运用重构高维相空间的方法对地震过程及其预报问题的研究*

胡　平[1)]　李　卫[2)]　杨培才[2)]

1) 中国 北京 100029 国家地震局地质研究所

2) 中国 北京 100029 中国科学院大气物理研究所

摘　要

运用重构高维相空间的方法对实际震例观测资料进行分析，以研究地震过程动力学行为和有关预报的问题. 认识到地震过程是混沌的. 因此，从理论上讲对地震可以在可预报时间长度里进行确定性的预报. 讨论了运用这种方法进行地震研究的一些有关问题(如几种主要量及其之间关系、所使用资料的背景条件与分析结果的关系、降维过程与地震预报问题等)和意义.

关键词　混沌；关联维数 d_2；二阶 Renyi 熵 K_2；地震预报

1　用重构高维相空间的方法研究地震过程动力学行为特性的原理

对于某一动力系统，若可以获取其某一个或某几个状态变量随着所讨论动力学过程演化的时间序列

$$x_i = x(t_0 + i\Delta t), \qquad i = 0, 1, 2, \cdots, N \tag{1}$$

其中，t_0 为起始时刻，Δt 为观测时间间隔，N 为样本容量，人们就可通过 Grassberger 和 Procaceia 提出的重构高维相空间的方法来研究原动力系统的动力学特性，这种方法现在也有人简称为GP法.

时间序列包含着参与动态的全部其它变量的痕迹，并使人们得以验证潜在体系的某些与任何模型化无关的重要特性. GP法正是通过引入一个时滞参数 τ，重构一个 m 维相空间 R^m 来恢复原来系统的动力学特性(Grassberger and Procaceia, 1983)，即

$$X_m(t_i) = \{x(t_i), x(t_i + \tau), \cdots, x(t_i + (m-1)\tau)\},$$
$$i = 0, 1, 2, \cdots, N - (m-1)\tau \tag{2}$$

其中，m 称为嵌入维数，又称这个 m 维相空间 R^m 为嵌入空间. 当 m 足够大，重建的系统与原动力系统的几何性质将是等价的(Takens, 1981). 如果包含某个吸引子的嵌入空间

* 地震科学联合基金会资助项目.
1992年4月3日收到本文初稿，1992年12月29日决定采用.

维数 m 与这个吸引子的分维数为 d 相比是足够大时，这个吸引子的所有几何信息就能在这个嵌入空间中被完全揭示出来. Mané 和 Taken 曾要求作到 $m>2d+1$ (Taken, 1981; Mañé, 1981)，但实际工作中，$m>d$ 也常是可以的. 为估计吸引子维数和 K 熵，先计算系统的关联函数

$$C_m(r)=\frac{1}{\tilde{N}^2}\sum_{i,j=1}^{\tilde{N}}\theta(r-|X_m(t_i)-X_m(t_j)|) \tag{3}$$

式中，$\theta(z)=\begin{cases}1, z\geqslant 0\\0, z<0\end{cases}$　$\tilde{N}=N-(M-1)\tau$ 为相轨道长度，r 为相空间 R^m 中选定距离. 当 $\tilde{N}$ 足够大、r 足够小时，应用如下标度律：

$$C_m(r)\approx r^{d_2}e^{-m\tau K_2} \tag{4}$$

可计算

$$d_2(m)=d\ln[C_m(r)]/d\ln r \tag{5}$$

$$K_2(m)=\ln[C_m(r)/C_{m+p}(r)]/p\tau \tag{6}$$

如果系统存在吸引子，那么吸引子维数估计值 $d_2(m)$ 对于 m 是渐近的，即当 m 增大到某个 m_{∞} 以后，$d_2(m)$ 不再随 m 增大发生有意义的变化. 此时嵌入维数 m_{∞} 称为饱和嵌入维数，即

