

用全局反演方法确定地震震源的最佳和极端模型^{*}

刘鹏程 郑天愉

(中国北京 100101 中国科学院地球物理研究所)

摘要 本文发展了一种利用波形资料反演地震矩张量的全局方法. 这种方法不依赖于初始解的选择, 也不受目标函数和约束条件的具体形式限制. 当以记录图与理论地震图的误差函数作为目标函数时, 用该方法得到的是震源最佳模型; 当分别以矩张量分量某种组合的最小或最大为目标, 约束误差函数在允许的界限内, 能够得到震源的极端模型. 由于许多震源性质可以用矩张量分量的组合表示, 因此极端模型能够估计出最佳模型的不确定性范围. 我们利用一真实地震的波形资料反演结果, 证明了这个方法的有效性.

主题词 反演模型 地震矩 不确定性 最佳模型 极端模型

引言

利用地震观测记录的波形资料确定地震震源的最佳模型, 就是采用某种搜索方式获得一个矩张量解, 使得用误差函数表示的目标函数达到最小. 波形反演中的误差函数定义为以某种形式表示的理论地震图与记录图之间的差异. 目前最常用到的误差函数是 L_2 范数 (Stump, Johnson, 1977; Dziewonski *et al*, 1981; Sipkin, 1986; 吴忠良等, 1994), 即记录图与理论地震图差的平方和. 由于一级近似下的地震矩张量忽略了非线性部分, 理论地震图可以表示成矩张量分量的线性组合, 因此, 比较容易求得最小二乘意义下的矩张量最佳解, 这是 L_2 范数被广泛应用的主要原因. 基于同样的考虑, 并且便于在反演中引入线性约束, L_1 范数 (记录图与理论地震图差的绝对值和) 形式的误差函数也在矩张量反演中得到应用 (Tanimoto, Kanamori, 1986; Julian, 1986). 如果对震源模型做特殊限制或考虑非线性约束, 如 Kikuchi, Kanamori (1991) 为了获得纯双力偶解而限制矩张量的迹与行列式分别等于零, 即使采用上面两种形式的误差函数, 地震矩张量反演依然是一个非线性问题, 常规反演方法得到的矩张量最佳解将依赖于初始解的选择. 地震矩张量反演中所采用的另一类误差函数是用记录图与理论地震图之间的相关系数表示的 (姚振兴等, 1994), 因它对地震波振幅的绝对大小不敏感, 而强调波形间拟合, 比较符合地震记录的实际情况. 但由它给出的目标函数及其导数的值与地震矩张量的分量呈现强烈的非线性关系, 须采用迭代最小二乘法进行反演计算, 反演结果会依赖于选定的初始解 (姚振兴等, 1994).

^{*} 国家自然科学基金资助课题.

1994-08-22 收到初稿, 1995-02-20 收到修改稿.

为解决这类非线性反演问题,一些不依赖初始模型的全局反演方法相继发展起来. Liu 和 Hartzell(1993)通过有机结合模拟退火和单纯形法,提出一种比较有效的全局综合反演方法. 纪晨(1994)则综合了“均匀设计”的试验方法(王元,方开泰,1981)和模拟退火法,得到一种效率很高的全局方法,并用于确定地震矩张量. 刘鹏程等(1995)在 Liu 和 Hartzell(1993)工作的基础上,引入“均匀设计”的试验方法,大大提高了原方法的搜索能力和效率.

在研究实际地震时人们发现,为了提高对地震矩张量中非双力偶成份的分辨能力,波形反演中常需要附加很强的约束条件. 刘鹏程等的全局反演方法是用单纯形法产生一个中间模型,它一般不会满足附加的约束条件,为此需要做出相应改动,使得能够附加非线性约束,并且保留原方法的全局搜索能力. 另外,受震源过程复杂性、地球介质的横向不均匀性以及噪音等因素的影响,波形反演的震源最佳模型带有较大的不确定性, Vasco 和 Johnson(1989)建议用震源极端模型估计这种不确定性. 他们所定义的极端模型是指:在 L_1 范数表示的误差函数不大于一定界限的条件下,矩张量分量某种线性组合的平方和的最小和最大值分别对应的震源模型. 利用极端模型估计最佳模型的不确定性是一个非常巧妙的想法,但实际采用的约束条件不可能都是线性的,而且有些震源性质无法用矩张量分量的线性组合表示,非纯双力偶震源特征就是重要一例,这些都限制了极端模型的应用范围.

