

# 空间变化的地震动功率谱的实用模型<sup>\*</sup>

屈铁军<sup>1)</sup> 王君杰<sup>2)</sup> 王前信<sup>3)</sup>

1) 中国哈尔滨 150080 国家地震局工程力学研究所

2) 中国大连 116023 大连理工大学

3) 中国哈尔滨 150080 国家地震局工程力学研究所

**摘要** 提出了一个空间变化的地震动功率谱模型。这个模型与已有的模型比较有两个特点：

① 根据现有的多个模型多次地震的平均结果，不是某一次台阵记录提出的模型；② 考虑了测点间的自功率谱参数的变化。

**主题词** 功率谱 模型 空间变化 相干函数

## 引言

在计算平面尺寸较大的结构物的地震反应时，应该考虑地震动的空间变化特性，输入的各点的功率谱和互功率谱是否合理，将决定分析结果的可信度。在已提出的互功率谱模型中，多数是假定场地各点的自功率谱相同(Matsushima, 1975; Loh, 1985; Hao, 1989)，测点间的互功率谱为

$$S_{jk}(i\omega) = S(\omega)\rho_{jk}(\omega, d_{jk})e^{-\frac{d_{jk}}{\omega v_a}} \quad (1)$$

式中， $\omega$  为地震动频率， $S(\omega)$  为测点的自功率谱， $\rho_{jk}(\omega, d_{jk})$  为  $j, k$  两点间的相干函数， $d_{jk}$  为两测点在地震波传播方向上的投影距离， $v_a$  为地震波的视速度。Feng 和 Hu(1982)提出的互功率谱模型中没有假定各点的自功率谱相同，文中没有明确给出自功率谱变化的计算公式。已提出的相干函数模型都是根据某台阵的一次或几次地震记录提出的，这些模型及其参数值，对于其它台阵记录或本台阵的其它次地震可能不合适。另外，视波速取为常量也不够合理。本文将就上述问题做一些研究。

## 1 互功率谱模型

地震波从震源向四周传播，可近似地认为场地上的某一点与震中的连线为地震波的传播方向。沿波传播方向的一条直线上  $j, k$  两点间的互功率谱  $S_{jk}(i\omega)$  可用下式计算

$$S_{jk}(i\omega) = \sqrt{S_j(\omega)S_k(\omega)}\rho_{jk}(\omega, d_{jk})e^{-\frac{d_{jk}}{\omega v_a}} \quad (2)$$

其中， $S_j(\omega), S_k(\omega)$  为  $j, k$  两点的自功率谱。显然，如果令式(2)中的  $S_j(\omega) = S_k(\omega) = S(\omega)$ ， $v_a(\omega)$  取为常量，则式(2)和式(1)完全相同。从式(2)可以看出， $j, k$  两点间的互功率谱与两点的自功率谱、相干函数及波的视速度有关。下面我们分别给出这几个量的计算公式。

\* 国家自然科学基金会和地震科学联合基金会资助课题(92101)。

1994-09-28 收到初稿，1995-04-11 收到修改稿。

## 2 视速度

地震波的视速度是研究地震动空间变化的一个重要参数。一些学者曾根据密集台阵记录,用F-K法(频率-波数谱分析)来估计这个量,得出的结果离散性比较大。我们参照Loh(1985)的方法,即用带通滤波器对j,k两点的加速度记录进行带通滤波,这里采用的滤波器的形式为

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \leq \omega \leq \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $\omega_0$  为中央频率,  $\Delta\omega$  为滤波器的带宽, 这里取  $\Delta\omega = \pi$  (rad/s)。得到两个窄带信号后,

求出二者的互相关函数  $R(\tau)$ , 将互相关函数的最大值所对应的时间滞后  $\tau_{\max}$  作为这个窄带信号从j点到k点的视在传播时间, 于是可得到中心频率为  $\omega_0$  的窄带信号的视波速

$$v_a(\omega_0) = d_{jk}/\tau_{\max} \quad (4)$$

用这种方法计算了 SMART-1 台阵地震 43, 45 和 39 记录水平分量的视波速, SMART-1 台阵的地理位置、测点布置及本文使用的三次地震的主要特征详见 Abrahamson 等。(1987)。图 1 绘出了三次地震视波速随频率变化的散点图。从图 1 可以看出,  $v_a(\omega)$  随频率变化的离散性也较大, 但有随频率增加的趋势。这里用下式来拟合这些散点

$$v_a(\omega) = c_1 + c_2 \ln\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \quad (5)$$