$$d_2=d_2(m)\approx d_2(m_{\infty})\approx d_2(m_{\infty+1})\approx\cdots$$

此时，d_2 和 K_2 分别称为吸引子的关联维数和二阶 Renyi 熵. 这是两个对于确定系统动力学行为以及可预报性问题分析非常重要的量. 若 d_2 存在且非整或大于 2 时，表示系统存在吸引子. 若 $K_2>0$(即至少最大李亚普诺夫指数大于 0)，表示相空间在此吸引子上沿某些方向无穷小体积元是发散的(而沿其它方向收缩). 由存在 d_2 和 $K_2>0$ 这两点可以确定系统存在奇异吸引子，此时这个系统的运动是混沌的(Shaw, 1981; Eckmann, 1985). 因此，这个系统的行为一定遵循某种确定的规律，是可以在一定时限内进行确定性预报的；但这个系统的长期行为又是不可预报的，可预报时间长度可由 $1/K_2$ 来估算.

在对地震问题的研究中，至今人们还不知道地震过程的动力学方程，只是可以通过观测来获取地震过程信息，长期连续观测资料就构成了地震过程的数据集. 这样的背景条件正好可以尝试运用 GP 法来研究其动力学行为及可预报性问题. 由于 GP 法中要求时间过程的数据集为等时间隔采样所构成的时间序列，但地震过程数据集决非那样的时间序列，所以我们要作时间变换. 将观测到的地震数据集变换成为等次数间隔采样取得的地震事件时序，以便使用 GP 法进行分析(胡平等, 1990; 胡平等, 1992). 现在也常把地震数据集理解为由地震过程一次接一次迭代产生的离散迭代数据来使用 GP 法进行分析，这样的理解原则上是可以的. 其分析结果与变换为地震事件时序再分析得到的结果大致相同. 都是以次数作为地震过程演化的单位，如 K_2 的单位是 bit/次.

运用 GP 法来研究地震过程的动力学问题，对认识地震的各种复杂现象提供了一条可能的途径. 人们可以尝试通过地震观测资料来认识地震过程的可预报性问题，控制地震过程的基本变量数目范围，在地震过程中其动力学行为、特征有无变化规律，这些规律对地震预报的意义，以及一些其它的人们已知和未知的问题. 由此更可见，对地震过程的非线性动力学问题进行研究是非常有意义的.

2 地震过程实例研究

运用 GP 法对实际地震资料进行分析时，应选用高精度(以保证误差小)、高监测能力(以尽量避免缺漏地震事件而丢失地震信息)台网获取的地震资料.我们所了解、掌握的地震资料以水库地震强化观测台网获取的为最佳.在参考文献中，我们已报告了对浙江湖南镇水库地震实例的研究工作(胡平等，1990).取得此资料的地震台网可监测 -2.0 级(M_L)地震，定位误差不大于 500 m，这样高监测能力和定位精度资料是极少有的宝贵资料，不足之处是此资料的样本量较小，只有 500 多个.按 Ruelle 提出的样本量 N 与能求出的可靠 d_2 值应满足的关系(Ruelle，1990)

$$d_2 \ll 2\log_a N \tag{7}$$

取 $a=10$，应有 $d_2 \ll 5.4$.可见，在湖南镇水库地震震例中，对于大于 5.4 的 d_2 值是不可靠的.那项实例分析只是运用 GP 法研究地震过程非线性动力学问题的初步探索和尝试.本文中我们将偏重报告 对资料数据样本量足够大的新丰江水库地震震例进行的动力学特性等多方面研究、分析，并通过这两个震例的研究工作，报告我们运用 GP 法研究地震过程有关问题已取得的一些认识.