针对上述问题,本文进一步改进了全局反演方法,使其能够引入非线性约束条件,确定最佳模型;也能推导出以矩张量分量任意(线性或非线性)组合表示的性质的震源极端模型.

1 用于波形反演的全局方法

改动后的全局反演方法的基本搜索步骤如下:

- (1) 采用蒙特卡罗模拟产生若干个满足约束条件的初始模型,形成一个模型族;
- (2) 从模型族中随机选出一个作为当前模型,利用模拟退火法和“均匀设计”试验法对当前模型进行一定数量的扰动,生成相应数量的新模型;
- (3) 舍弃不满足约束条件的新模型,而对满足的依次检查其是否较模型族中最差的模型有所改善,如果改善当然被接受,否则,以一定的概率被接受,并用被接受的新模型替代最差的模型;
- (4) 减小扰动的强度(即降低模拟退火的温度),并返回到步骤 2,开始新一轮迭代,直到所要求的迭代次数都完成为止.

步骤 1 比较容易实现,下面只简单介绍其它 3 个步骤的有关内容.

步骤 2 通过“均匀设计”确定模型扰动的方向,由模拟退火法给出扰动的步长,这样新模型的生成公式为

$$\Omega_k^j = \Omega_k^0 + \chi_k^j \Phi_k^j \quad (1)$$

其中

$$\chi_k^j = T_k \tan[\pi(\xi_k^j - 0.5)] \quad (2)$$

式中,上标 j 表示模型扰动的序号;下标 k 是迭代步骤; Ω_k^j 是新产生的模型,它应处在预先设定的模型空间 $[\Omega^{\min}, \Omega^{\max}]$ 内,如果某个分量超出了相应的边界值,就令该分量等于这

个边置值； Ω_k^0 是从模型族中随机选出的当前模型； χ_k^i 是扰动的步长； ζ_k^i 是区间 $[0, 1]$ 内均匀分布的随机数； T_k 是由初始温度与退火规则确定的温度，它控制扰动的强度，在步骤 4 里对此作介绍； Φ_k 是由“均匀设计”试验方法形成的扰动方向矢量。

如果模型扰动的次数 p 取为一奇素数，则按王元和方开泰(1981)提出的“均匀设计”试验方法得到扰动矢量 Φ_k 的第 i 个分量 φ_i^j 为

$$\varphi_i^j = \left(2 \left\{ \frac{j b^{l_i}}{p} \right\} - 1 \right) (\omega_i^{\max} - \omega_i^{\min}) \quad (3)$$

式中，符号 $\{\cdot\}$ 表示 \cdot 的分数部分(以下同)；下标 $i=1, 2, \dots, s$ ； s 是模型参数的个数，也是扰动矢量的维数； l_i 是幂指数，由它组成的数列， l_1, l_2, \dots, l_s 是 s 个整数 $0-s-1$ 的随机排列，而且每次迭代之前，都要重新进行一次这样的随机排列； ω_i^{\min} 和 ω_i^{\max} 分别是 Ω^{\min} 和 Ω^{\max} 的分量， b 是待定的正整数，且 $1 < b < p$ 。王元和方开泰(1981)利用数论中的一致分布理论证明：使得偏差函数

$$D(p, b) = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^{p-1} \prod_{i=1}^s \left[1 - \frac{2}{\pi} \ln \left(2 \sin \pi \left\{ \frac{j b^{l_i}}{p} \right\} \right) \right] \quad (4)$$

