第 17 卷 第 1 期 地 震 学 报 Vol. 17, No. 1
1995 年 2 月 (103－109) ACTA SEISMOLOGICA SINICA Feb., 1995

强震地运动随机过程模拟*

杜修力 胡 晓 陈原群

(中国北京 100044 水利水电科学研究院)

摘 要

详细分析了强震地面运动随机模拟模型的现状，指出了现有模型存在的一些问题. 在此基础上，参考近场地震学对震源机制的模拟，给出了一种基岩地震动为有色谱的随机地震动模型. 这一模型结合了工程地震学和近场地震学的成果，能较好地反映实际地震动的谱函数，也解决了平动随机模型与转动随机模型之间的不一致性，并且它能方便地利用目前抗震设计的基本参数确定随机模型中的参数，建立起可实际应用的随机地震动荷载设计标准.

主题词 地震动；随机过程；功率谱函数

前 言

城市抗震防灾和工程抗震的首要任务是提供一个合理、定量的设防标准，也即确定地震地面运动的强烈程度. 随着强震记录的积累和人们对地震事件理解的深入，人们已经意识到不仅地震事件具有强烈的随机性，而且地震过程也具有明显的随机过程性. 考虑这种随机性进行结构抗震可靠性设计，已成为地震工程学的重要的前沿性研究课题之一. 对地震动的预测和模拟要求的精度，除了工程需要外，还决定于相关学科的发展水平. 强度非平稳过程，平稳过程和白噪声过程的提出是和随机反应分析的水平相关的. 过于复杂的模拟模型，受实际工程需要和结构分析水平的限制往往难以实际应用. 因此，合理的模型既要在一定程度上反映地震动模拟研究的现有水平，又必须能方便实际工程应用. 笔者认为，地震动随机模拟研究了近 40 年而未能真正用于结构抗震设计，其关键原因之一，就是没有一个合理的模型，并与目前抗震所依据的基本参数较好地挂钩. 本文研究的目的就是尝试进行这方面的努力，力图为结构抗震全概率设计法的实际应用建立一个较为合理的随机地震动荷载设计标准做准备.

1 地震动随机过程模拟

地震动具有明显的强度和频率非平稳特性，工程应用中通常不考虑频率非平稳性，而将地震动表为

$$F(t) = f(t) \cdot A(t) \tag{1}$$

* 1993 年 4 月 28 日收到初稿，1994 年 8 月 29 日收到修改稿并决定采用.

其中，$F(t)$为地面加速度随机过程，$f(t)$为一确定性的随时间变化的函数，通常称为强度包络函数，$A(t)$为一零均值的平稳随机过程.

目前，用于结构随机地震反应计算的输入模型，是用功率谱函数来描述的. 可通过两条途径将地震动基本参数转换成相应的功率谱：一是由加速度反应谱转换成功率谱；二是利用地震动基本参数确定假定的功率谱模型中的待定参数. 本文讨论的是第二种方法.

Housner(1947)提出用白噪声来模拟地震动，其功率谱密度函数为常数

$$S_A(\omega) = S_0 \tag{2}$$

这一模型仅是基于数学上的考虑，与地震的物理本质无关. 显然，实际地震动的功率谱函数是与频率相关的.

Kanai(1957)假定基岩地震动为白噪声，考虑场地特性提出了一种具有明确物理意义的平稳随机过程模型

$$S_A(\omega) = \frac{1 + 4\zeta_g^2 \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}}{(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2})^2 + 4\zeta_g^2 \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}} S_0 \tag{3}$$

式中，ω_g，ζ_g 分别为场地土卓越频率和阻尼比，S_0 为白谱强度. 由式(3)可容易地得到地面运动速度和位移的功率谱函数

$$S_v(\omega) = \omega^{-2} S_A(\omega) \tag{4}$$

$$S_x(\omega) = \omega^{-4} S_A(\omega) \tag{5}$$

由式(4)、(5)可见，当$\omega=0$时，$S_v(\omega)$和$S_x(\omega)$出现明显的奇异点，它使地面速度和位移无界，这显然是与实际不符合的.

为了克服这一缺点，胡聿贤和周锡元(1982)引入一低频减量 γ，提出了一种修正模型.

$$S_A(\omega) = \frac{S_0 \omega^2}{\omega^4 - 2a\omega^2 + m^4} \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2 + \gamma^2} \tag{6}$$

为了保持 Kanai(1957)谱原有特征，Clough 和 Penzien(1983)又建议了另外一种削减低频的模型

$$S_A(\omega) = \frac{1 + 4\zeta_g^2 \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}}{(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2})^2 + 4\zeta_g^2 \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}} \cdot \frac{\dfrac{\omega^4}{\omega_1^4}}{(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_1^2})^2 + 4\zeta_1^2 \dfrac{\omega^2}{\omega_1^2}} S_0 \tag{7}$$

其中，频率参数 ω_1 和阻尼参数 ζ_1 是为了给出所需要的过滤特性而选择的.

