

# 极值理论在工程地震中的应用

高孟潭 贾素娟

(国家地震局地球物理研究所)

## 摘 要

目前,工程结构抗震设计已经发展到以极限状态概率为安全标准的概率设计阶段。极值统计方法所得结果可以提供工程结构抗震设计参数。本文用极值统计分析方法研究了工程场地历史地震影响烈度的分布特征,探讨了利用历史地震影响评价工程场地地震危险性的可能性。结果表明,在历史地震资料比较丰富的地区,可以采用极值统计分析方法,从工程场地影响烈度时间序列中取得抗震设计的依据。在具体分析中,宜采用陈培善改进后的极值分布函数( $G_G$ )和 $\hat{G} = (l - 0.44)/(n + 0.12)$ 数据点拟合方式。

**关键词** 极值统计;历史地震影响烈度;分布函数;数据点拟合方式;地震危险性

## 一、引 言

冈贝尔(Gumbel)的极值统计方法<sup>[1]</sup>在地震活动性研究中得到了广泛的应用。爱波茨坦和罗蒙尼茨(Epstein and Lomnitz)首先将该方法用于统计大地震的出现频度<sup>[2]</sup>。陈培善等则利用由极值方法求出的大地震复发周期进行中长期地震预报<sup>[3]</sup>。伯顿等(Burton et al)利用极值统计方法中极值上限的概念,预测特定地区地震震级上限的空间分布<sup>[4]</sup>。本文应用极值统计方法研究了工程场地历史地震影响烈度的分布特征。首先就极值函数和数据点的拟合方法进行了讨论,进而从平均重现期和平均复发周期两个方面分析了极值统计方法在工程地震中的应用;并探讨了利用历史地震影响烈度评定工程场地地震危险性的可能性。

## 二、极值分布函数及其参数估计方法

### 1. 场地影响烈度的极值分布函数

场地影响烈度是指场地附近或周围地区发生地震时场地所遭遇的烈度。因为地震的发生可以看作一个随机过程。所以,场地影响烈度的时间序列也可以看作一个随机过程,场地影响烈度 $I$ 可以看成随机变量。设 $I$ 的概率分布函数为 $F(i)$ ,即:

$$F(i) = P\{I \leq i\} \quad (1)$$

则  $i$  作为  $n$  个独立同分布的样本  $I_l (l = 1, 2, \dots, n)$  极大值的概率可表示为:

$$\begin{aligned} G(i) &= P\{I_1 \leq i, I_2 \leq i, \dots, I_n \leq i\} \\ &= F^n(i) \end{aligned} \quad (2)$$

根据冈贝尔的极值理论<sup>[1]</sup>,  $G(i)$  具有三种渐近分布形式:

$$(1) G_I(i) = \exp\{-\exp[\beta(i-u)]\} \quad (3)$$

其中  $\beta > 0$ ,  $G_I(u) = 1/e$ ,  $\beta$  和  $u$  都是统计常数. 在此种形式的极值分布中, 极值既无上限, 又无下限.

$$(2) G_{II}(i) = \exp\{-[(u-\varepsilon)/(i-\varepsilon)]^k\} \quad (4)$$

其中  $k > 0$ ,  $i \geq \varepsilon$ ,  $u \geq \varepsilon \geq 0$ ;  $\varepsilon$  为极值下限,  $k$  为形状参数,  $G_{II}(u) = 1/e$ . 在此种形式的极值分布中, 极值具有下限, 而无上限.

$$(3) G_{III}(i) = \exp\{-[(\omega-i)/(\omega-u)]^k\} \quad (5)$$

其中  $k > 0$ ,  $i \leq \omega$ ,  $u > \omega$ ;  $G_{III}(u) = 1/e$ ,  $k$  为形状参数,  $\omega$  为极值上限.

$G_I$  型分布函数和  $G_{III}$  型分布函数被广泛用于地震活动性研究工作. 从问题的物理意义考虑,  $G_{II}$  型分布函数不适合于场地影响烈度的极值分析.