达到最小的 b 即为满足要求的正整数。

步骤 3 满足了约束条件的新模型的有效性是根据目标函数的变化和接受概率来判别。本文采用的目标函数 $E(\Omega)$ 将在下节讨论，我们选用 Laarhoven 等(1986)建议的接受概率 $P_a(\Delta E^j)$

$$\begin{cases} P_a(\Delta E^j) = \alpha^{\Delta E^j / \Delta E_a} & \Delta E^j > 0 \\ P_a(\Delta E^j) = 1.0 & \Delta E^j \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中

$$\Delta E^j = E(\Omega^j) - E(\Omega^w) \quad (6)$$

式中， ΔE^j 是新模型 Ω^j 相对于模型族中最差模型 Ω^w 目标函数的变化值； ΔE_a 是第 $k-1$ 步迭代中所有 ΔE^j 的平均值； α 是控制接受概率的一个常数； α 越大新模型越容易被接受。数值试验表明： α 取 $0.7-0.8$ 比较合适。如果 $P_a(\Delta E^j) \geq \eta_k^j$ ，新产生的模型 Ω^j 被接受，并用它取代模型族中最差的模型 Ω^w 。否则，将其舍弃不用。 η_k^j 是 $[0, 1]$ 区间内均匀分布的随机数。

步骤 4 随着迭代的不断进行，施加的扰动强度也应逐渐降低，这里通过模拟退火过程控制扰动强度。本文选择由 Rothman(1986)建议的退火过程

$$T_k = T_0 (\beta)^k \quad (7)$$

式中， T_0 是初始温度； β 是退火率。如果初始温度充分高、退火又非常缓慢，那么就一定能找到反问题的最优解，但这样需要大量的计算时间。数值试验表明：初始温度 T_0 和退火率 β 一般分别取 $0.2 \sim 0.4$ 和 $0.5 \sim 0.99$ 比较合适。

对于全局反演方法而言，给出一个实用的可靠收敛判别标准是非常困难的，因此，根据实际问题的复杂程度，通过经验选定所要求的迭代次数来控制反演程序的终止。

2 地震矩张量反演问题的描述

由于模拟退火法存在非零概率的大步幅跳跃，为避免模型搜索的盲目性，需要事先给出模型参数取值范围，这个范围应该包括模型的真解并且尽量小。但是，反演前难以确定

矩张量分量的这种取值范围. 虽然, 理论地震图能够表示成矩张量分量的线性组合, 矩张量的分量常常作为波形反演中的待反演参数. 我们仍然选择最佳双力偶节平面的走向 θ 、倾向 δ 及滑动方向 λ , 矩张量各向同性部分和 CLVD 的相对强度 S_p 和 S_c , 以及标量地震矩 m_0 作为波形反演中的待反演参数. 为了便于计算理论图, 采用这些参数来表示矩张量. 设地震矩张量的 3 个本征值为 m_1, m_2 和 m_3 (规定 $m_1 > m_2 > m_3$), 则 m_0, S_p 和 S_c 可表示成 (姚振兴等, 1994)

$$\begin{cases} m_0 = (m_1 - m_3)/2 \\ S_p = (m_1 + m_2 + m_3)/3m_0 \\ S_c = (2m_2 - m_1 - m_3)/6m_0 \end{cases} \quad (8)$$

容易证明 S_p 和 S_c 的变化范围分别为 $-1 \leq S_p \leq 1$ 和 $-\frac{1}{3} \leq S_c \leq \frac{1}{3}$. 对上面 3 个等式进行变化, 有

$$\begin{cases} m_1 = m_0(S_p + 1 - S_c) \\ m_2 = m_0(S_p + 2S_c) \\ m_3 = m_0(S_p - 1 - S_c) \end{cases} \quad (9)$$

由于与本征值对应的 3 个归一化本征矢量分别是最佳双力偶震源的张应力轴 (T 轴)、零轴 (N 轴) 和压应力轴 (P 轴) 的方向矢量, 可以用 θ, δ 和 λ 表示它们, 这样结合式 (9) 便得到矩张量的表达形式. Jost, Herrmann (1989) 对此做了详细的描述, 这里不再赘述. 节平面参数的取值范围分别是 $0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq \delta \leq \pi/2$ 和 $-\pi \leq \lambda \leq \pi$ (Aki, Richards, 1980).