拟合结果见表 1。从表 1 看,  $c_1$ ,  $c_2$  的三组参数值不仅在同一量级上, 而且也比较接近。因此我们认为, 用这些参数值计算视波速是较为可靠的。使用表 1 中的参数值时,  $\omega$  的单位用 rad/s,  $v_a$  的单位用 m/s。

表 1 SMART-1 台阵视波速参数拟合结果

地震编号	39	43	45
$c_1$	3978	3654	2401
$c_2$	969	1105	1211

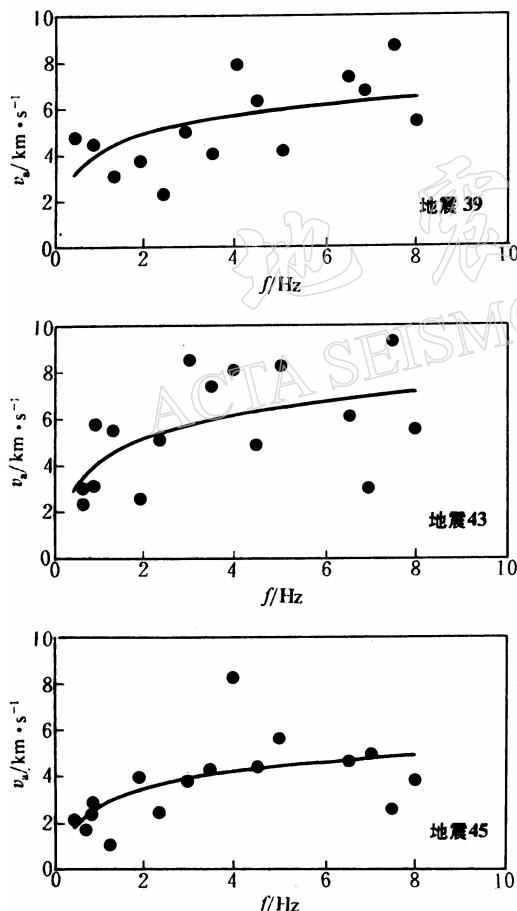


图 1 视波速随频率变化的统计结果

## 3 相干函数

相干函数是描述两点地震动的相关程度的量, 其值介于 0 与 1 之间, 相干值越大, 两点地震动的相关性越强, 当  $\rho_{jk}(\omega, d)=1$  时, j, k 两点的地震波波形完全相同。

### 3.1 两点地震记录相干值计算

设  $a_j(t)$  和  $a_k(t)$  为  $j, k$  两点的加速度记录, 按下面的步骤计算二者的相干值:

(1) 用 FFT 程序求  $a_j(t)$  和  $a_k(t)$  的 Fourier 变换  $A_j(i\omega)$  和  $A_k(i\omega)$ .

(2) 求乘积

$$S_j(\omega) = A_j^*(i\omega)A_j(i\omega) \quad (6)$$

$$S_k(\omega) = A_k^*(i\omega)A_k(i\omega) \quad (7)$$

$$S_{jk}(i\omega) = A_j^*(i\omega)A_k(i\omega) \quad (8)$$

(3) 在频域上用下式平滑

$$\bar{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\Omega)w(\omega - \Omega)d\Omega \quad (9)$$

其中,  $S(\omega)$  和  $\bar{S}(\omega)$  分别表示平滑前和平滑后的  $S_j(\omega)$ ,  $S_k(\omega)$  和  $S_{jk}(i\omega)$ .  $w(\omega)$  是谱窗, 有多种谱窗可供使用, 这里选用 Parzen 窗, 其表达式为

$$w(\omega) = \frac{3}{4}u \left[ \frac{\sin \frac{u\omega}{4}}{\frac{u\omega}{4}} \right]^4 \quad (10)$$

式中,  $u$  为控制谱窗带宽的参数, 它与谱窗等效带宽  $b$  的关系为

$$u = \frac{280}{151b} \quad (11)$$

$b$  越大, 式(9)的结果越平滑, 但分辨率下降. 这里取  $b=\pi(\text{rad/s})$ .