陈培善等<sup>[3]</sup>依据下述假定: (1) 地震的大小比例遵从震级频度关系  $\lg N = \alpha - b_m$ ; (2) 地震的发生遵从泊松分布; (3) 一个地区发生的地震具有一个震级上限, 推导出震级的极值分布函数为:

$$G(X) = \exp[-(\exp(-\beta(X-u))\{1 - \exp[-\beta(X_2-X)]\})] \quad (6)$$

其中  $X$  为震级的年极值,  $X_2$  为震级上限,  $\beta$  和  $u$  分别为分布函数的参数.

根据贾素娟等人的统计<sup>[5]</sup>, 场地影响烈度遵循与震级频度关系相类似的统计关系:

$$\lg N = p - qI \quad (7)$$

另外, 由场地影响烈度的定义可知, 场地影响烈度的时间序列与一定空间范围内的地震震级的时间序列是一一对应的. 从随机点过程的角度来看, 两者应遵循相同的统计规律. 震级符合泊松分布, 影响烈度也应符合泊松分布.

由于地震震级具有上限, 那么场地影响烈度也必然存在着一个上限. 在我国地震烈度表中, 规定烈度的最大值为 XII 度.

基于上述理由, 本文认为可以将陈培善等的修正型震级极值分布函数, 推广为场地影响烈度的极值分布函数:

$$G_c(i) = \exp[-(\exp[-\beta(i-u)]\{1 - \exp[-\beta(i_2-i)]\})] \quad (8)$$

其中  $\beta$  和  $u$  为统计常数,  $i_2$  为场地影响烈度上限.

综上所述, 可以用作场地影响烈度分析的极值分布函数为  $G_I(i)$ ,  $G_{III}(i)$  和  $G_c(i)$ . 这三种极值分布函数都是在一定的假定下推导出来的. 场地影响烈度的极值是否遵从这几种分布, 还要看数据点是否满足这些分布函数. 本文将通过几个场点的分析结果, 对它们加以比较.

## 2. 参数的估计方法

最常用的极值分布函数参数的估计方法是最小二乘法. 设所采用的资料段年限为  $n$  年, 每年选取一个最大的场地影响烈度值, 并按递升顺序排列:

$$i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_l \leq \dots \leq i_n \quad (9)$$

则第  $l$  位的影响烈度极值为一顺序统计量, 它的分布函数为  $G(i_l)$ 。如果知道  $G(i_l)$  的值, 则可以将  $i_l$  和  $G(i_l)$  的值代入(3), (5), (8)式进行线性(或非线性)的最小二乘回归分析, 进而求出各分布函数中的参数。

冈贝尔 1958 年提出的  $G(i_l)$  的估计值为<sup>[1]</sup>:

$$\hat{G}(i_l) = l/(n+1) \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

格林格顿 (Gringorten) 1978 年提出的  $G(i_l)$  的估计值为<sup>[6]</sup>:

$$\hat{G}(i_l) = (l - 0.44)/(n + 0.12) \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

极值分布函数的形式和数据点的拟合方法, 将对最终的场地地震危险性判断产生一定的影响。在以往的地震活动性分析中, 国外研究者常采用  $G_I(i)$  和  $G_{III}(i)$ , 部分研究者使用(10)式拟合方法, 部分研究者使用(11)式拟合方法; 国内研究者则采用  $G_c(i)$  和(10)式的拟合方法。对场地影响烈度极值分析这一新的问题, 本文将根据几个场点极值分析结果, 判断那一种方法更适合于场地影响烈度的极值分析。

### 三、场地影响烈度时间序列的建立

影响烈度时间序列, 是指一定空间范围内的地震在特定场地产生的影响烈度, 在时间轴上的分布。该序列既可以通过查阅史料(如县志、府志等), 直接根据历史地震对场地的破坏情况建立; 也可以根据区域性烈度衰减关系, 从震级的时间序列转换到影响烈度时间序列。本文采用前一种方法来确定场地影响烈度时间序列, 后一种方法留待以后讨论。

