S_e} \left[\int_0^t \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} - \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} \right)^T \mathbf{B} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} - \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} \right) dt \right] ds = \frac{1}{2} \iint_{S_e} \left[\int_0^t \left(\frac{\partial \mathbf{U}_e}{\partial t} - \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t} \right)^T \mathbf{N}^T \mathbf{B} \mathbf{N} \left(\frac{\partial \mathbf{U}_e}{\partial t} - \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t} \right) dt \right] ds$$

其中, \mathbf{B} 为耗散系数矩阵, 且 $\mathbf{B} = [b_{ij}]_{3 \times 3}$.

单元上的外力势能 FP 为

$$FP = \iint_{S_e} \mathbf{U}^T \mathbf{F}_s ds + \iint_{S_e} \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{F}_f ds = \iint_{S_e} \mathbf{U}_e \mathbf{N}^T \mathbf{F}_s ds + \iint_{S_e} \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{N}^T \mathbf{F}_f ds$$

其中, \mathbf{F}_s 和 \mathbf{F}_f 分别表示作用于固相和流相的外力.

1.2 有限元方程的导出

为了导出双相各向异性介质中弹性波传播的有限元方程, 应用动态问题的哈密顿原理, 在时间区间 $[t_1, t_2]$ 上对拉格朗日泛函积分, 并使其变分为零, 即

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} (KE - PE + DE + FP) dt = 0$$

其约束条件为

$$\delta \mathbf{U}(t_1) = \delta \mathbf{U}(t_2) = 0 \quad \delta \bar{\mathbf{U}}(t_1) = \delta \bar{\mathbf{U}}(t_2) = 0$$

在时间区间 $[t_1, t_2]$ 上, 应用哈密顿原理进行化简, 并利用固相节点位移 \mathbf{U}_e 和流相节点位移 $\bar{\mathbf{U}}_e$ 的变分 $\delta \mathbf{U}_e$ 和 $\delta \bar{\mathbf{U}}_e$ 的任意性, 可得单元上的有限元方程为

$$(\mathbf{M}_{ss})_e \frac{\partial^2 \mathbf{U}_e}{\partial t^2} + (\mathbf{M}_{sf})_e \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t^2} + (\mathbf{C}_{sf})_e \frac{\partial \mathbf{U}_e}{\partial t} - (\mathbf{C}_{sf})_e \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t} + (\mathbf{K}_{ss})_e \mathbf{U}_e + (\mathbf{K}_{sf})_e \bar{\mathbf{U}}_e = (\mathbf{T}_s)_e$$

$$(\mathbf{M}_{sf})_e \frac{\partial^2 \mathbf{U}_e}{\partial t^2} + (\mathbf{M}_{ff})_e \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t^2} - (\mathbf{C}_{sf})_e \frac{\partial \mathbf{U}_e}{\partial t} + (\mathbf{C}_{sf})_e \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_e}{\partial t} + (\mathbf{K}_{sf})_e^T \mathbf{U}_e + (\mathbf{K}_{ff})_e \bar{\mathbf{U}}_e = (\mathbf{T}_f)_e$$

(14b)

其中

$$\begin{cases} (\mathbf{M}_{ss})_e = \iint_{S_e} \rho_{11} \mathbf{N}^T \mathbf{N} ds & (\mathbf{K}_{ss})_e = \iint_{S_e} \mathbf{G}^T \mathbf{C} \mathbf{G} ds \\ (\mathbf{M}_{sf})_e = \iint_{S_e} \rho_{12} \mathbf{N}^T \mathbf{N} ds & (\mathbf{K}_{sf})_e = \iint_{S_e} \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} ds \\ (\mathbf{M}_{ff})_e = \iint_{S_e} \rho_{22} \mathbf{N}^T \mathbf{N} ds & (\mathbf{K}_{ff})_e = \iint_{S_e} \mathbf{R} \mathbf{H}^T \mathbf{H} ds \\ (\mathbf{C}_{sf})_e = \iint_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{B} \mathbf{N} ds & (\mathbf{T}_s)_e = \iint_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{F}_s ds \\ (\mathbf{T}_f)_e = \iint_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{F}_f ds & \end{cases} \quad (15)$$