为了强调波形间的拟合, 我们用记录图与理论地震图的相关系数作为两者之间的误差函数

$$\begin{cases} e_i = 1 - \frac{\int s_i(t) o_i(t) dt}{\sqrt{\int s_i^2(t) dt \int o_i^2(t) dt}} \\ e = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (10)$$

式中 $o_i(t)$ 和 $s_i(t)$ 分别是第 i 台站的记录图和理论地震图, e_i 为相应的误差函数; N 是台站个数; e 为总的误差函数.

在反演震源的最佳模型时, 我们用误差函数 e 作为目标函数 $E(\Omega)$, 并利用全局方法在反演参数的解空间内搜索到一个解 Ω , 使得 $E(\Omega)$ 最小, 由此便得到震源的最佳模型. 在反演过程中, 如果需要假设震源的各向同性部分不存在, 取 $S_p = 0$ 即可; 进而如果认为震源是纯双力偶源, 则令 $S_p = 0$ 和 $S_c = 0$; 等等.

在确定震源的极端模型时, 我们用误差函数 e 表示约束条件, 即

$$e \leq e_c \quad (11)$$

这样, 以表示震源性质的特征量 Ψ 为目标, 利用全局方法在参数空间内搜索, 使得 Ψ 分别达到最小和最大, 由此便得到对应的震源极端模型. 其中, 表示震源性质的特征量 Ψ 可以是 S_p, S_c 或矩张量分量的某种组分, e_c 是误差允许界限, 它大于地震矩张量最佳解对应的目标函数值. 如果以 S_p 为目标, 求出它的最大和最小值, 就得到震源各向同性部分的极端模型; 同样若以 S_c 为目标, 得到的便是 CLVD 的极端模型.

3 实际算例

我们以 1986 年发生在台湾地区的一次 7.8 级地震(震中在 23.97°N , 121.85°E)为例, 利用 CDSN 和 GDSN 的长周期(LP)P 波和 SH 波记录图反演了地震震源的最佳模型和极端模型, 说明上面介绍的研究方法的实际效果.