本文根据近年来所做的工程地震工作, 选取了六个场地, 建立了场地影响烈度的时间序列。这六个场地为华北地区的廊坊、桐柏、迁安、乐亭、新庄和华东地区的江阴。图 1 只给出了廊坊、乐亭、江阴三个场地的影响烈度时间序列。在 1484 年以前, 影响烈度有明显的缺失。如廊坊、桐柏两场地, 在 1484 年以前的 500 年里, 大于 IV 度的影响烈度只有 5 次, 而 1484 年以后的 500 年里, 有 38 次。从 1280 年至 1484 年的 204 年内, 未记载一次影响烈度。其他的场地也有类似的情况。

历史地震资料多数是根据县志、府志等地方志书记载, 经分析整理后得到的。据李善邦先生对历史地震资料的研究<sup>[7]</sup>, 在元代地方志书尚未普及, 1303 年山西临汾大地震时, 附近许多县份还没有编印县志。因此, 在此之前地震资料有大量遗失的可能。事实上, 自

表 1 场地影响烈度频度分布

频次 \ 烈度 场地		IV	V	VI	VII	VIII	IX
廊	坊	22	12	2	1	1	0
桐	柏	22	12	3	0	0	1
迁	安	19	4	1	1	2	0
新	庄	18	5	0	3	0	0
乐	亭	17	2	4	1	1	0
江	阴	13	5	2	0	0	0