对公式(14a)和(14b)进行单元叠加, 即可得整体有限元运动方程:

$$\mathbf{M}_s \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} + \mathbf{M}_{sf} \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{U}}}{\partial t^2} + \mathbf{C}_{sf} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} - \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} \right) + \mathbf{K}_s \mathbf{U} + \mathbf{K}_{sf} \bar{\mathbf{U}} = \mathbf{T}_s \quad (16a)$$

$$\mathbf{M}_{sf} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} + \mathbf{M}_{ff} \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{U}}}{\partial t^2} - \mathbf{C}_{sf} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} - \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} \right) + \mathbf{K}_{sf}^T \mathbf{U} + \mathbf{K}_{ff} \bar{\mathbf{U}} = \mathbf{T}_f \quad (16b)$$

这就是双相各向异性介质中弹性波传播的有限元方程组. 式中, \mathbf{M}_s 为固相总质量矩阵, \mathbf{M}_{sf} 为固流相耦合总质量矩阵, \mathbf{M}_{ff} 为流相总质量矩阵; \mathbf{K}_s 为固相总刚度矩阵, \mathbf{K}_{sf} 为双相耦合总刚度矩阵, \mathbf{K}_{ff} 为流相总刚度矩阵; \mathbf{C}_{sf} 为双相总阻尼矩阵; \mathbf{U} 和 $\bar{\mathbf{U}}$ 分别为固相和流相所有节点位移的列向量; \mathbf{T}_s 和 \mathbf{T}_f 分别为固相和流相荷载向量.

如果仅考虑单相各向异性介质, 流相参数、耦合参数均变为 0, 则方程简化为

$$\mathbf{M}_s \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} + \mathbf{K}_s \mathbf{U} = \mathbf{T}_s \quad (17)$$

此方程与文献(吴春玲, 顾贤明, 1996; 周辉等, 1997)中的三维有限元方程退化到二维后的形式是一致的, 质量矩阵、刚度矩阵和荷载向量的表达式也是相同的.

2 有限元方程的数值解法

设双相各向异性介质中弹性波有限元方程组(16a)、(16b)的初始条件为, 已知

$$\mathbf{U}(t) \Big|_{t=0} \quad \bar{\mathbf{U}}(t) \Big|_{t=0} \quad \frac{\partial \mathbf{U}(t)}{\partial t} \Big|_{t=0} \quad \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}(t)}{\partial t} \Big|_{t=0} \quad (18)$$

由于式(16a)和(16b)中包含了对时间的二阶导数项, 所以要求解该方程组, 必须要先求出 $\mathbf{U}(\Delta t)$ 和 $\bar{\mathbf{U}}(\Delta t)$, Δt 为时间步长. 将 $\mathbf{U}(t)$ 和 $\bar{\mathbf{U}}(t)$ 在 $t=\Delta t$ 处按 Taylor 级数展开至三阶, 有

$$\mathbf{U}(\Delta t) = \sum_{m=0}^3 \frac{(\Delta t)^m}{m!} \frac{\partial^m \mathbf{U}(t)}{\partial t^m} \Big|_{t=0} \quad \bar{\mathbf{U}}(\Delta t) = \sum_{m=0}^3 \frac{(\Delta t)^m}{m!} \frac{\partial^m \bar{\mathbf{U}}(t)}{\partial t^m} \Big|_{t=0} \quad (19)$$

简记

$$\mathbf{U}'(0) = \frac{\partial \mathbf{U}(t)}{\partial t} \Big|_{t=0} \quad \mathbf{U}''(0) = \frac{\partial^2 \mathbf{U}(t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0} \quad \mathbf{U}'''(0) = \frac{\partial^3 \mathbf{U}(t)}{\partial t^3} \Big|_{t=0} \quad (20a)$$

$$\bar{\mathbf{U}}'(0) = \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}(t)}{\partial t} \Big|_{t=0} \quad \bar{\mathbf{U}}''(0) = \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{U}}(t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0} \quad \bar{\mathbf{U}}'''(0) = \frac{\partial^3 \bar{\mathbf{U}}(t)}{\partial t^3} \Big|_{t=0} \quad (20b)$$