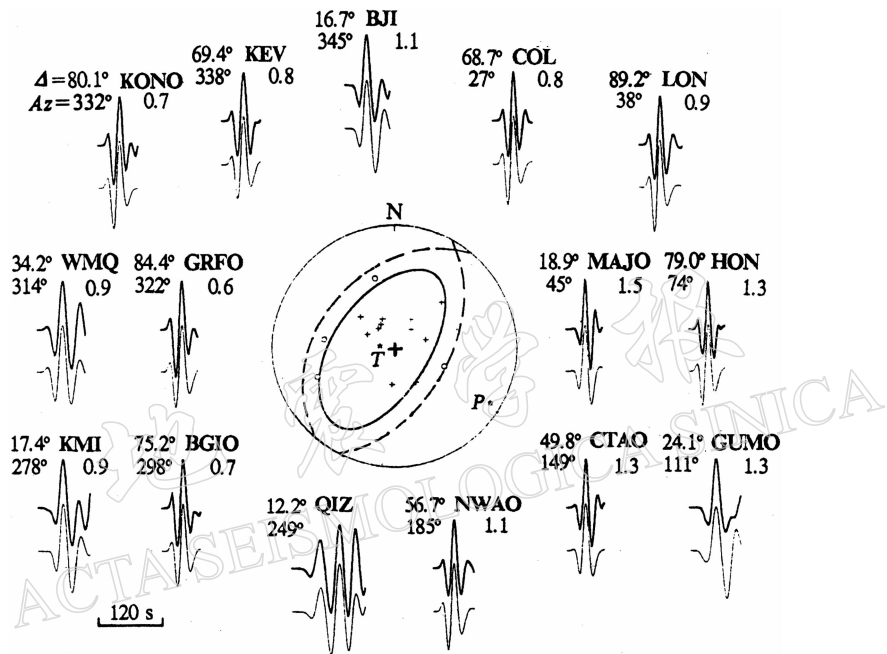


图 1 台湾大地震长周期 P 波记录与理论的比较

图中每组曲线: 上面一条粗线为记录图, 下面一条细线为理论图; 曲线左上侧注明了记录台的震中距 $\Delta(^{\circ})$ 和方位角 $Az(^{\circ})$; 曲线右侧数值是记录图与理论图的振幅比. 下半球等面积投影图中实线表示矩张量解的节面, 虚线表示最佳双力偶的节平面, 加号表示压缩, 圆圈表示膨胀, 星号表示 P 轴和 T 轴

我们采用姚振兴等(1994)给出的方法计算理论地震图, 并通过试错法确定出有关的震源参数; 震源时间函数为一梯形函数, 其上升、平稳和下降段的持续时间依次为 8 s, 4 s 和 2 s; 震源深度为 28.5 km. 所用的观测资料包括 15 个台的 P 波和 9 个台的 SH 波 LP 记录图, 其中 P 波资料的信噪比很高, 起始部分容易识别. 因此, 在波形反演中引入了强约束, 即要求 P 波的理论地震图与记录图起始部分的相关系数大于零. 标量地震矩是用记录图与理论地震图振幅比的平均值确定, 它不参加反演. 这样本文研究的实际问题只有 5 个待反演参数, 他们是 θ , δ , λ , S_p 和 S_c , 我们用全局方法反演出最佳震源模型. 其中一组节面解 θ , δ 和 λ 依次为 28° , 53° 和 84° ; 另一组为 218° , 37° 和 98° ; 矩张量各向同性部分和 CLVD 的相对强度 S_p 和 S_c 分别为 -0.34 和 0.09 . 由记录图与理论地震图振幅比的平均值确定的标量地震矩 M_0 为 $1.19 \times 10^{20} \text{ N} \cdot \text{m}$. 图 1 和图 2 分别是用反演的矩张量模型计算的 P 和 SH 波理论地震图与记录图的比较. 同时还给出了矩张量解几何表示的下半球等面积投影图, 其中包括完整矩张量解的节面和最佳双力偶的节平面. 需要说明一点, 这里之所以没

有反演震源时间函数,是因为 LP 资料缺乏对它的约束,如果观测资料中有比较理想的中周期或短周期记录图,本文方法可以方便地反演出震源时间函数,无论是同步源还是异步源皆如此. 另外,如果用 L_2 和 L_1 范数表示目标函数,标量地震矩也可以作为一个参数加反演.

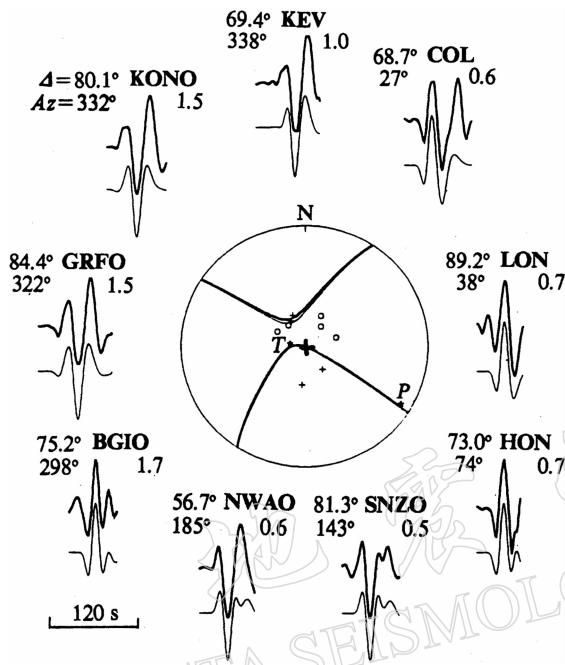


图 2 台湾大地震长周期 SH 波记录
与理论比较(图注同图 1)