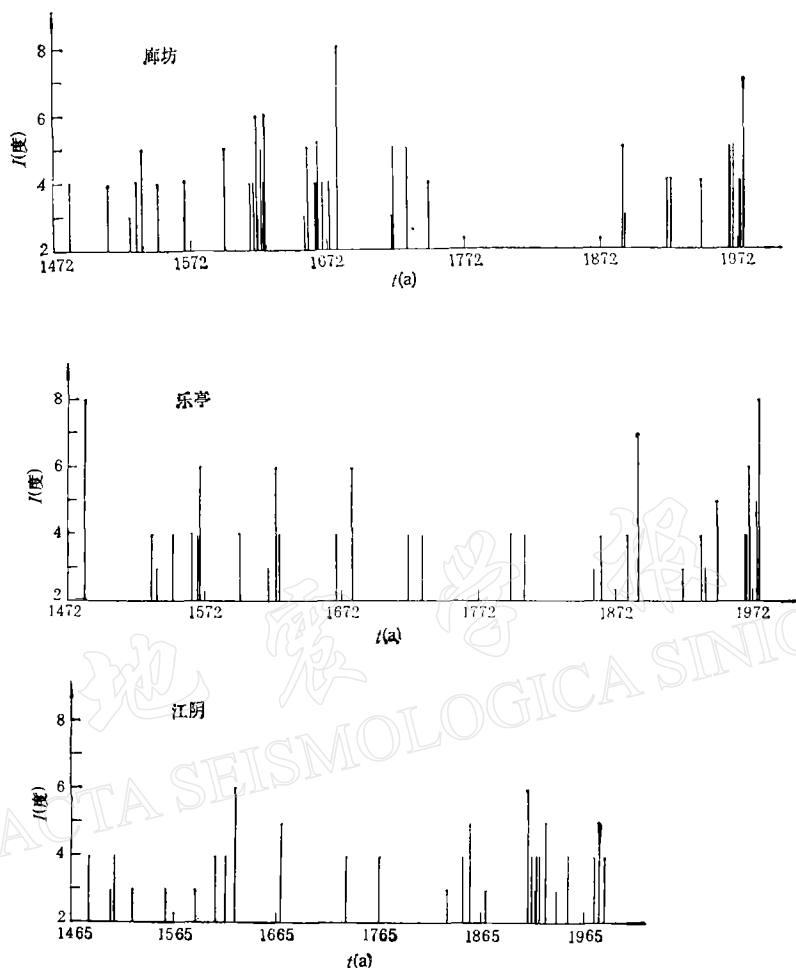
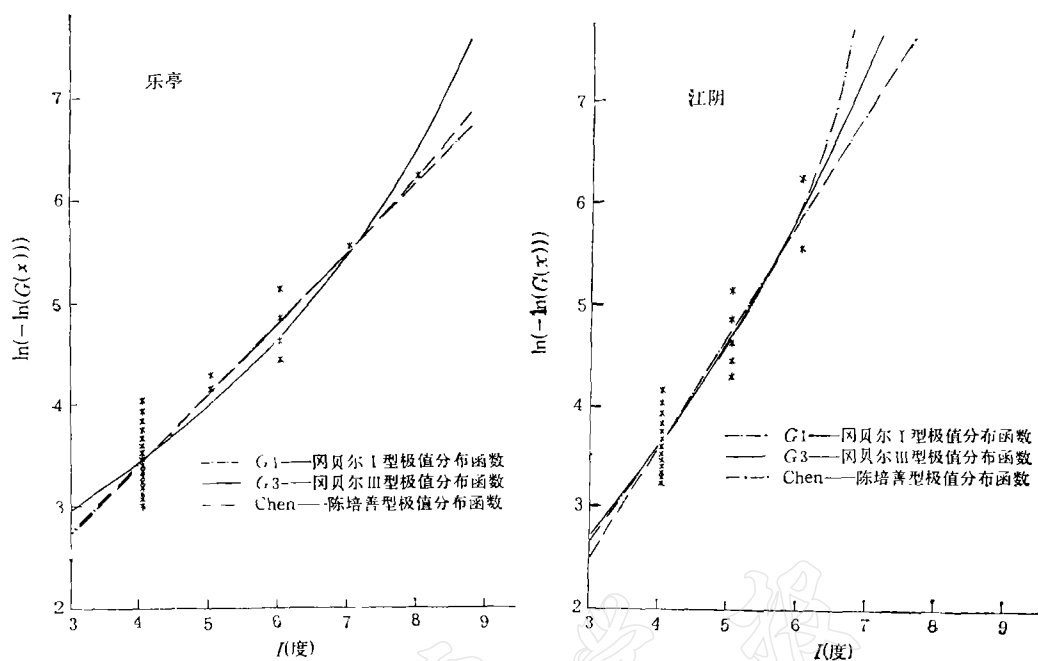
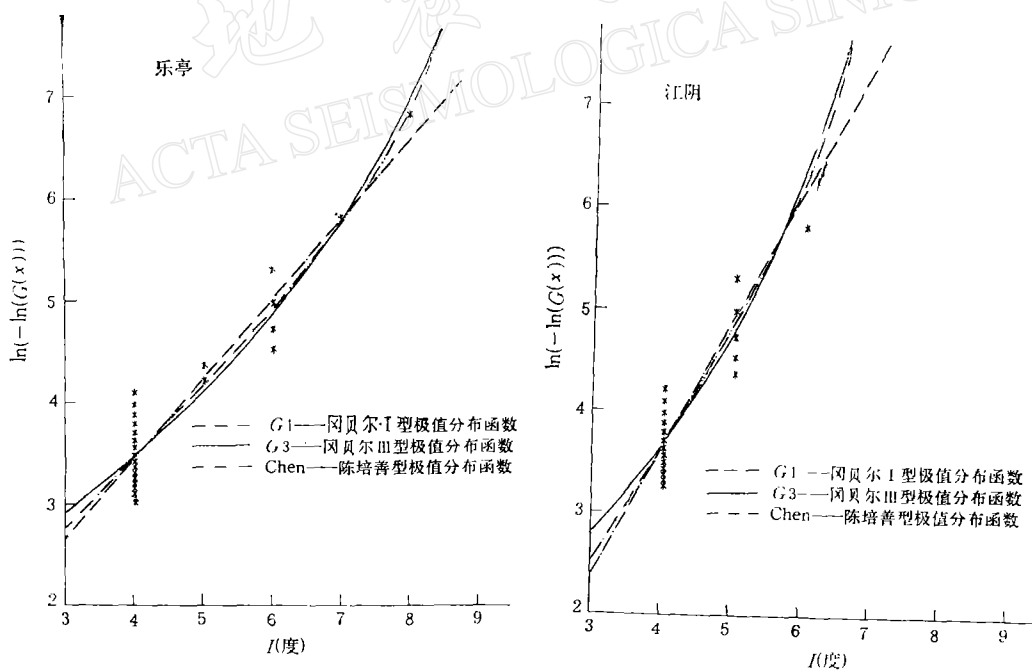