则 $\mathbf{U}''(0)$ 和 $\bar{\mathbf{U}}''(0)$ 可由下列方程组

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{M}_{sf} \\ \mathbf{M}_{sf} & \mathbf{M}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}''(0) \\ \bar{\mathbf{U}}''(0) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{K}_{sf} \\ \mathbf{K}_{sf}^T & \mathbf{K}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \bar{\mathbf{U}}(0) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{sf} & -\mathbf{C}_{sf} \\ -\mathbf{C}_{sf} & \mathbf{C}_{sf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}'(0) \\ \bar{\mathbf{U}}'(0) \end{bmatrix} \quad (21)$$

解出. 上式是令(16a)和(16b)方程中 $t=0$ 得到的.

对方程(16a)和(16b)求关于时间 t 的一次导数, 并取 $t=0$, 则可得出计算 $\mathbf{U}''(0)$ 和 $\bar{\mathbf{U}}''(0)$ 的方程组

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{M}_{sf} \\ \mathbf{M}_{sf} & \mathbf{M}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}''(0) \\ \bar{\mathbf{U}}''(0) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{K}_{sf} \\ \mathbf{K}_{sf}^T & \mathbf{K}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}'(0) \\ \bar{\mathbf{U}}'(0) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{sf} & -\mathbf{C}_{sf} \\ -\mathbf{C}_{sf} & \mathbf{C}_{sf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}''(0) \\ \bar{\mathbf{U}}''(0) \end{bmatrix} \quad (22)$$

在已知 $t=0$ 和 $t=\Delta t$ 时刻的固相和流相位移后, 即可采用有限差分方法递推求解有限元方程组(16a)和(16b). 在具体求解时, 关于时间的一阶和二阶导数, 均采用二阶精度的中心差分格式, 从而式(16a)和(16b)的差分方程可写为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s + 0.5 \Delta t \mathbf{C}_{sf} & \mathbf{M}_{sf} - 0.5 \Delta t \mathbf{C}_{sf} \\ \mathbf{M}_{sf} - 0.5 \Delta t \mathbf{C}_{sf} & \mathbf{M}_{ff} + 0.5 \Delta t \mathbf{C}_{sf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(t + \Delta t) \\ \bar{\mathbf{U}}(t + \Delta t) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2\mathbf{M}_{ss} - (\Delta t)^2 \mathbf{K}_{ss} & 2\mathbf{M}_{sf} - (\Delta t)^2 \mathbf{K}_{sf} \\ 2\mathbf{M}_{sf} - (\Delta t)^2 \mathbf{K}_{sf}^T & 2\mathbf{M}_{ff} - (\Delta t)^2 \mathbf{K}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(t) \\ \bar{\mathbf{U}}(t) \end{bmatrix} - \\ \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s - 0.5 \Delta t \mathbf{C}_{sf} & \mathbf{M}_{sf} + 0.5 \Delta t \mathbf{C}_{sf} \\ \mathbf{M}_{sf} + 0.5 \Delta t \mathbf{C}_{sf} & \mathbf{M}_{ff} - 0.5 \Delta t \mathbf{C}_{sf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(t - \Delta t) \\ \bar{\mathbf{U}}(t - \Delta t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

这就是双相各向异性介质中弹性波有限元数值解的差分递推格式.

3 模拟结果与分析

3.1 波场快照分析

我们对模型 1 双相横向各向同性介质进行了数值模拟试验, 参数见表 1. 介质倾角(指与对称轴垂直的平面的倾角)为 90°, 测线方向与该平面成 45°夹角. 有限元法的三角形网格三边长分别为 10, 10 和 $10\sqrt{2}$ m, 计算区域为 1 200 m × 1 200 m. 递推步长为 1 ms, 震源位于模型中心, 采用 x 方向位移震源激发.