但是，式(6)模型中的 γ 以及式(7)模型中的 ω_1，ζ_1 如何取，仍然是一个困难.

由上面给定的功率谱，即可确定地面加速度的方差

$$\sigma_A^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_A(\omega) \mathrm{d}\omega \tag{8}$$

对于 Kanai(1957)谱有

$$\sigma_A^2 = \pi \omega_g S_0 (1 + 4\zeta_g^2) / 4\zeta_g \tag{9}$$

地面加速度过程 $A(t)$ 的最大值 A_m 为一随机变量，由随机极值理论有

$$E[A_m]r\sigma_A \tag{10}$$

其中，r 是峰值因子，可表为

$$r=\left(\sqrt{2\ \ln vT_e}+\frac{0.5772}{\sqrt{2\ \ln v\ T_e}}\right) \tag{11}$$

T_e 是平稳持时，v 是越零率

$$v=\frac{\sigma_{\dot{A}}}{\sigma_A}\cdot\frac{1}{\pi} \tag{12}$$

$\sigma_{\dot{A}}$ 是地面加速度导数的方差，表为

$$\sigma_{\dot{A}}^2=\int_{-\infty}^{+\infty}\omega^2 S_A(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{13}$$

由于 $E[A_m]$ 等于地面加速度峰值的统计平均值，可由烈度与加速度峰值的转换关系或者由地震危险性分析直接给出．于是，将式(9)代入式(10)，即可确定白谱强度因子 S_0 来．

值得注意的是，上面的功率谱模型全为有理谱形式

$$S_A(\omega)=\frac{\omega^{2n}+a_{2n-2}\omega^{2n-2}+\cdots+a_0}{\omega^{2m}+b_{2m-2}\omega^{2m-2}+\cdots+b_0}\cdot S_0 \tag{14}$$

只有当 $m>n+1$ 时，其地面加速度的导数的方差 $\sigma_{\dot{A}}$ 才为有限值．考查上面模型可见，$\sigma_{\dot{A}}$ 全是无限值，因而其峰值因子不能由式(12)表出．Lai(1982)给出了越零率的一个统计公式

$$v=4(\omega_g+5.15)/2.12 \tag{15}$$

因此，利用上述模型，峰值因子只能近似地经验确定．为了克服这一缺点，欧进萍等(1991)提出了一种基岩为马尔柯夫有色谱的修改了的 Kanai 谱，其功率谱函数可表为

$$S_A(\omega)=\frac{1+4\zeta_g^2\dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}}{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}\right)^2+4\zeta_g^2\dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\omega^2}{\omega_h^2}}\cdot S_0 \tag{16}$$

式中，ω_h 是反映基岩特性的谱参数，可取为 $\omega_h=8\pi\mathrm{rad/s}$.

将式(16)代入式(8)、(13)有

$$\sigma_A^2=\frac{4\zeta_g^2\omega_h+2\zeta_g\omega_R+\omega_h}{\omega_h^2+2\zeta_g\omega_g\omega_h+\omega_g^2}\cdot\frac{\pi\omega_g\omega_h}{2\zeta_g}S_0 \tag{17}$$

$$\sigma_{\dot{A}}^2=\frac{8\zeta_g^3\omega_h+4\zeta_g^2\omega_R+\omega_h}{\omega_h^2+2\zeta_g\omega_g\omega_h+\omega_g^2}\cdot\frac{\pi\omega_g^2\omega_h^2}{2\zeta_g}S_0 \tag{18}$$

于是，峰值因子 r 可以方便地表出．但是，这一模型仍然有 Kanai 谱同样的缺点，即地面速度和位移的方差无界．因此，也不便用于空间地震动相关分析模型．

张敏政(1986)在考虑震源机制的地震动模拟中，假定断裂随机地从具有多个圆形子断裂区的矩形断层面上的这些断裂区之一开始，向所有与之相邻的子区传播，得出加速度富氏谱．

$$A_T(\omega) = W_0(\Delta\sigma, \mu, V_R, R^0, R^{\mathrm{I}}) \cdot h(D\omega) \cdot H(\omega, \omega_0) \cdot F(\omega, R_i, Q, \beta, r) \cdot TR(\omega) \tag{19}$$