(4) 求相干值

$$\rho_{jk}(\omega, d) = \frac{|\bar{S}_{jk}(i\omega)|}{\sqrt{S_j(\omega)S_k(\omega)}} \quad (12)$$

图 2 绘出了 SMART-1 台阵地震 39, 43 和 45 的几对测点的相干值. 可以看出, 两测点地震动的相干值与测点间距有关, 测点间距越大, 相干值越小; 还与频率有关, 频率越高的成分, 相干性越弱.

### 3.2 相干模型

已有许多中外学者相继提出了一些相干函数模型, 现将这些模型做一介绍. 设在波的传播方向的直线上有两个点, 间距为  $d$ , 则这两个点的相干值为

Feng 和 Hu(1982)模型(本文称模型 1)

$$\rho(\omega, d) = e^{-(\rho_1\omega + \rho_2)d} \quad (13)$$

这个模型是根据中国的海城台阵记录和日本荒川台阵的一次地震记录提出的, 模型中的两个参数的统计结果为

海城台阵记录  $\rho_1 = 2 \times 10^{-5} \text{ s/m}$ ,  $\rho_2 = 88 \times 10^{-4} \text{ 1/m}$

荒川台阵记录  $\rho_1 = 4 \times 10^{-4} \text{ s/m}$ ,  $\rho_2 = 19 \times 10^{-4} \text{ 1/m}$ .

Harichandran 和 Vanmarcke(1986)模型(本文称模型 2)

$$\rho(\omega, d) = A e^{-\frac{2d}{\theta(\omega)}(1-A+aA)} + (1-A)e^{-\frac{2d}{\theta(\omega)}(1-A+aA)} \quad (14)$$

其中

$$\theta(\omega) = K \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^b \right]^{-\frac{1}{2}}$$

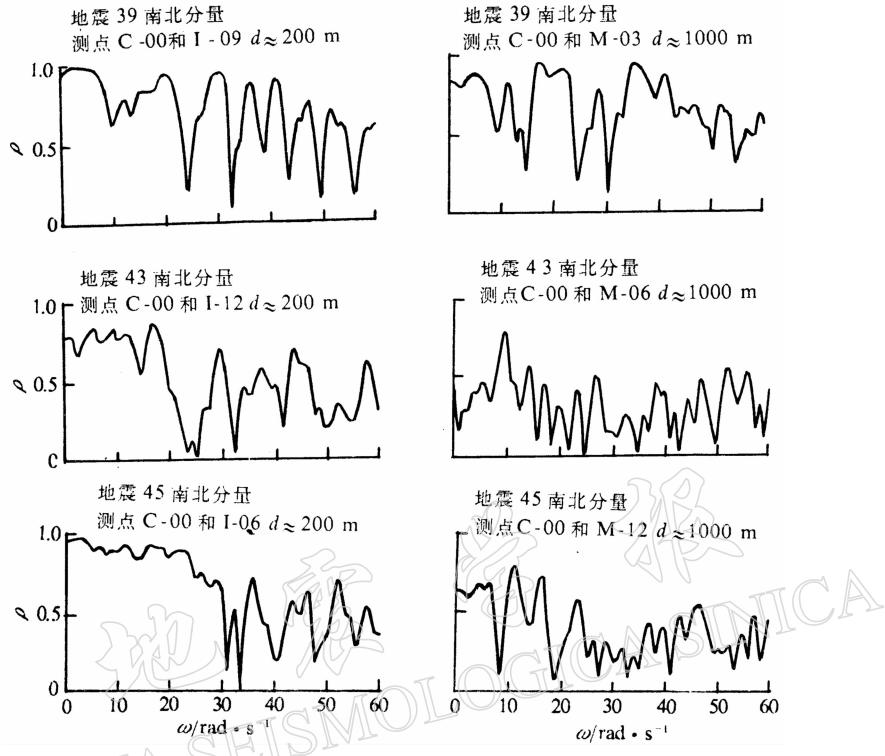


图 2 SMART-1 台阵几对测点的相干值

这个模型共 5 个参数, 用 SMART-1 台阵地震 20 的强震数据, 统计结果为

$$A = 0.736, \alpha = 0.147, K = 5210, \omega_0 = 6.85, b = 2.78$$

Hao(1989)模型(本文称模型 3)

$$\rho(\omega, d) = e^{-\beta_1 d} e^{-\alpha_1(\omega) \sqrt{d} (\frac{\omega}{2\pi})^2} \quad (15)$$

其中

$$\alpha_1(\omega) = a \frac{2\pi}{\omega} + b \frac{\omega}{2\pi} + c$$

这个模型共 4 个参数, 即  $\beta_1$ ,  $a$ ,  $b$  和  $c$ , 该文中拟合了 SMART-1 台阵的 17 次地震数据, 得出 17 组参数值.