表 1 模型 1 参数

固相参数						流相参数			耦合参数		耗散参数	
c_{11}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	c_{66}	ρ_{11}	R	ρ_{22}	Q_1	Q_3	ρ_{12}	b_{11}	b_{33}
26.4	6.11	15.6	4.38	6.84	2.17	0.331	0.191	1.14	0.953	-0.083	0.500	3.00

注: ① 介质为均匀双相横向各向同性, 表中参数均表示自然坐标系下的弹性参数; ② c_{ij} , R , Q_i 的单位为 $10^9 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2$; b_{ij} 的单位为 $\text{kg/m}^3 \cdot \text{s}$; ρ_{ij} 的单位为 10^3 kg/m^3 .

图 1 为对模型 1 进行数值模拟得到的 70 和 140 ms 波场快照对比图. 图中分别显示了固相位移 x 分量、 y 分量、 z 分量, 流相位移 x 分量、 y 分量和 z 分量.

图 2 为利用 Christoffel 方程计算出的模型 1 的理论波前面位置图, 图中显示了快纵波、两类横波在 140 ms 传播波前面位置. 对图 2 和图 1 进行比较可以发现, 利用有限元模拟计算出的波场快照中波前面位置与理论位置是吻合的.

此外, 由图 1 可以看出, 图中传播最快的是快纵波, 传播较慢的是波前面相互交叉的第一类横波和第二类横波. 由于慢纵波的传播速度慢、衰减快, 所以难以观测到. 由于流体与固体骨架之间存在摩擦, 所以在震源点呈现出静态模式, 这一现象在流相中表现得更为突出(流相位移 x 分量和 z 分量中). 图中的 y 分量是由于固体骨架各向异性所产生的.

3.2 多层介质模拟

为了研究多层介质中地震波的传播规律, 设计了一个层状介质模型, 如表 2 所示. 双相 TI 介质参数如表 3 所示. 表 2 中的方位角和倾角, 分别是指与双相 TI 介质对称轴垂直的平面的方位角和倾角. 采用垂直地震剖面观测, 观测面的方位角为 45°, 三角形网格三边长分别为 10, 10 和 $10\sqrt{2}$ m, 递推步长为 1 ms, 震源位于深度 10 m 的单元处, 接收点位置从深度 0 m 处开始, 接收点垂向间距为 10 m, 所有接收点偏离震源横向距离均为 100 m, 采用固相垂向初始位移作为激发条件.

图 3 为模拟得到的垂直地震剖面记录, 有 6 个分量, 分别为固相 x 分量、 y 分量、 z 分量, 流相 x 分量、 y 分量、 z 分量. 图中 P_1 表示快纵波, S 表示横波, 上标 u 表示上行波, 上标 d 表示下行波. 为了使各种波能够在同一张图上显示出来, 显示时采用自动增益控