图1 廊坊、乐亭、江阴三个场地的影响烈度时间序列

明朝中叶以来的最近 500 年左右的时间内,我国地方志书才比较普及,据此得到的地震资料也就相对比较完整。因此本文对各场地影响烈度进行极值分析时选用 1484 年(只有江阴是从 1481 年开始的)以来的 500 年的影响烈度时间序列做为统计样本。另一方面,华北地区的五个场地,处于明、清两朝京都附近的昌盛地区;江阴场地则位于繁华的南京附近。1484 年以来,这些场地的地震记载应该还是比较可靠的,至少对有破坏的地震情况不会漏记。考虑到极值统计方法只选取影响烈度的年极大值,故上述资料具有足够的精度。

#### 四、几种极值分布函数和数据拟合方法的比较

采用非线性最小二乘拟合方法,对于不同的极值分布函数和数据点拟合方式,给出了六个场点的极值分析结果。图 2 和图 3 分别给出了乐亭、江阴场地的两种拟合方式、三种极值分布函数的影响烈度极值分布曲线。这两张图表明,不论那一种拟合方法, $G_I$  型极

图2 乐亭、江阴场地影响烈度极值分布函数曲线 [ $\hat{G} = I/(n+1)$ ]图3 乐亭、江阴场地影响烈度极值分布函数曲线 [ $\hat{G} = (I - 0.44)/(n + 0.12)$ ]

值分布曲线都可以向高影响烈度一端无限延伸, 这是不合理的。所以, 采用  $G_I(i)$  做场地影响烈度的极值分析是不适宜的。下面将主要比较  $G_{III}(i)$  型分布函数和  $G_C(i)$  型分布函数。

表 2 给出了六个场地两种数据点拟合方式下, 三种极值分布函数的参数和相应的标准差  $s$ 。

表 2 极值函数的参数及其方差

$\hat{G} = l/n + 1$											
地名	冈贝尔 I 型分布			陈培善修正型分布				冈贝尔 III 型分布			
	$\beta$	$u$	$s$	$\beta$	$u$	$i_2$	$s$	$k$	$u$	$w$	$s$
廊坊	0.87	0.50	0.28	0.86	0.46	11.0	0.28	4.41	-3.16	11.0	0.33
桐柏	0.78	0.07	0.35	0.76	-0.06	11.0	0.37	3.21	-8.13	11.0	0.47
迁安	0.64	-1.32	0.33	0.61	-1.58	11.0	0.34	3.10	-10.24	11.0	0.36
新庄	0.77	-0.43	0.35	0.76	-0.50	11.0	0.35	4.15	-5.10	11.0	0.37
乐亭	0.69	-0.94	0.28	0.67	-1.11	11.0	0.28	3.58	-7.32	11.0	0.29
江阴	1.11	0.74	0.30	0.92	0.14	7.0	0.30	6.75	-0.95	11.0	0.30

$\hat{G} = (l - 0.44)/(n + 0.12)$											
廊坊	0.96	0.85	0.28	0.95	0.83	11.0	0.28	4.94	-2.12	11.0	0.32
桐柏	0.88	0.49	0.35	0.86	0.41	11.0	0.36	3.65	-5.97	11.0	0.47
迁安	0.72	-0.74	0.35	0.70	-0.91	11.0	0.35	3.51	-7.77	11.0	0.38
新庄	0.87	0.03	0.38	0.86	-0.004	11.0	0.38	4.68	-3.73	11.0	0.40
乐亭	0.78	-0.40	0.30	0.67	-1.09	9.0	0.29	4.07	-5.37	11.0	0.30
江阴	1.26	1.12	0.34	1.10	0.74	7.0	0.34	3.83	-2.37	8.0	0.33

