

丘磊, 田钢, 王帮兵. 2012. 选择性滤波同位网格有限差分法在地震波数值模拟中的应用. 地震学报, 34(4): 463-475.  
Qiu Lei, Tian Gang, Wang Bangbing. 2012. Application of selective filtering non-staggered finite difference method to seismic wave simulation. Acta Seismologica Sinica, 34(4): 463-475.

# 选择性滤波同位网格有限差分法在地震波数值模拟中的应用<sup>\*</sup>

丘 磊 田 钢<sup>\*</sup> 王帮兵

(中国杭州 310027 浙江大学地球科学系)

**摘要** 引入计算空气声学领域的选择性滤波同位网格有限差分算法(SFFD法)用于二维地震波数值模拟. SFFD法使用经过优化的11点DRP同位网格差分格式,对空间一阶导数进行离散近似,同时采用选择性滤波方法来消除同位网格差分所产生的格点高频振荡,它既提高了数值模拟的精度,又保证了求解过程的稳定性.数值实验结果表明,SFFD法能够达到 $O(\Delta x^8, \Delta t^4)$ 阶交错网格算法同样的精度,同时该方法还具有很强的适应性,能够应用于存在着强泊松比差异的介质模型中,完整地模拟地震波传播过程中各类型的波场,并且对复杂非均匀介质的适应能力也很好.此外,由于避免了交错网格算法在曲线坐标系和一般各向异性介质的数值模拟时所需进行的复杂的插值运算,SFFD法在这些问题上也有着很好的应用前景.

**关键词** 有限差分 选择性滤波 同位网格 数值模拟 自由界面

doi:10.3969/j.issn.0253-3782.2012.04.004

中图分类号: P315.3<sup>+</sup>1

文献标志码: A

## Application of selective filtering non-staggered finite difference method to seismic wave simulation

Qiu Lei Tian Gang<sup>\*</sup> Wang Bangbing

(Department of Earth Sciences, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** In this study a selective filtering non-staggered finite difference method, called SFFD, is introduced to simulate seismic wave propagation in 2D media. SFFD utilizes optimized 11-point DRP (dispersion relation preserving) non-staggered finite difference scheme to discretize first-order spatial derivatives. In addition, selective filtering is applied to removing grid-to-grid oscillation caused by non-staggered algorithm. The selective filtering enhances the numerical accuracy and makes the simulation stable to implement. Test result demonstrates that SFFD can achieve the same accuracy as  $O(\Delta x^8, \Delta t^4)$  order staggered finite difference scheme. Moreover, the proposed algorithm is able to handle the media with high Poisson's ratio. The media with strong inhomogeneity can also

<sup>\*</sup> 基金项目 国家科技重大专项项目(2008ZX05002)资助.

收稿日期 2011-06-29 收到初稿, 2011-10-27 决定采用修改稿.

<sup>+</sup> 通讯作者 e-mail: tiangang@zju.edu.cn

be treated by SFFD. As a non-staggered method, SFFD has potential application to seismic wave simulation in curvilinear coordinate system and general anisotropic media, in which complex interpolation must be performed for staggered scheme.

**Key words:** finite difference; selective filtering; non-staggered grid; numerical simulation; free surface

## 引言

地震波数值模拟技术具有成本低、效率高、速度快等优点,在计算机技术高速发展的今天,已经成为地球物理学家研究地震波场在地下介质中传播规律的一种必不可少的工具.大量的数值模拟辅之以少量的物理模拟,业已成为人们解决实际问题时所用的常规手段.在过去的40年里,出现了多种数值模拟方法,常见的包括有限差分法(Virieux, 1986; Dablain, 1986; 董良国等, 2000)、伪谱法(Kosloff, Baysal, 1982)、有限元法(Marfurt, 1984)、射线追踪法(Cerveny, Firbas, 1984)、积分方程法(Muijres *et al*, 1998)等.

其中,有限差分法因其编程易实现,计算效率高,对内存需求相对较小,以及可并行化程度高等优势,已成为地震波数值模拟中使用最为广泛的方法.目前,地震波有限差分模拟技术主要朝着两个方向发展:一个是提高有限差分格式的精度及计算速度,消除该方法在计算过程中所产生的非物理因素,如数值频散等(Yang *et al*, 2002; Zheng *et al*, 2006);另一个就是将有限差分法应用到各种复杂介质的地震波模拟中去,如起伏地表介质(Zhang, Chen, 2006; Lan, Zhang, 2011a),各向异性介质(Zhang *et al*, 1999; 祝贺君等, 2009),黏弹性介质,以及多相介质(Yang *et al*, 2007)与非线性介质(郑海山, 张中杰, 2005; Zheng *et al*, 2006)等.有限差分法在实现时,一般使用两种网格:交错网格和同位网格.由于交错网格算法在计算量相等的情况下比同位网格拥有更高的精度,因此在地震波有限差分数值模拟中占据了主导地位.可是,人们发现,交错网格算法也存在着一些问题:由于不同变量定义在同一网格不同的半网格点上,将该算法应用到各向异性介质或者曲线坐标系中时,需要进行复杂的插值运算,不仅计算效率低,还极大地影响了模拟结果的全局精度.而同位网格则是将所有变量都定义在相同的网格点上,在解决上述问题时无需插值,保证了精度和效率(Tsingas *et al*, 1990).但是,低阶的同位网格中心差分算法存在着严重的数值频散问题,而且还会产生格点振荡现象(即奇偶失联振荡).为此,一些学者(Zhang, Chen, 2006; 祝贺君等, 2009)尝试着将经过优化的高阶高精度同位网格有限差分算法引入地震波数值模拟领域,并且取得了很好的效果.其中DRP/opt MacCormack算法就是一个典型的例子,它已被应用于曲线坐标系下和各向异性介质下的地震波数值模拟中.

本文从计算空气声学领域引入一种高精度的选择性滤波同位网格有限差分算法(selective filtering non-staggered finite difference, 简称为SFFD),用于模拟二维弹性介质中的地震波场,并通过对比计算验证其精度和适用性.