矩张量各向同性部分相对强度 S_p 为特征量,反演出相应的极端模型. 图 3 中给出了对应于不同误差界限 e_c 的各向同性部分极端解. 由图可以看出当 e_c 与最佳模型的目标函数 $E(\Omega)$

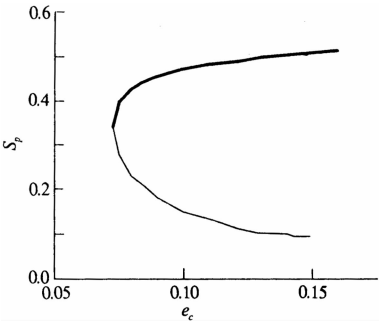


图 3 矩张量各向同性部分相对强度 S_p
极端解与允许误差 e_c 的对应关系,图
中粗线和细线分别对应两个极端解

双力偶源长期被用于地震研究的震源模型. 自全球数字地震台网 (GDSN) 建立以来,地震学家逐渐采用矩张量模型研究天然地震震源. 由于震源最佳模型的反演结果带有很大的不确定性,这导致对于某些地震矩张量反演结果所显示的非双力偶成份,特别是各向同性成份存在不同看法 (Vasco, 1990). 这样震源中是否存在非双力偶成份及其物理意义,便成为一个重要的研究课题. 分析上述不确定性的变化范围,是全面正确认识震源特征的一种途径.

上面得到的震源最佳模型亦显示该地震震源存在体积收缩,我们利用震源极端模型对这一结果的不确定性范围进行估计. 为此在式 (11) 和初动相符的约束条件下,以

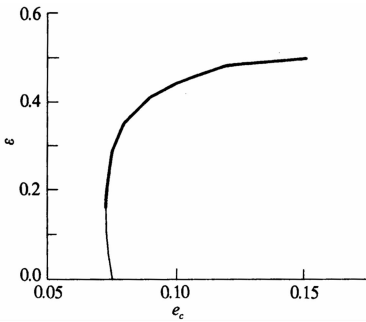


图 4 矩张量 CLVD 相对最佳双力偶
源偏差程度 ϵ 的极端解与允许误差
 e_c 的对应关系(图注同图 3)

相同时, 极端模型 S_p 的最小和最大值重合, 且等于最佳模型的 S_p . 随着 e_c 不断增大, 极端模型特征量最小和最大值之间的差异逐渐明显, 并形成范围, 而震源最佳模型的特征量总是在此之间. 一般可根据资料的实际情况和最佳模型的目标函数, 凭经验选取一个误差界限的允许值 e_c , 求出极端模型, 据此估计震源最佳模型的不确定性, 判断震源模型的显著特征.

为了度量扣除各向同性部分后的震源与纯双力偶源的偏差程度, Dziewonski 等(1981)采用了如下指标

$$\epsilon = \frac{|m_2|}{\max(|m_1|, |m_3|)} \quad (13)$$

对于纯双力偶源, $\epsilon=0$; 对于纯 CLVD, $\epsilon=0.5$. 指标 ϵ 是矩张量分量的非线性函数, Vasco 和 Johnson(1989)的方法难以确定这类震源的极端模型. 我们采用本文方法得出 ϵ 的极端值随不同误差界限 e_c 的变化关系, 并绘于图 4 中. 从图中可以看出表示 ϵ 最小值的曲线下降很快并趋于零.

4 结论

目标函数的表达形式对地震矩张量的反演结果有一定的影响. 在利用多台波形观测资料反演矩张量时, 由记录图与理论地震图的相关系数给出的目标函数对地震波振幅的绝对大小不敏感, 而强调波形间拟合, 可以避免个别记录图的振幅异常所造成的不利影响. 这种目标函数具有强烈的非线性, 采用常规方法得到的反演结果依赖于选定的初始解. 如果一个地震是由多个点源组成的复杂震源, 或者可利用的观测资料来自很少台的三分量记录图, 波形中的振幅信息非常有助于获得一个稳定的反演结果, 这时由 L_2 和 L_1 范数给出目标函数比较合适, 而且可采用线性反演方法解决这种形式的反演问题.