在实例分析中，对重构相空间时引入的时滞参数 τ 的选取，原则是使构成的 m 维空间 R^m 中的每一个时滞坐标线性无关(即为正交坐标).τ 取得太小，数据间相关性太大，重构相空间中时滞坐标会相关；τ 取得太大，由于相轨道的指数发散性和不可避免的误差，又会使相距甚远的数据点之间失去了它们在动力学演化过程中的联系.一般情况下，可以由时间序列数据的自相关分析来估计 τ 的取值，无论怎样选取 τ 值都须通过实际试算来最后确定.式(3)中相空间 R^m 中距离 r 要通过试算来选取，r 的选取范围要保证式(5)所决定的标度区间得到充分覆盖.

对新丰江水库地震的观测于 1960 年 10 月 18 日开始，1961 年 7 月建成了库区地震台网并投入观测.由于该水库地震活动非常频繁，加之建设了专门的地震监测台网，所以取得了监测能力较高、精度较好、样本量极大的地震资料.图 1 不但图示了从 1961 年 7 月 1 日至 1963 年 2 月 9 日这段时间里，1962 年 3 月 19 日 04 时 18 分 $M_S=6.1$ 主震前后的地震数据样本量(主震前 5419 次，主震后 8906 次，前后共计 14326 次)分布情况，同时还表示出为了分析此地震过程动力学行为及其演化而分段截取的 5 段地震目录以及它们的编组号.Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ三组数据为主震前的 3 段地震目录；Ⅳ，Ⅴ两组为主震后的两段地震目录.另外，我们还从主震后至 1963 年 2 月 9 日这段时间里筛取了能级(此地震目录中地震强度以地震能级 K 计，目录中最小 K 值为 3，最大为 12).$K \geqslant 8$ 的地震目录构成Ⅵ数据组.我们对所截取的每一段地震目录分别求出每一次地震发生时刻(此地震目录中时间服条精度为 0.1 s)到下一次地震发生时刻的时间间隔，构成其发震时间间隔的地震事件时序

$$\Delta T_N N_i = \Delta T_N N(i), \qquad i = 1, 2, \cdots, 2048 \tag{8}$$

并由每次地震能级构成能级的地震事件时序

$$EK_N N_i = EK_N N(i), \qquad i = 1, 2, \cdots, 2048 \tag{9}$$

此两式中 N 为数据组编号，即取Ⅰ－Ⅵ.这样得到了这 6 组地震目录的共 12 个地震事件

时序.

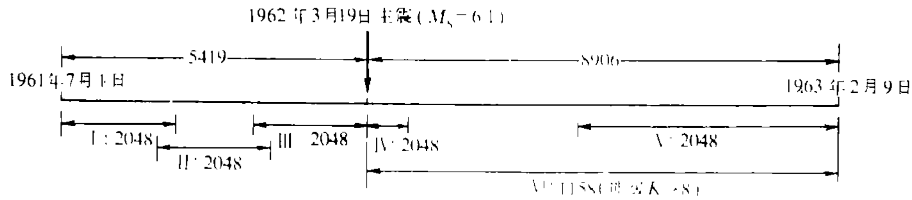

图 1　1961 年 7 月 1 日－1963 年 2 月 9 日新丰江水库地震资料样本量分布及数据集截取示意图

按式(2)重构它们的 m 维动力学系统，这些系统的 d_2，K_2 以及 m_∞ 值的计算结果列于表 1. 图 2 以由Ⅰ组数据构成的发震时间间隔系统 $\Delta T_Ⅰ$ 为例，给出了进行 GP 法分析的曲线图示.

表 1　各组数据集 d_2, K_2, m_∞ 计算结果

量	过			程		
	$\Delta T_Ⅰ$	$\Delta T_Ⅱ$	$\Delta T_Ⅲ$	$\Delta T_Ⅳ$	$\Delta T_Ⅴ$	$\Delta T_Ⅵ$
d_2	3.1±01	3.9±0.1	3.6±0.1	4.7±0.1	4.6±0.1	2.8±0.1
K_2	0.12±0.01	0.09±0.01	0.11±0.01	0.08±0.01	0.10±0.01	0.02±0.01
m_∞	20	26	24	32	30	30
量	过			程		
	$EK_Ⅰ$	$EK_Ⅱ$	$EK_Ⅲ$	$EK_Ⅳ$	$EK_Ⅴ$	$EK_Ⅵ$
d_2	5.3±0.1	5.8±0.1	5.1±0.1	5.2±0.1	5.7±0.1	4.7±0.1
K_2	0.08±0.01	0.07±0.01	0.06±0.01	0.05±0.02	0.11±0.01	0.09±0.01
m_∞	18	22	30	30	30	30