## 1 方法原理

### 1.1 一阶速度-应力方程

二维各向同性介质中的弹性波动方程在笛卡尔坐标系下可用一阶速度-应力格式表示

如下(Virieux, 1986):

$$\begin{cases} \nu_{x,t} = b(\tau_{xx,x} + \tau_{xz,z}) + f_x \\ \nu_{z,t} = b(\tau_{xz,x} + \tau_{zz,z}) + f_z \\ \tau_{xx,t} = (\lambda + 2\mu)\nu_{x,x} + \lambda\nu_{z,z} \\ \tau_{zz,t} = \lambda\nu_{x,x} + (\lambda + 2\mu)\nu_{z,z} \\ \tau_{xz,t} = \mu(\nu_{z,x} + \nu_{x,z}) \end{cases} \tag{1}$$

式中,  $\nu_x, \nu_z$  为  $x, z$  方向的质点速度分量;  $\tau_{xx}, \tau_{zz}$  及  $\tau_{xz}$  分别代表质点的应力张量;  $b$  表示轻度, 即密度的倒数;  $\lambda$  和  $\mu$  为介质的 Lamé 常数;  $f_x, f_z$  表示  $x$  和  $z$  方向的体力分量, 即震源; 各变量下标中的逗号表示求偏导数, 如  $\nu_{x,x}$  表示  $\partial \nu_x / \partial x$ .

1.2 空间差分格式

对波动方程(1)空间导数的离散近似采用优化的 11 点同位网格中心差分格式(Bogey, Bailly, 2004), 以  $x$  方向导数为例

$$u_x(x_0, z_0) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-5}^5 \alpha_j u(x_0 + j\Delta x, z_0) \tag{2}$$

式中,  $\Delta x$  为空间步长,  $\alpha_j$  为经过优化的频散关系保持(dispersion-relation-preserving, 简称为 DRP)中心差分系数, 且有  $\alpha_j = -\alpha_{-j}$ . 式(2)可用 FD<sub>55</sub> 来表示, 且  $\alpha_j$  值列于附表 1. DRP 差分系数  $\alpha_j$  使 FD<sub>55</sub> 具有很高的数值精度, 同时频散和耗散误差也很小. 将式(2)变换到波数域, 得到如下表达式:

$$k_e \Delta x = 2 \sum_{j=-1}^5 \alpha_j \sin(jk \Delta x) \tag{3}$$

式中,  $k_e$  和  $k$  分别为有效空间波数和准确空间波数. 频散误差曲线如图 1a 所示. 从图中可以看到, 在  $0-\pi/2$  范围内,  $k_e \Delta x$  与  $k \Delta x$  之间的误差非常小, 也就是几乎无频散误差.

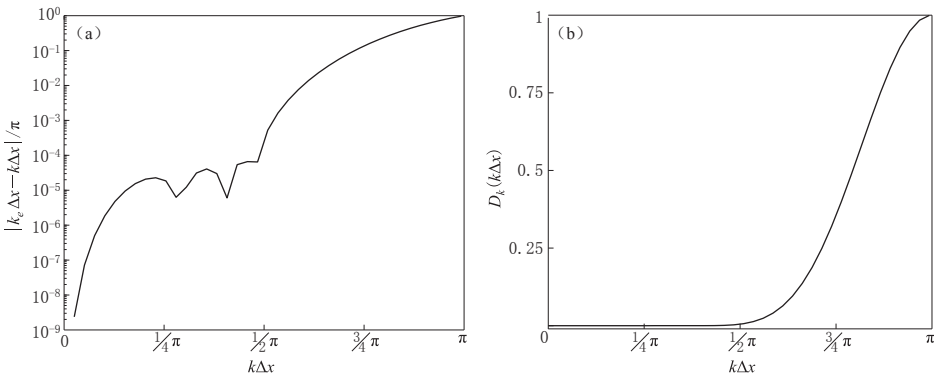


图 1 SFFD 方法特性曲线

(a) 11 点同位网格有限差分格式频散误差; (b) 选择性滤波衰减函数

Fig. 1 Property curves of SFFD method

(a) Dispersion error of 11-point non-staggered finite difference scheme;

(b) Damping function of selective filtering

只是当  $k\Delta x$  大于  $\pi/2$  时, 即波长很短时, 频散误差才逐渐增大. 我们可能已经注意到, 在式(3)中, 当  $k\Delta x = \pi$  时, 对应的  $k_e\Delta x = 0$ , 表明此时有效波数  $k_e$  为 0, 而这并无实际物理意义. 这就意味着, 在使用式(2)求解波动方程时会出现一些由数值离散近似产生的高频非物理波, 我们称这一现象为格点振荡(或奇偶失联振荡). 格点振荡不仅会产生虚假波, 干扰有效波信号, 还会造成求解过程的不稳定. 因此, 在计算时必须尽力消除格点振荡的影响.

1.3 选择性滤波

上面提到, 同位网格中心差分格式在求解一阶空间导数时会产生高频的格点振荡现象. 为了消除格点振荡对波动方程求解所带来的影响, 通常采取以下两种方法: 一种是在波动方程中加入衰减项(需改变方程); 另一种就是通过对物理场的滤波来实现. 由于滤波的方法保留了原有波动方程, 而且实现起来也比较简单, 因此本文使用的就是这种方法, 称为选择性滤波法(Bogey, Bailly, 2004).

$$\begin{cases} u^f(x_0, z_0) = u(x_0, z_0) - \sigma_d D_u(x_0, z_0) \\ D_u(x_0, z_0) = \sum_{j=-5}^5 c_j [u(x_0 + j\Delta x, z_0) + u(x_0, z_0 + j\Delta z)] \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $u^f$  为经过滤波后的波场变量,  $D_u$  为滤波衰减函数,  $\sigma_d \in [0, 1]$  是滤波衰减因子,  $c_j$  为滤波算法的权系数. 式(4)可表示为 SF<sub>55</sub>, 且  $c_j$  值见附表 2.

SF<sub>55</sub> 在保留长波长(低频)物理波的同时, 消除高频的格点振荡, 保持了计算过程的稳定. 图 1b 为滤波衰减函数  $D_u$  在不同波数时的耗散曲线. 从图 1b 中可知, 滤波衰减函数保留了波数小于  $\pi/2$  的波, 而对波数大于  $\pi/2$  的波则进行了压制. 波数越大, 压制越严重, 尤其是当波数为  $\pi$  时, 更是百分之百予以压制.

1.4 时间离散格式

对一阶时间导数, 使用经典的四步四阶 Runge-Kutta 积格式(Komatitsch *et al*, 1996; Yang *et al*, 2002)进行离散迭代求解. 这种时间离散格式比常用的二阶中心差分格式精度更高, 并且允许我们在计算时使用更大的时间步长.