从该表可以看出, 不论那一种拟合方式, 各场地  $G_{III}(i)$  型分布的标准差都比  $G_C(i)$  型分布的标准差大。对于  $\hat{G} = l/(n + 1)$  拟合方式,  $G_C(i)$  分布的各场地平均标准差为 0.32,  $G_{III}(i)$  型分布的各场地平均标准差为 0.36; 对于  $\hat{G} = (l - 0.44)/(n + 0.12)$  拟合方式,  $G_C(i)$  型分布的各场地平均标准差为 0.33,  $G_{III}(i)$  型分布的各场地平均标准差为 0.37。标准差表示了该分布函数对影响烈度极值序列的适合程度。因此可以认为, 采用  $G_C(i)$  型分布函数比采用  $G_{III}(i)$  型分布函数更适合于场地影响烈度的极值分析。

从标准差的角度来衡量, 两种数据点拟合方式之间的差别并不很大。下面再从拟合推定的影响烈度上限来讨论两种分布函数和两种数据点拟合方式的合理性。江阴和乐亭场地的结果具有典型意义, 有必要进行较为详细的讨论。

**1. 江阴场地** 采用  $\hat{G} = l/(n + 1)$  拟合方式,  $G_C(i)$  型分布的影响烈度上限为 VII 度,  $G_{III}(i)$  型分布影响烈度上限为 XI; 采用  $\hat{G} = (l - 0.44)/(n + 0.12)$  拟合方式,  $G_C(i)$  型分布的影响烈度上限为 VII 度,  $G_{III}(i)$  型分布函数的影响烈度上限为 VIII 度。由表 1 可以看出, 江阴场地在过去的 500 年中, 所遭遇到的最大地震破坏为 VI 度。根据国家地震局地球物理研究所二室对江阴场地及其所在区域的潜在震源区的研究工作<sup>1)</sup>, 江阴场地 50 公里的范围内所能发生的最大地震为  $4\frac{3}{4}$ —5 级, 影响烈度上限为 VI 度; 场地邻近的扬州-溧阳 6 级地震潜在震源区、南黄海 7 级地震潜在震源区以及宿迁-嘉山 8 级地震潜在震源区对场地的最大影响烈度也不超过 VII 度。因此, 从构造背景上考虑, 江

1) 国家地震局地球物理研究所二室, 长山地区地震危险性的综合研究报告, 1984。

阴场地的影响烈度上限应为 VII 度。采用  $G_m(i)$  型分布函数, 不论那一种数据点拟合方式, 所得到的场地影响烈度上限都大于 VII 度, 采用  $\hat{G} = l/(n+1)$  拟合方式, 所得场地影响烈度上限竟达 XI 度, 这是极不合理的。只有采用  $G_c(i)$  型分布函数和  $\hat{G} = (l-0.44)/(n+0.12)$  数据点拟合方式, 所推定的影响烈度上限才能与场地的地震构造背景相一致。

**2. 乐亭场地** 采用  $\hat{G} = l/(n+1)$  拟合方式, 推定的  $G_c(i)$  型分布函数的影响烈度上限为 XI 度,  $G_m(i)$  型分布函数的影响烈度上限也是 XI 度。采用  $\hat{G} = (l-0.44)/(n+0.12)$  拟合方式,  $G_c(i)$  型分布函数的影响烈度上限为 IX, 而  $G_m(i)$  型分布函数的影响烈度上限仍为 XI 度。

由表 1 可以看出, 乐亭场地在过去的 500 年中, 遭受过 VI 度影响四次, VII 度影响和 VIII 度影响各一次。

乐亭场地位于燕山—渤海地震带和河北平原地震带的边缘, 1976 年唐山 7.8 级地震的余震活动区之外, 历史上场地附近未发生过 6 级以上的地震。该场地所在震源区的震级上限为 6 级, 影响场地的最大烈度可达 VIII 度。邻近潜在震源区对该场地的影响烈度上限也不超过 IX 度<sup>9)</sup>。因此, 只有采用  $G_c(i)$  型极值分布函数和  $\hat{G} = (l-0.44)/(n+0.12)$  拟合方式, 其影响烈度上限值才能与历史地震和地震构造分析的结果相符。