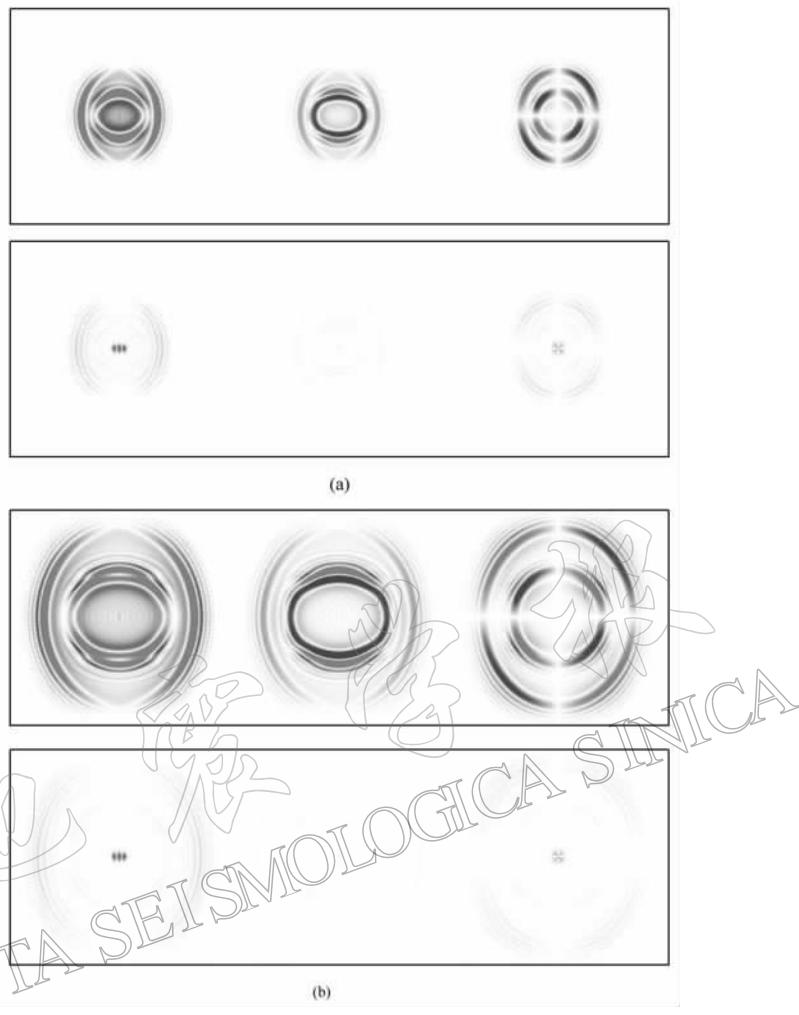


图 1 模型 1 弹性波传播快照. 上图从左至右依次为固相 x , y , z 分量; 下图从左至右依次为流相 x , y , z 分量(图片横向大小为 3×1200 m, 纵向大小为 1200 m)

(a) 时间为 70 ms; (b) 时间为 140 ms

制. 由图 3 可见, 下行波在分界面上形成了反射波和透射波. 由于各类波场都包含有固相和流相分量, 所以观测到的固相和流相波场时间特征一致, 只是存在振幅和波形差异. 尽管激发产生的入射波场中不含有 y 方向振动的波场, 但是在 y 分量记录上仍然观测到了地震波场. 这是因为, 介质 2 是具有水平对称轴的 TI 介质, 属于方位各向异性介质, 而方位各向异性中的两类横波一般是耦合在一起的. 因此, 地震波传播到与介质 2 形成的分界面上时, 产生的转换横波一般就包括两类横波, 通常我们把在 x 分量和 z 分量上观测到的横波称为 SV 波, 在 y 分量上观测到的横波称为 SH 波. 在实际野外纵波源激发、三分量接收的地震记录中, 也会经常在 y 分量记录上出现较强的地震波场, 一种原因可能是由于地下构造复杂, 使得来自侧面的反射波场在 y 分量上会有投影; 另外一种原因就是地下介质存在方位各向异性.

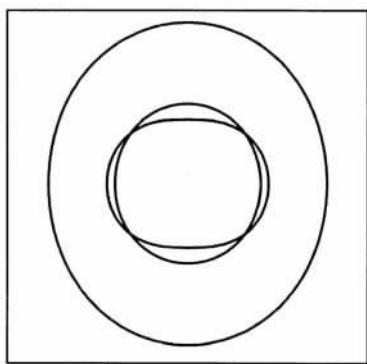


图 2 模型 1 的理论波前面位置图(由外向内依次为快纵波和两类横波, 横向和纵向大小均为 1 200 m, 时间为 140 ms)

采用所发展的方法, 进行了均匀双相各向异性介质中地震波传播的数值模拟, 数值模拟计算出的波场快照中波前面位置与理论位置是吻合的。最后针对一个 3 层水平层状介质模型进行数值模拟, 得到了垂直地震剖面。剖面上波场特征丰富, 可见下行波及其在分界面上形成的反射波和透射波, 第二层介质的方位各向异性导致产生了 y 方向上振动的地震波场。