1.5 自由边界条件的实施

前面所述的中心差分格式只能适用于内部网格点的计算, 而对自由边界附近的网格点, 则必须使用非中心差分格式(Lan, Zhang, 2011b). 在自由边界附近, 水平方向导数的求解不存在任何问题, 仍然可以使用中心差分格式. 但是垂直方向导数( $z$  方向)却因为缺少自由界面之上网格点的信息而只能采用 11 点非中心差分格式(Berland *et al*, 2007).

$$u_z(x_0, z_0) = \frac{1}{\Delta z_k} \sum_{k=-P}^Q \beta_k u(x_0, z_0 + k\Delta z) \quad P \neq Q \quad (5)$$

式中,  $\Delta z$  是垂直方向的空间步长,  $\beta_k$  为非中心差分格式的差分系数, 数值见附表 1, 且式(5)可表示为 FD<sub>PQ</sub>.

图 2 是自由界面附近垂直方向导数的离散求解示意图. 设  $k=n$  为自由界面. 点 A 为内部网格点, 可以使用 11 点中心对称差分格式求解. 点 B, C, D, E 及 F 的计算使用 11 点非中心差分格式. 在计算时, 界面  $k=n$  和  $k=n-1$  上的值满足自由边界条件(反对称应力镜像法)(Graves, 1996), 即

$$\begin{cases} \tau_{zz}|_{k=n} = 0 & \tau_{zz}|_{k=n-1} = -\tau_{zz}|_{k=n+1} \\ \tau_{xz}|_{k=n} = 0 & \tau_{xz}|_{k=n-1} = -\tau_{xz}|_{k=n+1} \\ \nu_{z,z}|_{k=n} = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\nu_{x,x}|_{k=n} \end{cases} \quad (6)$$

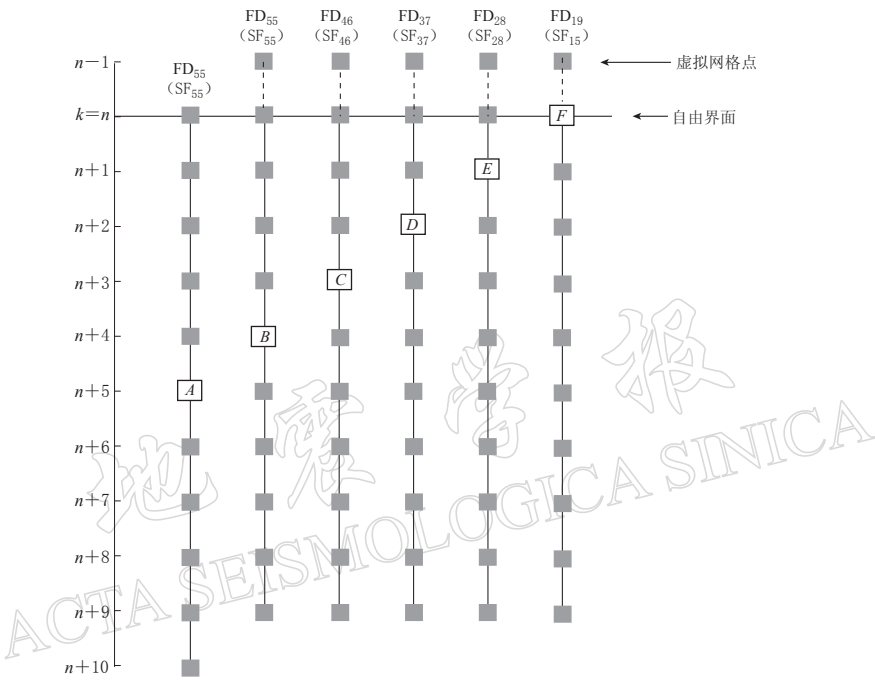


图 2 自由界面处 11 点有限差分算法及其选择性滤波法网格示意图

A 为内部网格点；B, C, D, E, F 为边界网格点

Fig. 2 Grid stencil of 11-point finite difference scheme and selective filtering on boundary grids

A is interior grid point; B, C, D, E and F are boundary points

非中心差分格式相对于中心差分格式而言稳定性更差，因此更需要进行选择性的滤波处理(Berland *et al*, 2007).

$$\begin{cases} u^f(x_0, z_0) = u(x_0, z_0) - \sigma_b D_u(x_0, z_0) \\ D_u(x_0, z_0) = \sum_{j=-5}^5 c_j \cdot u(x_0 + j\Delta x, z_0) + \sum_{k=-P}^Q d_k \cdot u(x_0, z_0 + k\Delta z) \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $\sigma_b \in [0, 1]$ 是非中心滤波算法的衰减因子;  $d_k$  表示非中心滤波算法的权重系数, 数值见附表 2. 式(7)可以用  $SF_{PQ}$  来表示.  $SF_{PQ}$  非中心滤波算法对应于  $FD_{PQ}$  非中心差分格式. 可是, 对于  $FD_{19}$  没有相对应的 11 点非中心滤波算法, 我们使用  $SF_{15}$  的 7 点非中心滤波算法.

需要指出的是, 我们在地表处对速度分量的处理采用完全的单边差分格式, 没有进行任何向地表之上的网格扩展, 而对应力分量进行处理时, 则是通过反镜像将应力扩展到地表上一层网格. 这样做的目的是为了提提高单边差分格式的稳定性, 和模拟结果的精度. 其中, 主要还是出于对提高数值模拟精度的考虑. 在我们的试验中, 应力分量向上扩展一层

网格后,其单边差分格式的稳定性有了一定的提高,但并不显著,可是对数值模拟结果的精度而言却有了较大的提高.进一步的试验表明,向上扩展过多层(多于一层)的网格并不会比只进行一层扩展获得更高的精度;相反还有可能降低数值模拟的精度.因此,我们只是将应力分量向上扩展一层网格来解决自由地表模拟的问题.