用 GP 法对新丰江水库地震过程作出的上述研究结果，可以进行以下几个主要方面的分析：

(1) 地震过程中不同时段，都存在吸引子关联维数 d_2，并且二阶 Renyi 熵 $K_2>0$. 因此如前所述，新丰江水库地震过程是混沌的. 所以，新丰江水库地震一定遵循某种确定性的规律. 对这样的过程从理论上讲，是可以在可预报时间尺度内进行确定性预报的，虽然人们目前还没掌握进行预报的方法. 可预报时间长度可以通过 $1/K_2$ 来估算，这一点曾在参考文献中详细讨论过(胡平等，1990)，在此不再赘述. 我们还可以从 GP 法分析中知道被分析的每个时段上，控制地震过程的独立变量数目的范围：最少为大于 d_2 的最小整数，而最多也不超过 m_∞ 值，也即最少为 4 个，最多不超过 30 个左右. 另外，从表 1 可见，在发震时间间隔的演化过程中，主震后的分维数(Ⅳ和Ⅴ段 4.7，4.6)明显高于主震前的分维数(Ⅰ，Ⅱ，和Ⅲ段的 3.1，3.9 和 3.6)，但地震能级在主震前后的演化过程中分维数取值范围差不多，没有明显变化.

(2) 以前人们认为，在主震发生之前的自组织过程中，地震过程是从无序到有序发展演化的，相应主震前会出现分维数降低的过程，并希望能以此来作为预报地震的一个依据. 在对新丰江水库地震过程进行动力学特性研究中，我们特别注意了对主震前降维过程的分析. 新丰江水库地震监测台网从 1961 年 7 月 1 日起至 1962 年 3 月 19 日 04 时

18 分主震之前，一共记录到 5419 次地震. 我们如图 1 所示，把主震前这 5419 次地震目录截分为各具 2048 次地震的 Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ 3 段（Ⅱ 段的首尾分别与 Ⅰ 段尾和 Ⅲ 段首有少量重迭）. 这 3 个时间段上地震发生时间间隔过程的吸引子关联维数 d_2 分别为 3.1，3.9 和 3.6，而地震能级过程的 d_2 分别为 5.3，5.8 和 5.1. 显然，仅由此我们很难断然地讲新丰江水库地震主震前吸引子维数经历了降维过程.