王君杰(1992)模型(本文称模型 4)

$$\rho(\omega, d) = e^{-[a+b(\frac{\omega}{2\pi})^2]d} \quad (16)$$

其中

$$a = a_1 + a_2 e^{-a_3 d} \quad b = b_1 + b_2 e^{-b_3 d}$$

这个模型共 6 个参数, 即  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  和  $b_3$ , 该文拟合了 SMART-1 台阵三次地震的两个水平分量, 共给出 6 组参数值.

Abarahamson 等(1991)模型(本文称模型 5)

$$\tan h^{-1} \rho(\omega, d) = (a_1 + a_2 d) [e^{(b_1 + b_2 d) \frac{\omega}{2\pi}} + \frac{1}{3} (\frac{\omega}{2\pi})^c] + k \quad (17)$$

这个模型共 6 个参数, 文中使用设于台湾罗东市附近的 LSST 台阵 15 次地震的地表测点记录进行统计, 得

$a_1 = 2.54, a_2 = -0.012, b_1 = -0.115, b_2 = -0.00084, c = -0.878, k$  取 0.35.

Loh 和 Lin(1990)模型(本文称模型 6)

$$\rho(\omega, d) = e^{-(a+b\omega^2)d} \quad (18)$$

这个模型有两个参数, 该文中给出了 SMART-1 台阵两次地震的参数值

地震 40                     $a = 0.02, b = 0.005$

地震 45                     $a = 0.02, b = 0.0025$

使用这些参数时,  $d$  的单位是 km; 如果改用 m, 参数值应乘以 1/1000.

Loh 和 Yeh(1988)模型(本文称模型 7)

$$\rho(\omega, d) = e^{-a[\frac{\alpha d}{2\pi v_a(\omega)}]} \quad (19)$$

这个模型有两个参数, 即  $\alpha$  和  $v_a(\omega)$ , 对 SMART-1 台阵的地震 40, 该文取  $\alpha = 0.125$ ,  $v_a(\omega)$  为波的视速度, 该文没有明确给出视速度的计算公式. 本文使用这个模型时, 用公式(5)计算视波速, 式中的两个参数  $c_1$  和  $c_2$  采用表 1 中三组参数的平均值.

以上这些模型及回归参数值采用的都是土层上的地表记录. 另外还有一些相干模型, 如 Menke 等(1991)、Loh(1985)的相干模型. 这些模型与前面提到的模型比较, 采用的台阵记录的场地条件相差较大, 或者模型过于简单, 甚至没有考虑频率这一重要因素, 所以这里没有引用.

前面介绍的这些模型涉及 4 个台阵的几十次地震记录, 这些模型的差异有多大? 图 3 绘出了  $\omega = 13\pi$  时各模型的相干值随测点间距变化的曲线. 我们发现, 各模型的相干值相差还是比较大的, 即使是同一模型在不同的地震中, 相干函数值也有较大差别. 可见, 这些相干模型中的任何一个在一次地震中确定的相干函数值不能代替另一次地震的相干函数值. 因此, 严格地说, 每个模型在每一次地震中确定的参数值只适用于该模型的该次地震, 这就削弱了这些模型的实用价值. 为了寻求一个适用范围较大的相干函数模型, 我们借鉴我国抗震设计规范中确定设计反应谱的方法, 取这些模型在各次地震中确定的相干值的平均, 然后根据平均值给出一个模型, 则这个模型综合了各个相干模型各次地震的相干值, 因而具有较高的实用价值. 这里和设计反应谱的确定方法略有不同, 设计反应谱是求出每条强震记录的反应谱, 然后平均的结果. 而这里是模型值平均的结果.