2 滤波衰减因子的影响

为了定量评价选择性滤波有限差分法(SFFD)地震波数值模拟中的滤波衰减因子 $\sigma_d$ 和 $\sigma_b$ 对模拟精度和稳定性的影响,设计一个大小为 $nx \times nz=500 \times 500$ 、空间网格大小为 $\Delta x=\Delta z=3\text{ m}$ 的均匀介质模型.模型介质纵、横波速度及密度分别为 $v_p=3000\text{ m/s}$ 、 $v_s=1732\text{ m/s}$ 、 $\rho=2400\text{ kg/m}^3$ .震源位于 $(x,z)=(750\text{ m},300\text{ m})$ 处,接收排列置于 $z=750\text{ m}$ 处,共有500个接收点均匀分布在接收排列上.计算所用的时间步长 $\Delta t=0.5\text{ ms}$ ,记录长度为1 s.将SFFD法求得的解与解析解进行比较,计算500个接收点处速度的平均误差.每一道的误差值使用下面公式进行计算(Bohlen, Saenger, 2006):

$$E = \frac{\sum_{m=1}^N [v_{\text{SFFD}}(m\Delta t) - v_{\text{ana}}(m\Delta t)]^2}{\sum_{m=1}^N [v_{\text{ana}}(m\Delta t)]^2} \tag{8}$$

式中, $v_{\text{SFFD}}$ 为SFFD法求得的数值解, $v_{\text{ana}}$ 是解析解, $N$ 是时间采样点数.

计算结果见表1.表中 $E_{v_x}$ 、 $E_{v_z}$ 分别为 $v_x$ 和 $v_z$ 分量500个接收点的求和平均误差.从表1中结果可知,当 $\sigma_d$ 的值在0.05—0.40之间变化时,无论是速度的水平分量还是垂直分量,误差都非常小,并且误差变化也不大.可是,一旦超出了这个范围误差就会急剧增大,甚至可能使求解过程不稳定.这就意味着,只要在一定范围内对滤波衰减因子 $\sigma_d$ 进行取值,就能保证SFFD方法的精度和稳定性.由于 $\sigma_b$ 只对面波的数值模拟产生较大的影响,因此这里给了一个定值0.25.根据我们反复的试验,最终给出了两个经验值: $\sigma_d=0.20$ , $\sigma_b=0.25$ .后面将使用这两个衰减滤波因子进行计算.

表1 不同滤波衰减因子对数值模拟精度的影响  
Table 1 Impact of different selective damping factors on numerical accuracy

| $\sigma_d$ | $\sigma_b$ | $E_{v_x}$ | $E_{v_z}$ |
|------------|------------|-----------|-----------|
| 0          | 0.25       | 45.342%   | 85.632%   |
| 0.05       | 0.25       | 0.608%    | 0.657%    |
| 0.10       | 0.25       | 0.610%    | 0.659%    |
| 0.15       | 0.25       | 0.615%    | 0.663%    |
| 0.20       | 0.25       | 0.621%    | 0.668%    |
| 0.25       | 0.25       | 0.629%    | 0.675%    |
| 0.30       | 0.25       | 0.638%    | 0.683%    |
| 0.35       | 0.25       | 0.649%    | 0.693%    |
| 0.40       | 0.25       | 0.662%    | 0.706%    |
| 0.45       | 0.25       | 0.760%    | 1.196%    |
| 0.50       | 0.25       | 24.945%   | 117.302%  |
| 0.55       | 0.25       | 654.401%  | 641.867%  |
| 0.60—1.0   | 0.25       | 不稳定       | 不稳定       |

3 计算实例及分析

为验证上述 SFFD 方法的有效性与精度，使用一个简单的双层强泊松比差异介质模型和一个复杂的 Marmousi-2 弹性介质模型，来模拟地震波在模型介质中的传播。震源为主频 20 Hz、时间延迟 0.06 s 的 Ricker 子波。第一个模型采用单点垂向激发震源，第二个模型为爆炸震源。

3.1 模型一：双层介质模型

模型一(图 3a)是一个双层介质模型，模型大小为  $nx \times nz = 600 \times 450$  个网格，空间网格大小为  $\Delta x = \Delta z = 4$  m。第一层的介质参数为：纵波速度  $v_p = 3\,000$  m/s，横波速度  $v_s = 1\,875$  m/s，密度  $\rho = 1\,500$  kg/m<sup>3</sup>。第二层的介质参数为：纵波速度  $v_p = 5\,000$  m/s，横波速度  $v_s = 2\,250$  m/s，密度  $\rho = 2\,000$  kg/m<sup>3</sup>。模拟时所用的时间步长  $\Delta t = 0.4$  ms，记录长度为 2 s。