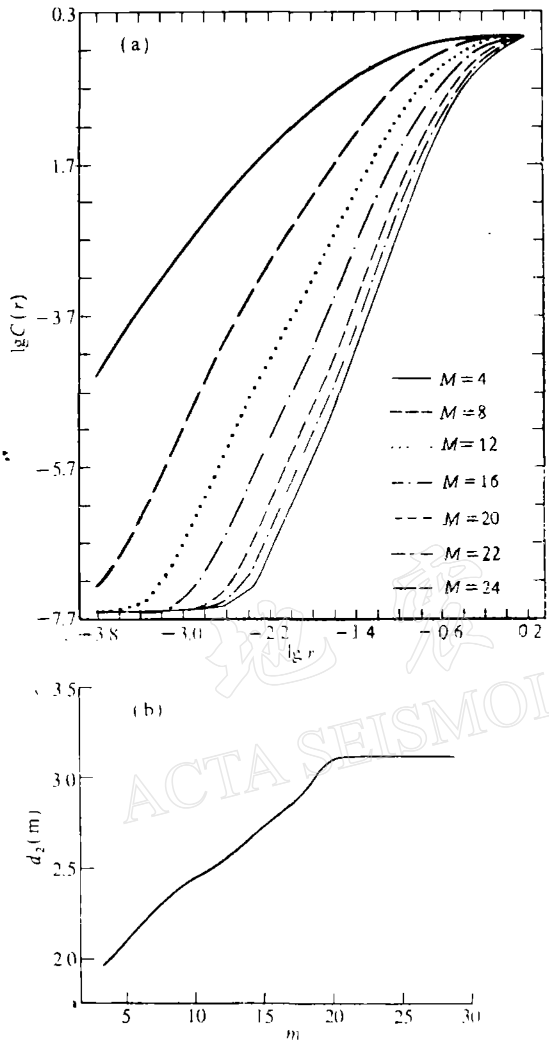

图 2　系统 ΔT_1 的 GP 法分析曲线

(a) 不同 m 值 $\lg C(r)$-$\lg r$ 曲线，(b) 关联维数估计值 d_2 对 m 的收敛性曲线

分析这个结论的原因主要有以下几种可能：第一，主震前的地震过程也许并非是简单的降维过程. 地震过程要从无序到有序必须经历负熵流入地震系统来补偿掉内部熵增的过程. 现在我们还不知道如何确切地划分地震系统，更不了解负熵流入系统补偿内部熵增，使系统行为通过涨落而达到有序的过程. 如果补偿过程是复杂的，系统从无序到有序的过程就也应该是复杂过程，并非简单的降维过程；第二，GP 法对认识主震前的降维过程也许分辨率不够. 目前对主震前的降维过程研究得还不深入，不了解在主震前的降维过程持续多长时间. 换言之，处于降维过程中的样本点有多少. 如果持续时间不长，降维过程中的样本点较少，而 GP 法要求大量的样本点（参见式(7)），这就会出现用 GP 法不能较好分辨降维过程的问题；第三，朱令仁等在研究有关地震多分维的工作中曾发现广义维 D_q 谱中各 D_q 在唐山、渤海地震主震前的地震过程中变化不同，高 q 值 D_q（如 D_4，D_5）是降维变化，低 q 值 D_q 没有降维变化，而 $-q$ 值 D_q 不但不降维而且出现升维过程①. 所以，有关多分维问题的进一步研究，也许能解释我们问题的原由. 另外，很可能还存在着别的尚不了解的原因.

无论是上述什么原因，这一点是肯定的：通过 GP 法监视地震过程中的降维现象，从

① 朱令仁，1991. 地球物理学会年会学术交流材料.

而预报主震的地震预报思路和方法还存在一些问题，起码有待进一步研究. 另外，GP 法要求前震资料丰富，对样本点数量的要求太高，而一般地震过程尤其是天然地震过程的前震观测资料很难满足这样的要求. 所以，用 GP 法在此理论依据下来做主震的地震预报可能不是有效的方法.

（3）为了解地震台网监测能力对分析地震过程动力学行为特性的影响情况，我们筛取了新丰江水库地震目录中从 1962 年 3 月 19 日主震后到 1963 年 2 月 9 日这段时间中能级 $K\geqslant 8$ 的共 1158 次地震数据(即 Ⅵ 段数据，这段时间里地震台网共监测到地震 8906 次，见图 1). 由表 1 可见，对此资料用 GP 法计算的发震时间间隔 ΔT_{VI} 过程和发震能级 EK_{VI} 过程的关联维数 d_2 为 2.8 和 4.7，与 Ⅳ 和 Ⅴ 段相应各系统的 d_2 值 ΔT_{IV} 的 4.7、ΔT_{V} 的 4.6，EK_{IV} 的 5.2 和 EK_{V} 的 5.7 相比都明显地小了很多. 这表明利用监测能力不同的地震台网所取得的资料来分析同一地震过程的动力学特性将得到不同的结果，且监测能力高、得出的 d_2 值大. 以往人们也常遇到不同作者所求得的地震过程分维数相差甚远，不好比较的情况，这除了不同作者所使用的方法不同，或相同方法但技术细节上不同(比如 GP 法中通过双对数曲线中直线段斜率求分维数值时，直线段的截取等等)外，往往还有所使用的资料不同.