分析结果表明, 采用  $G_c(i)$  型极值分布函数和  $\hat{G} = (l-0.44)/(n+0.12)$  拟合方式进行场地影响烈度极值分析是比较适宜的。下面的讨论都是在这种分析方法的基础上进行的。

## 五、影响烈度的风险性预测

极值理论在工程地震中的应用主要包括两个方面:

1. 应用平均重现期(或年超越概率)的概念对场地地震危险性进行风险性估计。
2. 应用平均复发周期(或年平均发生率)的概念进行平均外推和影响烈度缺失估计。

其中第二个方面应用的基本思路与文献[3]相同, 只需将该文中的震级换成某地的影响烈度即可, 本文不再赘述。但必须提出, 用影响烈度缺失数来提供抗震设计参数的方法, 目前尚不成熟, 只能做为判断场地地震危险性的一个参考手段。目前在工程抗震设计中, 人们倾向于使用风险性估计的结果。极值理论的第一个方面的应用正好满足这方面的需要。

场地影响烈度的平均重现期定义为:

$$T(i) = 1/[1 - G(i)] \quad (12)$$

其中  $G(i)$  为场地影响烈度的极值分布函数。

图 4 给出了六个场地影响烈度的重现期曲线。由图 4 可见, 当重现期为 100 年时, 江阴场地相应的烈度值约为 5 度; 新庄的烈度值约为 5.5 度; 其余 4 个场地的烈度值约为 6 度。当重现期为 1000 年时, 江阴场地的相应烈度约为 6 度; 其余 5 个场地的烈度达 7—8

1) 国家地震局科技监测司, 首都钢铁公司迁安厂址工程地震工作报告集, 1985。

度。江阴场地位于下扬子准地槽内,且不在地震带上;而其余 5 个场地则位于华北强震活动区中的燕山—渤海强震活动带上或其边缘上。场地影响烈度重现周期曲线的不同,基本上反应了各场地所处的构造环境内构造活动和地震活动的强弱程度不同。

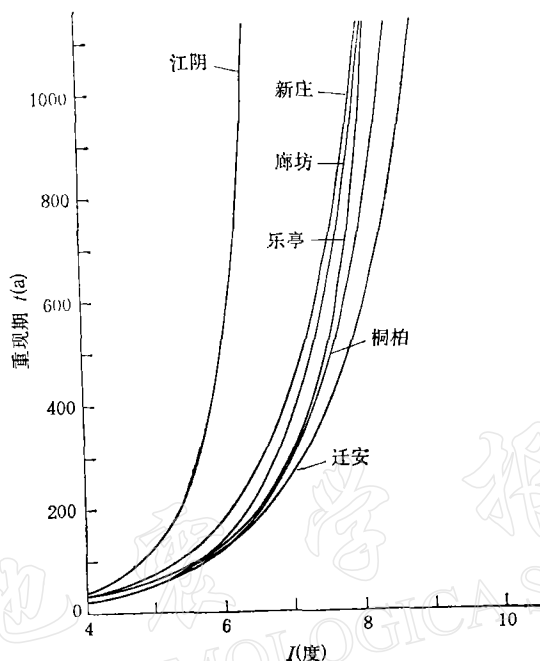


图 4 六个场地影响烈度的重现期曲线

根据风险性估计的理论,对于各种不同重要程度和不同使用期的工程,应采用不同重现期的烈度值作为抗震设计的依据。对中小工程和民用建筑,国内外所普遍采用的平均重现期为 475 年。根据(12)式可以得到与重现期  $T$  相应的烈度值:

$$i = G^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}\right) \quad (13)$$