在综合这些模型之前, 先来分析一下这些模型所依据的台阵的特点. 模型 5 是根据 LSST 台阵的地表测点记录提出的, 这个台阵的测点间距最大 85 m, 最小仅 6 m, 因此, 根据这个台阵的测点记录提出的模型, 计算间距在 100 m 以内的测点相干值是合适的, 而对于间距在 100 m 以上的测点, 用这个模型计算的相干值可能不可靠. 其它 6 个模型所依据的台阵, 除模型 1 采用的海城台阵有一对测点间距小于 100 m 以外, 测点间距都在 100 m 以上, 因而, 用这些模型计算间距在 100 m 以上的测点的相干值是合适的, 对于间距在 100 m 以下的测点可能不适用. 模型 5 给出的一组参数值是 LSST 台阵 15 次地震的综合结果. 本文在综合这些模型的时候, 测点间距在 100 m 以内时, 取模型 5 的值; 测点间距在 100 m 以上时, 取其它模型各次地震的平均值. 图 4 中的实线为各离散频率上这些模型的综合相干值. 根据这些相干曲线, 选用下面的数学公式来拟合:

$$\rho(\omega, d) = e^{-a(\omega)d^{b(\omega)}} \quad (20)$$

其中,  $a(\omega)$  和  $b(\omega)$  是随频率变化的两个参数. 在各个离散频率上用最小二乘法拟合, 得出

$a(\omega)$  和  $b(\omega)$  随频率变化的散点图(见图 5). 我们发现,  $a(\omega)$  近似呈二次函数变化,  $b(\omega)$  近似呈线性函数变化. 于是, 令

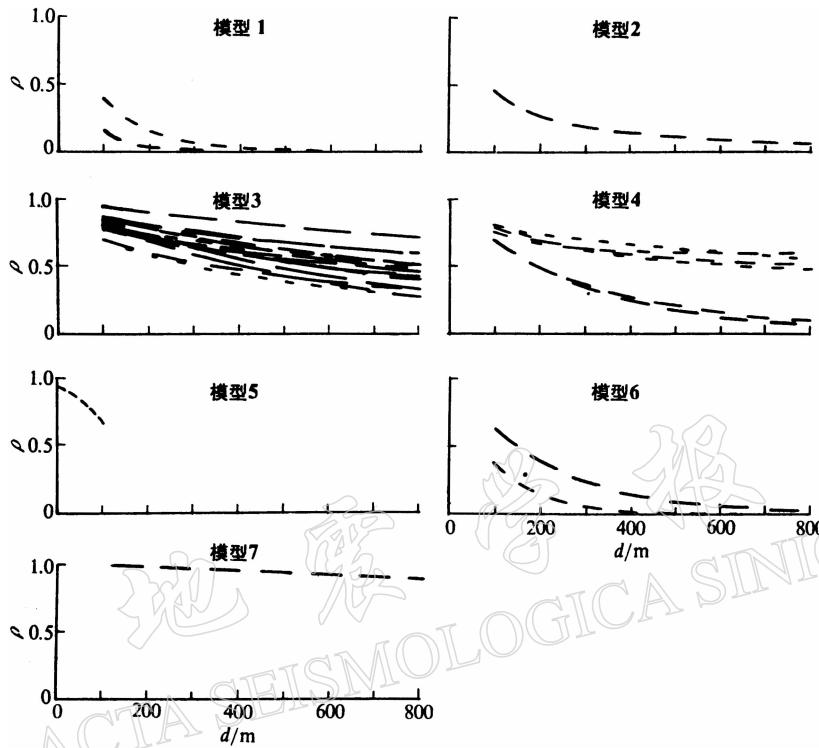


图 3  $\omega=13\pi$  时用各模型及其各组参数求得的相干值

$$a(\omega) = a_1 \omega^2 + a_2 \quad b(\omega) = b_1 \omega + b_2 \quad (21)$$

用上式拟合图 5 中的离散点, 得

$$\begin{cases} a_1 = 0.000\ 016\ 78 \\ b_1 = -0.005\ 500 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 0.001\ 219 \\ b_2 = 0.767\ 4 \end{cases} \quad (22)$$

在使用式(22)中的参数值时,  $\omega$  的单位用 rad/s,  $d$  的单位用 m. 图 4 中的虚线为本文模型的相干值, 可见, 这个模型与前面各模型的综合值(实线)吻合得较好.