式中，$\Delta\sigma$ 为断层上的平均应力降，μ 为剪切模量，V_R 为断裂传播速度，β 为剪切波速度，R^I 为双力矩源在远场的辐射因子，R 为与幅射有关的一个系数. $h(D\omega)=1/[1+(D\omega)^2]^{1/2}$ 为低通滤波器的传递函数，脉冲假定为 $(1/D)\exp(-t/D)$，当 $\omega=1/D$ 时，谱幅值将衰减为高频渐进值的 $1/\sqrt{2}$，当 $\omega>1/D$ 时，谱幅值将有 ω^{-1} 的衰减性状. $f=\dfrac{1}{2\pi D}$ 是标志高频谱衰减的拐角频率，$D\approx0.03-0.04$ s. $H(\omega, \omega_0)=1/[1+(\omega_0/\omega)^2]$ 为高通滤波器的传递函数，ω_0 为低频拐角频率，它的作用相当于低频减量，Brune 等(1979)建议了一个最佳平均估值公式

$$\omega_0 = 2\pi\beta/3r \tag{20}$$

r 为圆盘半径，张敏政(1986)给出了 r 与震级的统计关系，$\beta=3.5$ km/s. $F(\omega, R_i, Q, \beta, r)$ 为考虑传播途径引入的衰减函数，$TR(\omega)$ 代表场地条件影响.

考查式(19)及其物理意义可认为 $W_0(\Delta\sigma, \mu, V_R, R^0, R^I)$ 与 ω 无关，它相当于震源释放能量强度的标志. 于是，可假定它为一白噪声过程，再忽略传播途径的影响，由式(19)得加速度过程的功率谱函数为

$$S_A(\omega) = S_0 \cdot |h(D\omega)|^2 \cdot |H(\omega, \omega_0)|^2 \cdot |TR(\omega)|^2 \tag{21}$$

假定场地为一单层卓越频率为 ω_g，阻尼比为 ζ_g 的土，则由式(21)可得

$$S_A(\omega) = \frac{1 + 4\zeta_g^2 \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}}{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}\right)^2 + 4\zeta_g^2 \dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}} \cdot \frac{1}{1+(D\omega)^2} \cdot \frac{\omega^4}{(\omega^2+\omega_0^2)^2} \cdot S_0 \tag{22}$$

由式(22)可见，$1/(1+(D\omega)^2)$ 的低通滤波器与欧进萍等(1991)引入的一致，而高通滤波器 $\omega^4/(\omega^2+\omega_0^2)^2$ 又与 Clough 和 Penzien(1983)的作用相一致. 因此，本文模型兼具有这两种模型的优点，而且它反映了人们对震源机制的理解.

2 随机地震动模型参数确定方法

2.1 平稳模型及其参数确定方法

按震级、震中距和场地条件确定模型参数 由强震记录，依据震级、震中距、场地条件为标准，对要统计的地震动参数集合 Y 分类，可统计回归得如下地震动参数的衰减规律：

$$Y = F(M, R, T_g) \tag{23}$$

一般 Y 包括最大峰值加速度、峰值速度、峰值位移、有效峰值加速度及持续时间等. M, R, T_g 分别为震级、震中距、场地卓越周期，$F(\quad)$ 的具体形式可视所选模型而定.

式(22)中模型参数 ω_g 可由表 1 中远、近震情况不同而定.

高频减量 D 可取 $D=0.03S$ 和 $0.04S$，低频减量 ω_0 可按式(20)计算. 其中，r 可按张敏政(1986)给出的震级与 r 的统计关系确定. 简单地，忽略震级对圆盘半径 r 的影响，可取其平均值 $r=4$ km.

表 1　场地土参数

场　地　土　类		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
ω_g	近震	31.42	20.94	15.71	9.67
	远震	25.13	15.71	11.42	7.39
ζ_g		0.64	0.72	0.8	0.9

将式(22)代入式(8)、(13)，并参考表 1 中 ω_g，ζ_g 的值可得表 2 和表 3. σ_A，σ_A，求得后，再由式(23)可求得地面加速度的峰值的统计平均值 $E[A_m]$和平稳持时 T_e. 于是，由式(10)即可得到谱强度因子 S_0.