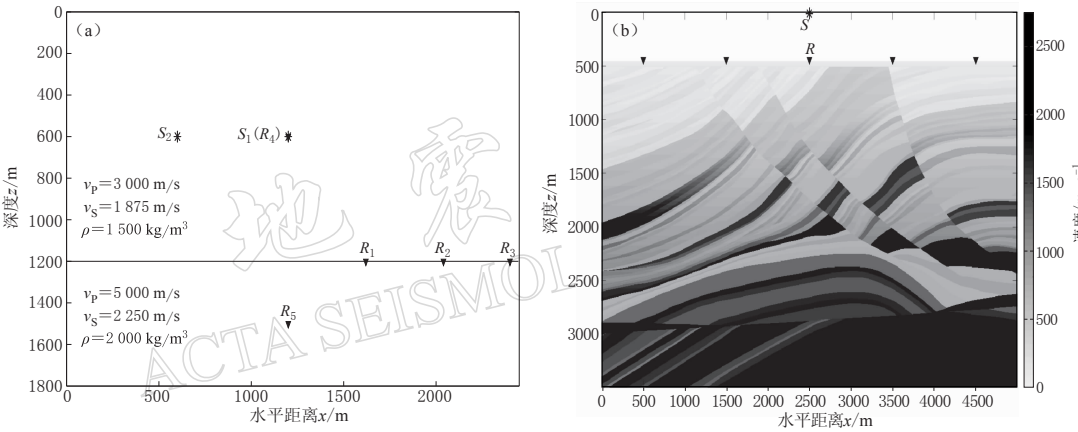


图 3 模型实例。(a) 双层介质模型；(b) Marmousi-2 弹性波模型

Fig. 3 Model sketch. (a) Two-layer model; (b) Marmousi-2 elastic model

首先，将震源  $S_1$  置于  $(x, z) = (1\,200\text{ m}, 600\text{ m})$  处，接收点  $R_1, R_2$  和  $R_3$  置于分界面上，坐标分别为  $(x, z) = (1\,620\text{ m}, 1\,200\text{ m})$ 、 $(x, z) = (2\,040\text{ m}, 1\,200\text{ m})$  和  $(x, z) = (2\,400\text{ m}, 1\,200\text{ m})$ ，验证 SFFD 方法的精度。将 SFFD 法计算所得的数值解与空间精度八阶、时间精度四阶  $O(\Delta x^8, \Delta t^4)$  的交错网格有限差分法(staggered grid finite difference, 简称为 SGFD)的解进行比较，结果如图 4 所示。从图 4 中归一化振幅的比较可知，无论是对于水平速度分量还是垂直速度分量，SFFD 法与 SGFD 法的数值解吻合的都非常好，这表明本文的同位网格有限差分法可以达到高阶交错网格有限差分法相同的精度。模型一上下两层介质的泊松比分别为 0.179 和 0.373，也就是说这是一个含强泊松比差异介质的模型。在使用常规同位网格有限差分法模拟这类强泊松比差异介质中的地震波时，通常是不稳定的。而使用本文方法，即使接收点位于分界面处，求得的数值解依然稳定，说明 SFFD 能够很好地适用于强泊松比差异介质。另外，在这个算例中，当每个最小横波波波长网格点数(point per shortest wavelength, 简称为 PPW)为 9.5 时，就可以达到令人满意的精度，而 Zhang 和 Chen (2006)所使用的 DRP/opt MacCormack 高阶同位网格有限差分算法要达到同样的精度则要求 PPW 为 10。这表明 SFFD 法与 DRP/opt MacCormack 算法具有相近的数值精度。

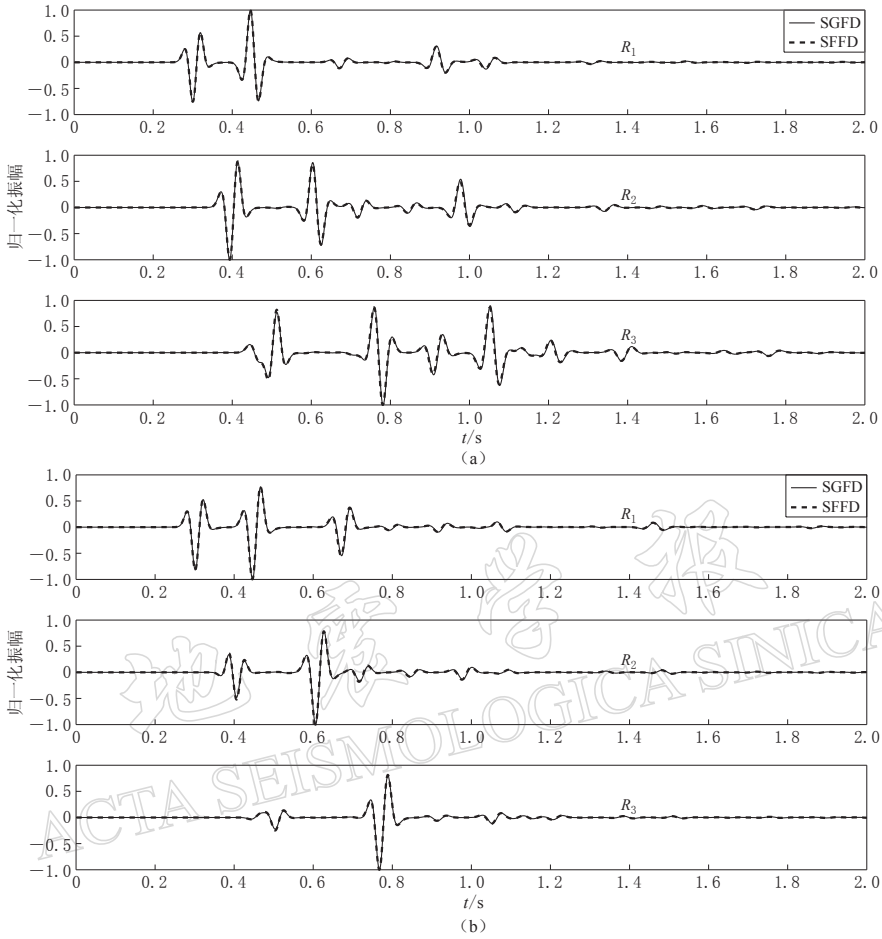


图 4 SFFD 法与 SGFD 法地震记录归一化比较(接收点  $R_1$ ,  $R_2$  和  $R_3$ )  
(a) 水平速度分量; (b) 垂直速度分量

Fig. 4 Comparison between the normalized seismograms calculated with SFFD and with SGFD at receiver  $R_1$ ,  $R_2$  and  $R_3$ , respectively  
(a) Horizontal velocity component; (b) Vertical velocity component

接着, 我们把震源  $S_2$  置于  $(x, z) = (600 \text{ m}, 600 \text{ m})$  处, 两个接收点  $R_4$  (与  $S_1$  重合) 和  $R_5$  分别位于  $(x, z) = (1200 \text{ m}, 600 \text{ m})$  和  $(x, z) = (1200 \text{ m}, 1500 \text{ m})$ , 来检验 SFFD 方法对反射波和透射波的计算能力. 对比  $R_4$  接收到的信号可以验证 SFFD 法计算反射波的能力, 而比较  $R_5$  处接收到的信号则能检验 SFFD 法计算透射波的能力. 图 5 为通过 SFFD 法与 SGFD 法得到的模拟地震记录比较图, 易知这两种方法得到的结果吻合度非常高, 表明 SFFD 法在对反射波和透射波进行计算时也能获得很高的精度.

最后, 将震源置于  $(x, z) = (1200 \text{ m}, 12 \text{ m})$  处, 接收排列置于地表, 其它的模型参数保持不变, 来检验 SFFD 法模拟不同类型波的能力. 图 6 是水平和垂直速度分量的地震记录. 从图中可以清晰地观察到各种类型的波: 直达纵波 d-P, 瑞雷面波 R, 反射纵波 P-P, 转换波 P-SV, 反射横波 SV-SV, 纵波多次波 P-P-P-P. 这些波在水平速度分量和垂直速度分量上, 都有着很好的对应关系. 图 7 为 500 ms 时刻水平和垂直速度分量的波场快照. 图