## 4 自功率谱

在结构分析时, 场地上某一点地震动的自功率谱可以根据设计烈度、场地条件和震中距等因素来确定, 也可以根据功率谱与反应谱的近似关系由设计反应谱求得(孙景江, 江近仁, 1990). 有了一点的自功率谱, 以往大都假定结构所在场址范围内各点的自功率谱无变化, 这个假定是否合理? 屈铁军和王前信(1995)采用 Kanai-Tajimi 自功率谱模型

$$S(\omega) = \frac{1 + 4\xi_g^2 \frac{\omega^2}{\omega_g^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_g^2}\right)^2 + 4\xi_g^2 \frac{\omega^2}{\omega_g^2}} S_0 \quad (23)$$

应用 SMART-1 台阵的三次地震记录, 详细地研究了这个模型的 3 个参数  $\xi_g$ ,  $\omega_g$  和  $S_0$  沿场

地上的变化特性, 研究结果表明, 在 SMART-1 场址范围内(半径为 2 km 的圆周内),  $\xi_g$  和  $\omega_g$  的变化不明显, 实用中取为常量不失为一种简捷的办法, 而  $S_0$  随测点所在位置的土层厚度和测点的震中距变化较明显, 该文统计了 SMART-1 台阵三次记录的两个水平分量, 共六组回归系数. 取六组回归系数的平均值, 有

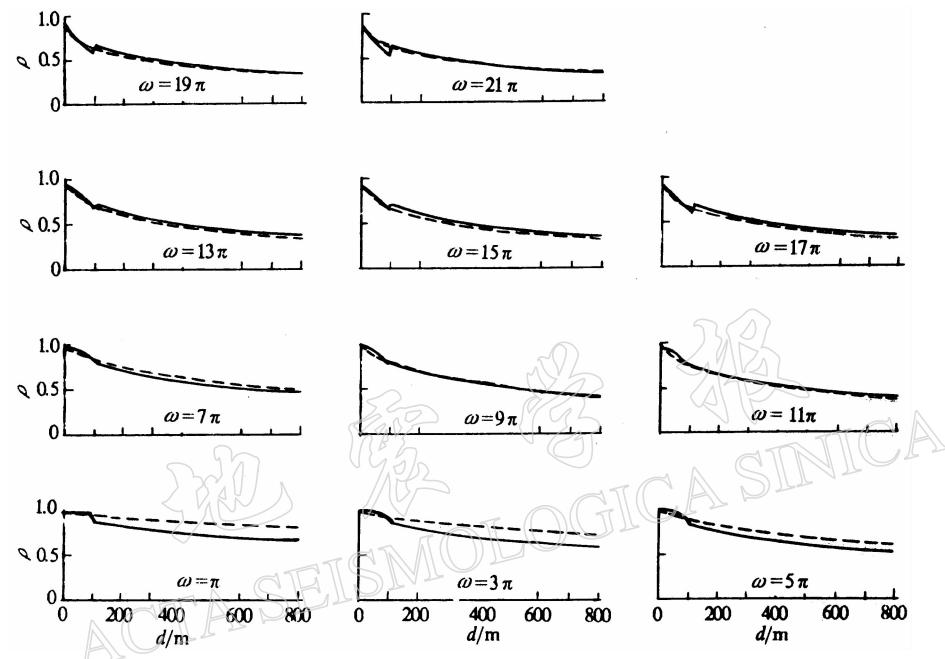


图 4 本文相干模型(虚线)与相干模型平均值(实线)