表 2　$D=0.03S$

场　地　土　类		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
σ_A	近震	$6.60\sqrt{S_0}$	$5.93\sqrt{S_0}$	$5.43\sqrt{S_0}$	$4.56\sqrt{S_0}$
	远震	$6.29\sqrt{S_0}$	$5.43\sqrt{S_0}$	$4.84\sqrt{S_0}$	$4.07\sqrt{S_0}$
σ_A	近震	$211.18\sqrt{S_0}$	$160.03\sqrt{S_0}$	$133.03\sqrt{S_0}$	$95.29\sqrt{S_0}$
	远震	$178.68\sqrt{S_0}$	$126.89\sqrt{S_0}$	$102.21\sqrt{S_0}$	$75.62\sqrt{S_0}$

表 3　$D=0.04S$

场　地　土　类		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
σ_A	近震	$5.92\sqrt{S_0}$	$5.42\sqrt{S_0}$	$5.03\sqrt{S_0}$	$4.30\sqrt{S_0}$
	远震	$5.71\sqrt{S_0}$	$5.05\sqrt{S_0}$	$4.55\sqrt{S_0}$	$3.87\sqrt{S_0}$
σ_A	近震	$174.42\sqrt{S_0}$	$134.08\sqrt{S_0}$	$112.11\sqrt{S_0}$	$81.11\sqrt{S_0}$
	远震	$149.33\sqrt{S_0}$	$107.62\sqrt{S_0}$	$87.11\sqrt{S_0}$	$64.82\sqrt{S_0}$

按地震烈度和场地条件确定　实际上，大多数工程结构抗震设计都是以地震烈度和场地类别为基础的. 为此，我们需要寻求一种转换方法，由给定的地震烈度去估计相应的近、远震震级和震中距. 欧进萍等(1991)已给出了转换结果. 表 4 为经转换的我国东部地区的结果. 于是，我们就可用上面介绍的方法来确定模型参数.

表 4　与近震和远震烈度对应的震级、震中距

烈度 I		5	6	7	8	9	10
近震	M	4.94	5.60	6.26	6.92	7.58	8.24
	R	24.89	24.11	23.35	22.61	21.89	21.19
远震	M	5.60	6.26	6.92	7.58	8.24	8.90
	R	53.72	52.32	50.95	49.63	48.33	47.08

另外一条途径就是由烈度与地面加速度峰值的统计转换关系确定加速度最大值的统计平均值 $E[A_m]$，然后由 Vanmarcke 和 Lai(1980)推荐的统计公式

$$T_e = 30\ \exp(-3.254E[A_m]^{0.35}) \tag{24}$$

确定平稳持时 T_e. 这一方法中，r 只能取其平均值.

2.2　非平稳模型中的强度及其参数确定方法

非平稳模型中的强度包络函数 $f(t)$ 一般采用分三段表达的包络函数.

$$f(t)=\begin{cases}(t/t_1)^2 & t\leqslant t_1\\ 1 & t_1<t\leqslant t_2\\ \mathrm{e}^{-c(t-t_2)} & t>t_2\end{cases}\tag{25}$$

式中，t_1，t_2，C 分别是控制主震段首末时间和衰减快慢的参数.

由式(1)可推得

$$\tau(t,\ \tau)=|\ f(t)\ |^2\tau_A(t)\tag{26}$$

其中，$\tau(t,\ \tau)$ 为 $F(t)$ 的自相关函数，$\tau_A(t)$ 为 $A(t)$ 的自相关函数.

假定 $g(t)$ 为非平稳随机过程 $F(t)$ 的标准差函数. 由 $f(t)$ 和 $g(t)$ 的性质，对地震动过程由式(26)可推出

$$g(t)=\sigma_A f(t)\tag{27}$$

对于平稳过程 $A(t)$ 的方差 σ_A 是一常数，故式(27)表明，地震动标准差函数与强度包络函数成正比. 由式(27)可知

$$\sigma_A=\max\sigma_F(t)=\sigma_{F\max}\tag{28}$$

$\sigma_{F\max}$ 为标准差函数的最大值，它可由强地震记录统计求得. 于是，可由式(23)求得平稳过程 $A(t)$ 的谱强度因子 S_0. 而强度包络函数 $f(t)$ 已有许多成熟的研究结果. 这样，非平稳随机过程模型 $F(t)$ 就确定了.

值得指出的是，目前确定非平稳随机过程参数的方法是存在问题的. 它是由平稳持时 T_e 和最大加速度统计平均值 $E[A_m]$ 通过式(10)确定 S_0，这实际上是假定了 $F(t)$ 是一平稳过程，因为这里的 $E[A_m]$ 并不是 $A(t)$ 的统计平均值，而是指 $F(t)$ 的最大值的统计平均值. 实际上，这一点与我们目前所用的描述地震动的参数有关，通常用峰值加速度、持时、反应谱来作为描述地震动的基本参数，而峰值本身应是一随机变量，具有一定的超越概率，而一随机过程的方差正如概率值一样在统计意义下是确定的. 因而，由峰值来反估方差的办法是有问题的，只有当在平稳过程的假定下，才能由式(10)来反估方差. 因此，胡聿贤先生曾指出，描述地震动特性可能最好的方法是利用地震动强度曲线(也即标准差函数) $g(t)$.