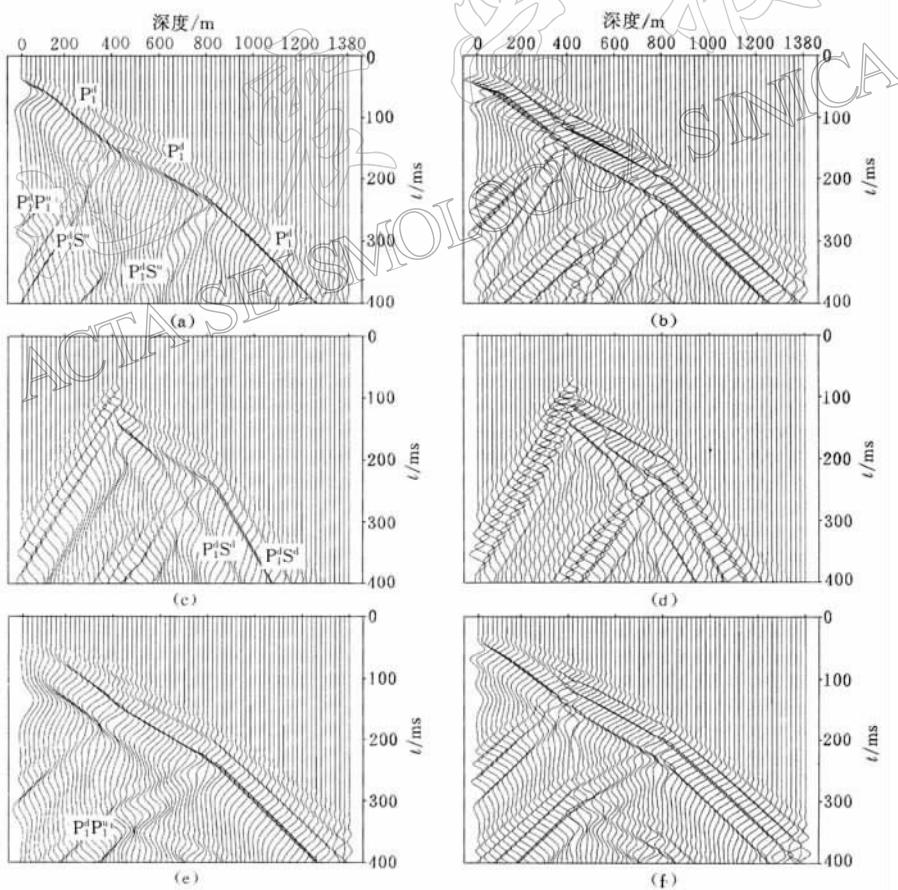


图 3 模型 2 垂直地震剖面
(a) 固相 x 分量; (b) 流相 x 分量; (c) 固相 y 分量; (d) 流相 y 分量; (e) 固相 z 分量; (f) 流相 z 分量

表 2 模型 2 层状介质参数

层号	厚度/m	介质	方位角/(°)	倾角/(°)
1	400	双相 TI 介质 1	0	0
2	200	双相 TI 介质 2	0	90
3	300	双相 TI 介质 1	0	0

4 结论

本研究应用动态问题的哈密顿原理, 推导出了双相各向异性介质中弹性波传播的有限元方程, 并且给出了相应的数值解法。

采用所发展的方法, 进行了均匀双相各向异性介质中地震波传播的数值模拟, 数值模拟计算

出的波场快照中波前面位置与理论位置是吻合的。最后针对一个 3 层水平层状介质模型进行数值模拟, 得到了垂直地震剖面。剖面上波场特征丰富, 可见下行波及其在分界面上形成的反射波和透射波, 第二层介质的方位各向异性导致产生了 y 方向上振动的地震波场。

表 3 模型 2 中的双相各向异性介质弹性参数

介质	固 相 参 数						流 相 参 数		耦 合 参 数			耗 散 参 数	
	c_{11}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	c_{66}	ρ_{11}	R	ρ_{22}	Q_1	Q_3	ρ_{12}	b_{11}	b_{33}
双相 TI 介质 1	26.4	6.11	15.6	4.38	6.84	2.17	0.331	0.191	1.14	0.953	-0.083	0.500	3.00
双相 TI 介质 2	60.4	17.5	35.7	9.83	12.1	3.13	0.41	0.455	0.624	0.520	-0.425	41.6	208

注: c_{ij} , R , Q_i 的单位为 $10^9 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2$; b_{ij} 的单位为 $\text{kg/m}^3 \cdot \text{s}$; ρ_{ij} 的单位为 10^3 kg/m^3 .