其中  $G^{-1}$  为  $G$  的反函数。由 (8) 式可知(13)式为隐函数的形式,故计算  $i$  值时需要利用牛顿迭代法等求根。

表 3 列出了六个场地平均重现期为 475 年的烈度值。作者还用国内外工程地震上通用的方法<sup>[8,9]</sup>,得到过这六个场地的危险性分析结果一并列于表 3。表 3 数据表明,尽管

表 3 极值分析与地震危险性分析结果的比较

(重现期均为 475 年)

烈度 方法 \ 场地	廊 坊	桐 柏	迁 安	新 庄	乐 亭	江 阴
历史地震影响烈度的极值分析结果	7.3	7.6	7.7	7.1	7.5	6.0
地震危险性分析的结果	7.1	7.1	7.4	7.3	7.3	6.1



场地影响烈度的极值分析和地震危险性分析方法在科学思路、资料来源和处理方法都不相同,但所取得的结果却如此接近是令人鼓舞的。这说明,场地历史地震影响烈度的极值分析结果,可作为中小工程和民用建筑抗震设计的参考依据。

## 六、结 论

本文对六个工程场地历史地震影响烈度的极值统计分析表明:

1. 在历史地震资料比较丰富的地区,可以采用极值统计方法,直接从工程场地影响烈度时间序列中取得抗震设计的依据,以满足工程抗震设计发展的需要。

2. 尽管冈贝尔 I 型  $[G_I(i)]$ , III 型  $[G_{III}(i)]$  和陈培善改进型  $[G_C(i)]$  极值分布函数在地震活动性分析和中长期地震预报中得到了广泛地运用;但用于工程场地影响烈度的分析方面,从数据拟合分布函数的标准差和所得影响烈度的上限值来看,宜采用  $G_C(i)$  型分布函数和  $\hat{G} = (l - 0.44)/(n + 0.12)$  的数据点拟合方式才合理。

## 参 考 文 献

- [1] Gumbel, E. J., *Statistics of Extremes* 1958, Columbia University Press.
- [2] Epstein, B. and C. Lomnitz, A model for the occurrence of large earthquakes, *Nature*, 1966, **211**, 954—956.
- [3] 陈培善、林邦慧, 极值理论在中长期地震预报中的应用, *地球物理学报*, 1973, **16**, 6—24.
- [4] Burton, Paul W. and Robert W. McGonigle, Preliminary studies of seismic risk in Turkey, and the occurrence of upper bounded and other larger earthquake magnitudes, *Multidisciplinary Approach to Earthquake Prediction, Proceeding of the International Symposium on Earthquake Prediction in the North Anatolian Fault Zone Held in Istanbul, March 31-April 5, 1980*, 143—172.
- [5] 贾素娟、郇家全, 场地影响烈度的频次特征及其工程地震的意义, *国际地震动态*, 1986, 7: 3—7.
- [6] Gringorten, Irving, I., A plotting rule for extremel probability paper, *J. Geophys. Res.*, 1963, **68**, 813—814.
- [7] 李善邦, *中国地震*, 178, 1981, 地震出版社.
- [8] Cornell, C. A., Engineering seismic risk analysis, *Bull. Seism. Soc. Amer.* 1968, **58**, 1583—1606.
- [9] Kiureghian, A. Der and A. H-S. Ang, A fault rupture model for seismic risk analysis, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1977, **67**, 1173—1194.

## THE APPLICATION OF EXTREMUM ANALYSIS TO EARTHQUAKE ENGINEERING PROBLEMS

GAO MENG TAN and JIA SU JUAN

*(Institute of Geophysics, State Seismological Bureau)*

### Abstract

The present trend of anti-seismic design is the utilization of probabilistic method. The result of extremum analysis can satisfy this need. In this paper, the distribution of historical earthquake intensity is studied by using the extremum analysis method, and the possibility of the estimation of earthquake hazard discussed for construction sites by using the data of historical earthquake intensity data. Results indicate that we can get the anti-seismic parameters from the time series of intensity by using extremum analysis in those areas where the records of historical earthquakes are abundant. In practical analysis, it is appropriate to use extremum distribution function modified by Chen peishan and the 'fitting formula  $G = (l-0.44)/(n+0.12)$ .