由此可见，讨论地震过程动力学特性的研究结果时，详细地说明所使用的资料质量，取得相应资料地震台网的监测能力以及资料的完整程度等等，是十分必要的. 这不但使人们能够在清楚的资料背景条件下，正确地认识、评估相应的结果本身，而且有利于对不同作者以及对不同地震过程的研究结果进行比较.

3　结　　语

将非线性动力学理论用于地震研究的时间不长，GP 法对地震过程动力学特性及可预报性问题的研究也还远不够深入. 从所作的有关工作，尤其是把实际地震震例作为地震过程的代表而进行的有关分析研究工作，可得到以下几点初步认识：

（1）从所分析过的震例看，都存在有非整的 d_2 且 $K_2>0$. 所以，看来地震过程是混沌的(Shaw，1981；Eckmann，1985). 现在还没发现地震过程不是混沌的实际震例，因此，对地震可以在可预报时间长度里进行确定性的预报. 可预报时间长度由所掌握的地震资料的优劣(包括质量、精度、长度等)以及要求预报的精度等多方面因素决定(胡平等，1990). 这也从理论上解决了地震是否可预报的问题.

（2）GP 法研究中，可求得几个很重要的量，主要有：关联维数 d_2，它是描述系统复杂程度的度量值；二阶 Renyi 熵 K_2，它在可预报性问题研究中，是分析可预报时间长度的重要参量；饱和嵌入维数 m_{sat}，它与 d_2 结合可以给出参与过程的控制变量的数目范围，这对于地震规律、地震模型等涉及地震变量问题的研究是很有价值的参考依据.

（3）分析、讨论用 GP 法研究实际地震过程所求得的结果量，如 d_2、K_2 等，一定要详细说明所使用资料的背景情况(如质量精度、观测系统监测能力、完整性等)，这样才能正确认识结果本身，也才能对不同研究结果进行比较.

（4）用 GP 法以降维过程预报主震的思路来预报地震，在目前研究水平上不是有效的方法. 但研究地震预报问题离不开研究地震过程的动力学行为特性，GP 法又是帮助人

们利用地震资料来认识相应地震过程动力学特性的很有力的方法. 人们可以通过 GP 法为研究地震预报提供地震过程动力学特性的信息，以新的思路去寻求有效的地震预报方法.

国家地震局地球物理研究所李全林同志提供了本文使用的新丰江水库地震资料，对这项工作给予了大力支持和热情帮助，在此致以衷心感谢.

参 考 文 献

Eckmann, J. P., 1985. Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Rev. Mod. Phys.*, **57**, 3, 617—656.

Grassberger, P. and Procacera, J., 1983. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.*, **50**. 346—349.

Mañe, R., 1981. On the dimension of the compact invariant sets of certain nonlinear maps. *Dynamical Systems and Turbulence*, **898**, 230—242. Springer, New York.

Ruelle, D., 1990. Determinstic chaos: the science and the fiction. *Proc. R. Soc. Lond. A.*, **427**, 241—248.

Shaw, R. S., 1981. Strange attractors, chaotic behavior and information folw. *Z. Naturforsch*, 36a, 80—91.

Taken, F., 1981. Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence*, **898**, 366—381. Springer, Berlin.

胡平、杨培才、李卫、赵蒙，1990. 地震过程动力学行为和可预报性问题研究. 地球物理学报，**33**，647—656.

胡平、杨培才、李卫，1992. GP 算法应用于地震研究的有关问题. 地球物理学报，**35**，增刊，464—466.