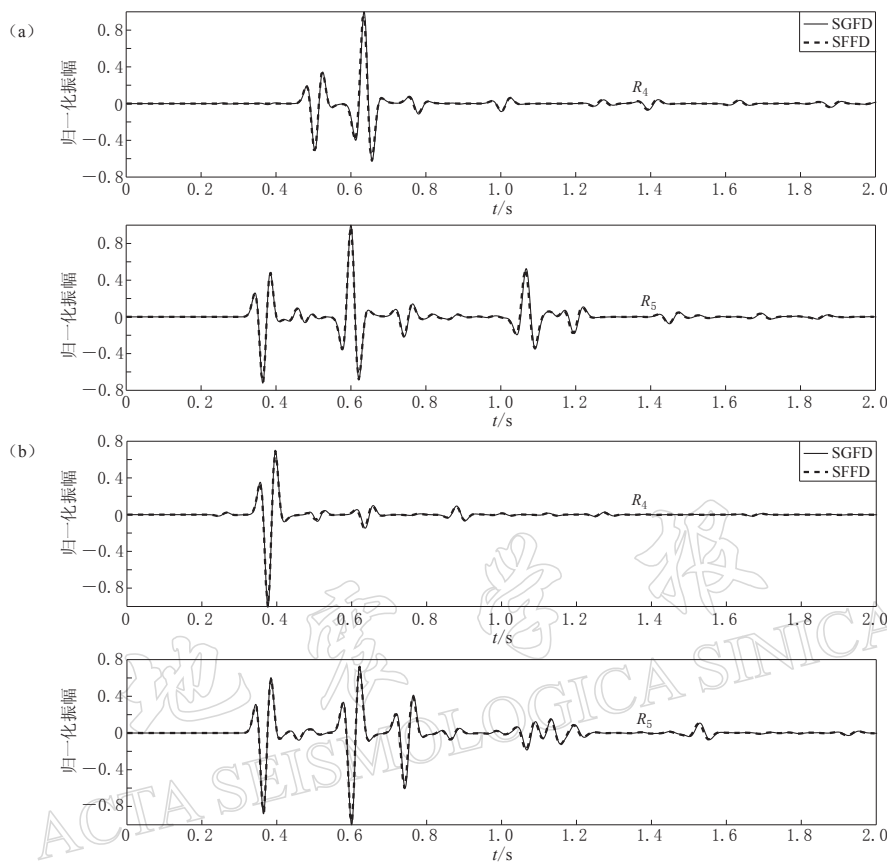


图 5 SFFD 法与 SGFD 法地震记录归一化比较(接收点  $R_4$  和  $R_5$ )

(a) 水平速度分量; (b) 垂直速度分量

Fig. 5 Comparison of the normalized seismograms calculated with SFFD and with SGFD at receiver  $R_4$  and  $R_5$

(a) Horizontal velocity component; (b) Vertical velocity component

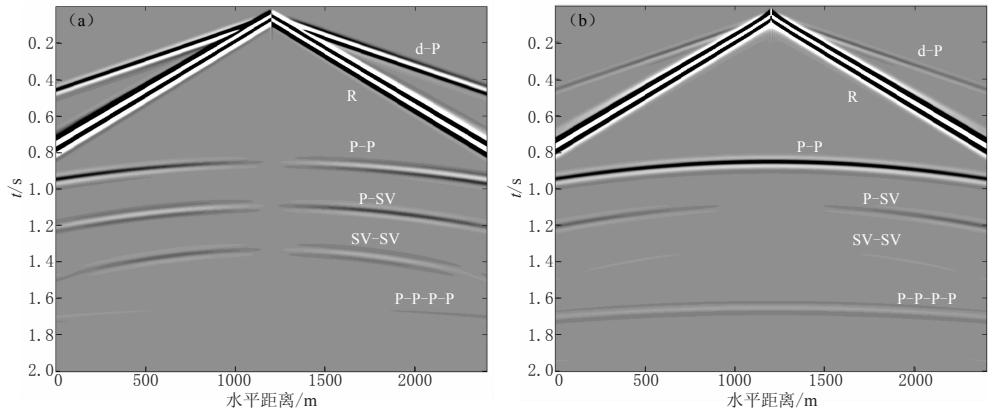


图 6 SFFD 法双层介质模型地震记录. (a) 水平速度分量; (b) 垂直速度分量

Fig. 6 Seismograms for two-layer model by SFFD method. (a) Horizontal velocity component; (b) Vertical velocity component

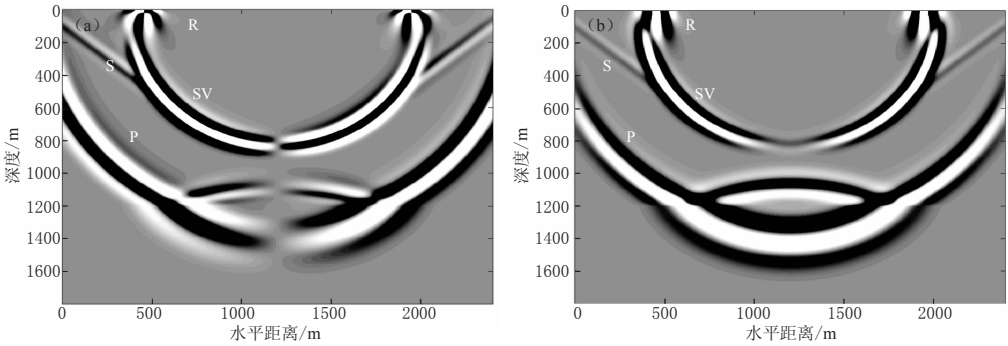


图 7 SFFD 法双层介质模型 500 ms 时刻波场快照. (a) 水平速度分量; (b) 垂直速度分量  
Fig. 7 Snapshots for two-layer model at 500 ms by SFFD method. (a) Horizontal velocity component; (b) Vertical velocity component

中,除了纵波 P、横波 SV 以及瑞雷面波 R 外,还出现了 Schmidt 波 S. Schmidt 波是兰姆 (Lamb)问题中特有的波型(Aki, Richards, 2002). 在图 7 中,该类型波出现的空间区域与理论的完全一致. 以上的事实说明, SFFD 法能够正确地模拟地震波传播过程中各种类型的波场.