当然，硬要由峰值来反估式(1)模型中平稳过程的方差，可能的办法是利用 Yang 和 Liu(1980)基于极值的 Weibull 分布近似提出的计算峰值均值的公式，这将十分麻烦.

3 转动分量功率谱模型

基于弹性波理论可得到转动谱 $S_{AT}(\omega)$ 与平动谱 $S_A(\omega)$ 之间的关系式.

$$S_{AT}(\omega)\ \frac{\omega^2}{\mu^2c^2(\omega)}\cdot S_A(\omega)\tag{29}$$

$$C(\omega)=\frac{\beta}{\sin[\theta_0(\omega)]}\tag{30}$$

其中，β 为场地剪切波速，$\theta_0(\omega)$ 为入射角(是频率的函数)，实际计算中可取为常数，当是出平面的转动时，$\mu=1$；当是平面内转动时，$\mu=2$.

由式(29)可见，前面的功率谱模型 $S_A(\omega)$ 中，除本文模型和欧进萍等(1991)提出的模型外，均不能由式(29)求得转动分量的有限方差，故不能直接用这些模型来表示转动分量. 因此，李宏南(1990)直接假定了转动分量的功率谱模型，其模型参数通过平动分量用与式(29)有关的公式计算转动分量的功率谱，然后，用曲线拟合法求得. 实际上，这一做法又忽视了公式(29)的限制. 因此，本文建议如下转动功率谱模型，以克服这一缺点：

$$S_{AT}(\omega)=\frac{\omega^2}{\mu^2 C^2(\omega)}\cdot\frac{1+4\zeta_g^2\dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}}{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}\right)^2+4\zeta_g^2\dfrac{\omega^2}{\omega_g^2}}\cdot\frac{1}{1+(D\omega)^2}\cdot\frac{\omega^4}{(\omega^2+\omega_0^2)^2}\cdot S_0 \tag{31}$$

4 结　　语

本文从现有地震动随机模型分析入手，基于工程应用考虑，提出了一种新的地震动随机模拟模型，并研究了模型参数与目前抗震设计所依据的基本参数间的关系，使得这一模型能够用于实际工程抗震分析与设计. 限于篇幅，本文没有给出具体的计算结果和这一模型在结构抗震可靠度分析方面的应用. 这些，我们拟另文讨论.

参　考　文　献

胡聿贤、周锡元，1982. 弹性体系在平稳和平稳化地面运动下的反应. 地震工程研究报告集，第一集，33－35. 科学出版社，北京.

李宏男，1990. 结构多维地震反应分析. 国家地震局工程力学研究所工学博士论文，哈尔滨.

欧进萍、牛荻涛、杜修力，1991. 设计用随机地震动的模型及其参数确定. 地震工程与工程振动，**11**，3，45－54.

张敏政，1986. 近场地震动工程参数的估计. 国家地震局工程力学研究所工学博士论文，哈尔滨.

Clough，R. W. and Penzien，J.（著），王光远等(译)，1983. 结构动力学，418pp. 科学出版社，北京.

Brune，J. N.，Archuleta，R. J. and Hartzell，S.，1979. Far-Field，S-Wave Spectra，Corner Frequencies and Pulse Shapes. *J. Geophys. Res.*，**84**，5，2262－2372.

Housner，G. W.，1947. Characteristics of strong motion earthquake. *Bull. Seism. Soc. Amer.*，**37**，19－31.

Kanai，K.，1957. Semi-Empirical Formula for the seismic characteristics of ground. *Bull. Earthq. Res. Inst.*，*Tokyo University*，**35**，306－325.

Lai，P. S-S.，1982. Statistical characterization of strong ground motions using power spectral density function. *Bull. Seism. Soc. Amer.*，**72**，1，259－274.

Vanmarcke，E. H.，Lai，P. S-S.，1980. Strongmotion duration and RMS amplitued of earthquake records. *Bull. Seism. Soc. Amer.*，**70**，4，1293－1307.

Yang，J. N.，Liu，S. C.，1980. Statical interpretation and application of response spectra. *7th WCEE*，**6**，657－663.