无论采用何种形式的目标函数, 只要在地震矩张量反演中需要引入较强的非线性约束, 常规方法得到的反演结果都依赖于初始解的选择. 本文发展的全局反演方法越过了这个障碍, 既可采用非线性目标函数, 也可引入非线性约束条件, 而且具有很高的搜索效率. 这一方法可用于反演最佳拟合解, 并搜索震源参数的任意组合的极端解. 我们以发生在台湾地区一大地震为例, 在记录图与理论地震图的 P 波初动方向必须一致的约束下, 采用全局方法获得了波形相似意义下的矩张量最佳解.

本文还分别以地震矩张量的各向同性部分和 CLVD 为对象, 研究了他们的极端解随误差允许界限的变化情况. 允许误差的合理选取, 是确定模型极端解的关键问题之一. 目前主要依据资料的实际情况和矩张量最佳解的目标函数值, 经验地估计允许误差的界限值. 由于目标函数的非线性性质, 根据波形的偏差估计震源参数的误差非常困难. 通过确定震源的极端模型, 估计最佳模型的不确定性, 有助于全面和准确地认识天然地震的震源过程.

参 考 文 献

- 纪晨, 1994. 地震波传播及波形反演. 中国科学院地球物理研究所硕士论文. 18~23
- 刘鹏程, 纪晨, Hartzell S H, 1995. 改进的模拟退火—单纯形综合反演方法. 地球物理学报, **38**(2): 199~205
- 王元, 方开泰, 1981. 关于均匀分布与试验设计(数论方法). 科学通报, **26**(2): 65~70
- 吴忠良, 陈运泰, 倪江川等, 1994. 近震源宽频带记录的地震矩张量反演. 地震学报, **16**(2): 141~152

- 姚振兴, 郑天愉, 温联星, 1994. 用 P 波波形资料反演中强地震矩张量的方法. *地球物理学报*, **37**(1): 36~44
- Aki K, Richards, P G, 1980. *Quantitative Seismology: Theory and Methods*. W. H. Freeman and Co., New York, San Francisco. 932~933
- Dziewonski A M, Chou, T-A, Woodhouse J H, 1981. Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity. *J Geophys Res*, **86**: 2 825~2 852
- Jost M L, Herrmann R B, 1989. A student's guide to and review of moment tensors. *Seism Res Lett*, **60**: 37~57
- Julian B R, 1986. Analysing seismic-source mechanisms by linear-programming methods. *Geophys J R astr Soc*, **84**: 431~443
- Kikuchi M, Kanamori H, 1991. Inversion of complex body waves-Ⅲ. *Bull Seism Soc Amer*, **81**: 2 335~2 350
- Laarhoven van P I M, Aarts E H L, 1986. *Simulated Annealing: Theory and Application*. D Riedel Pub Co.
- Liu P C, Hartzell S H, 1993. Nonlinear multiparameter inversion using a hybrid global search algorithm: applications in reflection seismology. *Geophys J Inter.* **122**: 199~1000
- Rothman D H, 1986. Automatic estimation of large residual statics corrections. *Geophysics*, **51**: 332~346
- Sipkin S A, 1986. Interpretation of non-double-couple earthquake mechanisms derived from moment tensor inversion. *J Geophys Res*, **91**: 531~547
- Stump B W, Johnson L R, 1977. The determination of source properties by the linear inversion of seismograms. *Bull Seism Soc Amer*, **67**: 1 489~1 502
- Tanimoto T, Kanamori H, 1986. Linear programming approach to moment tensor inversion of earthquake sources and some tests on three-dimensional structure of upper mantle. *Geophys J R astr Soc*, **84**: 413~430
- Vasco D W, Johnson, L R, 1989. Inversion of waveforms for extreme source models with an application to the isotropic moment tensor component. *Geophys J*, **97**: 1~18
- Vasco D W, 1990. Momentotensor invariants: searching for non-double-couple earthquakes. *Bull Seism Soc Amer*, **80**: 354~371