3.2 模型二: Marmousi-2 弹性介质模型

模型二(图 3b)为复杂的 Marmousi-2 弹性介质模型,模型大小为  $n_x \times n_z = 1000 \times 700$ ,空间网格大小为  $\Delta x = \Delta z = 5\text{ m}$ . 图 3b 中只给出了横波速度参数,纵波速度和密度并未给出. Marmousi-2 弹性介质模型的上层为 460 m 深的海水,我们将震源置于  $(x, z) = (2500\text{ m}, 10\text{ m})$  处,接收点位于海底表面,来模拟海底地震(ocean bottom seismometer, 简称为 OBS)的记录. 模拟时所用的时间步长  $\Delta t = 0.5\text{ ms}$ ,记录长度 5 s. SFFD 法计算得到的地震记录与  $(\Delta x^8, \Delta t^4)$  阶 SGFD 法得到的地震记录如图 8 所示. 其中,图 8a 和 c 为 SGFD 方法计算得到的水平速度分量和垂直速度分量,图 8b 和 d 为 SFFD 方法计算得到的水平速度分量和垂直速度分量. 对比发现,两种方法得到的地震记录整体上基本一致,只是在少数地方同相轴存在一些细微的差别. Marmousi-2 模型非常复杂,含有多个倾斜断层,并且由固液两种不同的介质组成. SFFD 法能够得到与 SGFD 法基本一致的模拟地震记录,说明 SFFD 法是适用于复杂不均匀介质的地震波数值模拟的.

4 讨论与结论

本文将选择性滤波同位网格有限差分法用于二维各向同性介质的地震波数值模拟. 数值实验证明,该方法具有很高的精度和很强的适应性. 综合对比其它方法,本文的差分格式具有如下特点:

- 1) SFFD 法是经过优化的 DRP 同位网格差分格式,它降低了低阶同位网格有限差分算法的数值频散,具有与高精度的 DRP/opt MacCormack 同位网格差分格式相似的数值精度.
- 2) SFFD 法采用选择性滤波来消除同位网格差分算法所固有的格点高频振动现象,既提高了数值模拟结果的精度,又确保了计算过程的稳定性. 在使用选择性滤波法时,选择合适的滤波衰减因子很重要. 一般来说,选择  $\sigma_d = 0.20$ ,  $\sigma_b = 0.25$  就能取得较好的效果.

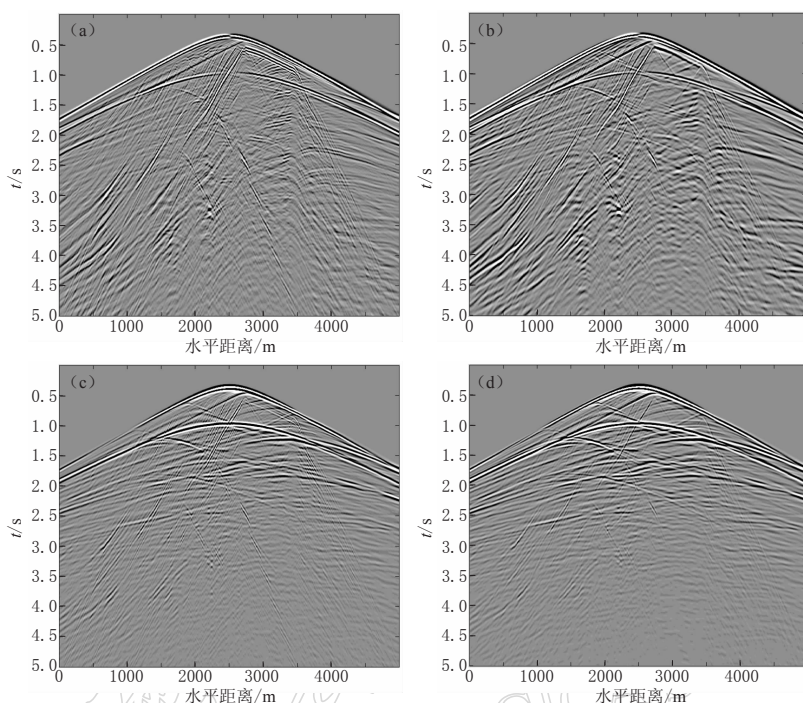


图 8 Marmousi-2 弹性波模型地震记录比较

(a)和(c)分别为 SGFD 法计算得到的水平和垂直速度分量记录; (b)和(d)分别为 SFFD 法计算得到的水平和垂直速度分量记录

Fig. 8 Comparison of the seismograms for Marmousi-2 elastic model

(a) and (c) are horizontal and vertical velocity components, respectively, by SGFD method;

(b) and (d) are horizontal and vertical velocity components, respectively, by SFFD method

3) 与常规的同位网格有限差分格式相比, SFFD 法具有很强的适应性, 它能够应用于存在强泊松比差异的介质模型和复杂非均匀介质模型中, 进行地震波的全场数值模拟。

4) 由于 SFFD 法使用的是同位网格算法, 可以直接应用于曲线坐标系和一般各向异性介质, 避免了交错网格算法所需的复杂的插值运算, 因而提高了计算效率和数值模拟的精度。

综上所述, SFFD 方法使用同位网格算法, 具有很高的计算精度, 可以取代交错网格算法, 是一种研究复杂介质中地震波传播规律的有效方法。本文仅以二维为例对该方法进行了讨论, 但其可以很方便地推广到三维地震数值模拟, 显示出极好的应用前景。

## 参 考 文 献

- 董良国, 马在田, 曹景忠, 王华忠, 耿建华, 雷兵, 许世勇. 2000. 一阶弹性波方程交错网格高阶差分分解法[J]. 地球物理学报, **43**(3): 411-419.
- 祝贺君, 张伟, 陈晓非. 2009. 二维各向异性介质中地震波场的高阶同位网格有限差分模拟[J]. 地球物理学报, **52**(6): 1536-1546.
- 郑海山, 张中杰. 2005. 横向各向同性(VTI)介质中非线性地震波场模拟[J]. 地球物理学报, **48**(3): 660-671.
- Aki K, Richards P G. 2002. *Quantitative Seismology* [M]. 2nd ed. Sausalito, California: University Science Books: 218-244.
- Berland J, Bogey C, Marsden O, Bailly C. 2007. High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for mul-