采用本研究发展的数值模拟方法, 可以进一步研究流体类型、骨架特征和地层形态等因素对地震波传播的影响, 为地震工程和能源勘探进行指导.

参 考 文 献

- 刘洋, 李承楚. 1999. 双相各向异性介质中弹性波传播特征研究[J]. 地震学报, **21**(4): 367~373
- 刘洋, 李承楚. 2000. 双相各向异性介质中弹性波传播伪谱法数值模拟研究[J]. 地震学报, **22**: 132~138
- 刘银斌, 李幼铭, 吴如山. 1994. 横向各向同性多孔介质中的地震波传播[J]. 地球物理学报, **37**(4): 499~514
- 魏修成. 1995. 双相各向异性介质中的地震波场研究[D]: [学位论文]. 北京: 石油大学, 1~44
- 吴春玲, 顾贤明. 1996. 三维弹性波有限元模拟在微机上的实现[J]. 石油物探, **35**(3): 21~28
- 周辉, 徐世浙, 刘斌, 等. 1997. 各向异性介质中波动方程有限元法模拟及其稳定性[J]. 地球物理学报, **40**(6): 833~841
- Biot M A. 1955. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid[J]. *J Appl Phys*, **26**: 182~185
- Biot M A. 1956a. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid, part I: Low-frequency range [J]. *J Acoust Soc Amer*, **28**: 168~178
- Biot M A. 1956b. Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid[J]. *J Appl Phys*, **27**: 459~467
- Biot M A. 1962. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. *J Appl Phys*, **33**: 1482~1498
- Dai N, Vafidis A, Kanasewich E R. 1995. Wave propagation in heterogeneous, porous media: A velocity-stress, finite-difference method[J]. *Geophysics*, **60**: 327~340
- Zhu X, McMechan G A. 1991. Numerical simulation of seismic responses of poroelastic reservoirs using Biot theory[J]. *Geophysics*, **56**: 328~339

FINITE ELEMENT EQUATIONS AND NUMERICAL SIMULATION OF ELASTIC WAVE PROPAGATION IN TWO-PHASE ANISOTROPIC MEDIA

Liu Yang Wei Xiucheng

(CNPC Geophysical Key Lab, University of Petroleum, Beijing 102200, China)

Abstract: Based on Biot theory of two-phase anisotropic media and Hamilton theory about dynamic problem, finite element equations of elastic wave propagation in two-phase anisotropic media are derived in this paper. Numerical solution of finite element equations is given. Finally, properties of elastic wave propagation are observed and analyzed through FEM modeling.

Key words: two-phase; anisotropic media; elastic wave propagation; finite element equations; numerical simulation

中国科协 2003 年学术年会即将召开

中国科协 2003 年学术年会定于 2003 年 9 月 13~16 日在辽宁省沈阳市召开。现正式开始报名。

中国科协历届的年会都是具有 3000 名左右代表参加的盛会。通过学术交流, 展示科技进展和学术观点, 为努力发展先进生产力和先进文化, 促进社会主义物质文明和精神文明建设贡献力量。本次年会的主题为:“全面建设小康社会: 中国科技工作者的历史责任”。

会前正式出版论文摘要文集, 现正在全面征集。本论文集不保留知识产权, 作者可继续向其它刊物投稿。本论文集由中国科学技术出版社出版。希望广大科技工作者能将自己的最新科研成果展示于此。

请欲报名参加会议的代表上网 (www.cast.org.cn) 查询中国科协 2003 年学术年会报名办法及征文通知, 并按照中国科协 2003 年学术年会通知中的各项规定, 进行报名、撰文和投稿。

中国地震学会办公室