- multiple-scale and boundary problems[J]. *J Comput Phys*, **224**(2): 637–662.
- Bogey C, Bailly C. 2004. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations [J]. *J Comput Phys*, **194**(1): 194–214.
- Bohlen T, Saenger E H. 2006. Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves [J]. *Geophysics*, **71**(4): T109–T115.
- Cerveny V, Firas P. 1984. Numerical modeling and inversion of travel-time of seismic body waves in inhomogeneous anisotropic media[J]. *Geophys J R astr Soc*, **76**(1): 41–51.
- Dablain M A. 1986. The application of high-order differencing to the scalar wave equation[J]. *Geophysics*, **51**(1): 54–66.
- Graves R W. 1996. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences[J]. *Bull Seism Soc Amer*, **86**(4): 1091–1106.
- Komatitsch D, Coutel F, Mora P. 1996. Tensorial formulation of the wave equation for modeling curved interfaces[J]. *Geophys J Int*, **127**(1): 156–168.
- Kosloff D D, Baysal E. 1982. Forward modeling by a Fourier method[J]. *Geophysics*, **47**(10): 1402–1412.
- Lan H Q, Zhang Z J. 2011a. Three-dimensional wave-field simulation in heterogeneous transversely isotropic medium with irregular free surface[J]. *Bull Seism Soc Amer*, **101**(4): 1354–1370.
- Lan H Q, Zhang Z J. 2011b. Comparative study of the free-surface boundary condition in two-dimensional finite-difference elastic wave field simulation[J]. *J Geophys Eng*, **8**(2): 275–286.
- Marfurt K J. 1984. Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equation[J]. *Geophysics*, **49**(5): 533–549.
- Muijres A J, Herman G C, Bussink P G. 1998. Acoustic wave propagation in two-dimensional media containing small-scale heterogeneities[J]. *Wave Motion*, **27**(2): 137–154.
- Tsingas C, Vafidis A, Kanasevich E R. 1990. Elastic wave propagation in transversely isotropic media using finite-differences[J]. *Geophys Prospect*, **38**(8): 933–949.
- Virieux J. 1986. P-SV wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite difference method[J]. *Geophysics*, **51**(4): 889–901.
- Yang D H, Liu E R, Zhang Z J, Teng J W. 2002. Finite-difference modelling in two-dimensional anisotropic media using a flux-corrected transport technique[J]. *Geophys J Int*, **148**(2): 320–328.
- Yang D H, Song G J, Chen S, Hou B Y. 2007. An improved nearly analytical discrete method: An efficient tool to simulate the seismic response of 2-D porous structures[J]. *J Geophys Eng*, **4**(1): 40–52.
- Zhang W, Chen X F. 2006. Traction image method for irregular free surface boundaries in finite-difference seismic wave simulation[J]. *Geophys J Int*, **167**(1): 337–353.
- Zhang Z, Wang G J, Harris J M. 1999. Multi-component wavefield simulation in viscous extensively dilatancy anisotropic media[J]. *Phys Earth Planet Inter*, **114**(1–2): 25–38.
- Zheng H S, Zhang Z J, Liu E R. 2006. Non-linear seismic wave propagation in anisotropic media using the flux-corrected transport technique[J]. *Geophys J Int*, **165**(3): 943–956.

附录 SFFD 法同位网格有限差分格式及选择性滤波算法的系数

附表 1 11 点同位网格有限差分格式的系数

Coefficients of the non-staggered finite-difference schemes using 11-point stencils

| $j$ | $FD_{55}(\alpha_j)$ | $FD_{46}(\beta_k)$ | $FD_{37}(\beta_k)$ | $FD_{28}(\beta_k)$ | $FD_{19}(\beta_k)$ |
|-----|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| -5  | -0.002484594688     |                    |                    |                    |                    |
| -4  | 0.020779405824      | 0.016756572303     |                    |                    |                    |
| -3  | -0.090320001280     | -0.117478455239    | -0.013277273810    |                    |                    |
| -2  | 0.286511173973      | 0.411034935097     | 0.115976072920     | 0.057982271137     |                    |
| -1  | -0.872756993962     | -1.130286765151    | -0.617479187931    | -0.536135360383    | -0.180022054228    |
| 0   | 0.0                 | 0.341435872100     | -0.274113948206    | -0.264089548967    | -1.237550583044    |
| 1   | 0.872756993962      | 0.556396830543     | 1.086208764655     | 0.917445877606     | 2.484731692990     |
| 2   | -0.286511173973     | -0.082525734207    | -0.402951626982    | -0.169688364841    | -1.810320814061    |
| 3   | 0.090320001280      | 0.003565834658     | 0.131066986242     | -0.029716326170    | 1.112990048440     |
| 4   | -0.020779405824     | 0.001173034777     | -0.028154858354    | 0.029681617641     | -0.481086916514    |
| 5   | 0.002484594688      | -0.000071772671    | 0.002596328316     | -0.005222483773    | 0.126598690230     |
| 6   |                     | -0.000000352273    | 0.000128743150     | -0.000118806260    | -0.015510730165    |
| 7   |                     |                    | 0.0                | -0.000118806260    | 0.000021609059     |
| 8   |                     |                    |                    | -0.000020069730    | 0.000156447571     |
| 9   |                     |                    |                    |                    | -0.000007390277    |

附表 2 11 点和 7 点选择性滤波算法的系数

Coefficients of selective filtering algorithms using 11-and 7-point stencils

| $j(k)$ | $SF_{55}(c_j)$  | $SF_{46}(d_k)$  | $SF_{37}(d_k)$  | $SF_{28}(d_k)$  | $SF_{15}(d_k)$  |
|--------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| -5     | -0.002999540835 |                 |                 |                 |                 |
| -4     | 0.018721609157  | 0.008391235145  |                 |                 |                 |
| -3     | -0.059227575576 | -0.047402506444 | -0.00005459601  |                 |                 |
| -2     | 0.123755948787  | 0.121438547725  | 0.042124772446  | 0.052523901012  |                 |
| -1     | -0.187772883589 | -0.200063042812 | -0.173103107841 | -0.206299133811 | -0.08577740897  |
| 0      | 0.215044884112  | 0.240069047836  | 0.299615871352  | 0.353527998250  | 0.277628171524  |
| 1      | -0.187772883589 | -0.20726920014  | -0.276543612935 | -0.348142394842 | -0.356848072173 |
| 2      | 0.123755948787  | 0.122263107844  | 0.131223506571  | 0.181481803619  | 0.223119093072  |
| 3      | -0.059227575576 | -0.047121062819 | -0.023424966418 | 0.009440804370  | -0.057347064865 |
| 4      | 0.018721609157  | 0.009014891495  | 0.013937561779  | -0.077675100452 | -0.000747264596 |
| 5      | -0.002999540835 | 0.001855812216  | -0.024565095706 | 0.044887364863  | -0.000027453993 |
| 6      |                 | -0.001176830044 | 0.013098287852  | -0.009971961849 |                 |
| 7      |                 |                 | -0.00230862109  | 0.00011335942   |                 |
| 8      |                 |                 |                 | 0.00011335942   |                 |