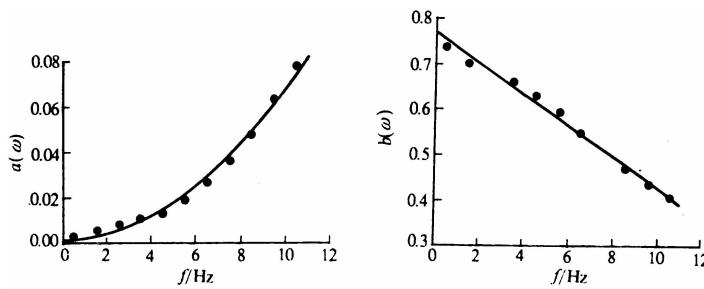


图 5 本文相干模型参数随频率变化散点及拟合线

$$\Delta S_0 = 0.2571 \Delta h - 0.0124 \Delta x \quad (24)$$

式中,  $\Delta S_0$  为测点间自功率谱参数的差值, 单位用  $\text{cm}^2/(\text{rad} \cdot \text{s}^2)$ ;  $\Delta h$  为两测点间的土层厚度(从基岩到地表)差, 单位用 m;  $\Delta x$  为两测点的震中距的差, 单位用 m. 由于这里研究的是波的传播方向的直线上地震动的空间变化问题, 所以有  $\Delta x = d$ . 有了公式(24), 就可以根据一点的自功率谱求得波的传播方向的直线上场地另一点的自功率谱.

## 5 本文模型应用说明

本文给出了一个空间相关的地震动功率谱模型。只要已知场地上一点的自功率谱，就可以根据式(2)、(5)、(20)、(21)、(23)和(24)求得沿波的传播方向上的任一点的自功率谱和两点间的互功率谱。这个模型综合了4个密集台阵的几十次强震记录，但主要是SMART-1台阵和LSST台阵记录。由于LSST台阵位于SMART-1台阵最外圈的圈内，故这两个台阵的场地条件相同，因此，这个模型只适用于类似SMART-1台阵场地的场地条件。一些学者在介绍SMART-1台阵的场地条件时，给出的都是土层的P波波速，而我国的抗震规范是以S波波速作为场地类别划分标准的。沢田勉等(1990)曾根据SMART-1场地的P波速估计S波波速，得出的结果为200~500 m/s；该文中又计算了SMART-1场地的面波波速(面波波速约等于剪切波波速)，计算结果为260~400 m/s。根据这些结果，我们认为SMART-1台阵的场地大致相当于我国抗震规范中的Ⅱ、Ⅲ类场地。因此，本文模型仅供Ⅱ、Ⅲ类场地参考，对于其它场地条件，模型参数值应怎样修改还有待于进一步研究。

另外，本文的相干模型[见式(20)]只适用于10.5 Hz( $\omega=21\pi$ )以下的频率成分。因为经过处理的地震记录(如SMART-1台阵记录)，10 Hz以上的频率成分非常少。

本文使用的SMART-1台阵记录是由美国B. A. Bolt教授和国家地震局地球物理研究所胡聿贤院士提供的，在此表示衷心感谢。

## 参 考 文 献

- 孙景江, 江近仁, 1990. 与规范反应谱相对应的金井清谱的谱参数. 世界地震工程, (1): 42~48  
 屈铁军, 王前信, 1995. SMART-1台阵记录的自功率谱特性研究. 世界地震工程, (1): 35~43  
 王君杰, 1992. 多点多维地震动随机模型及结构的反应谱分析方法. 博士学位论文. 国家地震局工程力学研究所.  
 18~20  
 沢田勉, 亀田弘行, 青井英幸, 1990. 多点地震動の非定常相互スペクトルの振幅特性と位相特性に関する考察. 構造工学論文集, (36A): 733~746  
 Abrahamson N A, Bolt B A, Darragh R B et al, 1987. The SMART-1 accelerograph array (1980~1987): a review. *Earthquake Spectra*, 3(2): 263~287  
 Abrahamson N A, Schneider E, Stepp J C, 1991. Empirical spatial coherency functions for application to soil-structure interaction analyses. *Earthquake Spectra*, 7(1): 1~27  
 Feng Q M, Hu Y X, 1982. Spatial correlation of earthquake motion and its effect on structural response *Proc US-PRC Bilateral Workshop on Earthquake Engineering*, 1: A-5-1~A-5-14  
 Hao H, 1989. Effect of spatial variation of ground motion on large multiply-supported structures. *Report No. UCB/EE-RC-89/06*, University of California at Berkeley  
 Harichandran R, Vanmarcke E, 1986. Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time. *ASCE, J. EM*, 112(2): 154~174  
 Loh C H, 1985. Analysis of the spatial variation of seismic waves and ground movements from SMART-1 Array data. *Earthq Eng Struct Dyn*, 13(5): 561~581  
 Loh C H, Lin S G, 1990. Directionality and simulation in spatial variation of seismic waves. *Eng Struct* 12(2): 134~143  
 Loh C H, Yeh Y T, 1988. Spatial variation and Stochastic modelling of seismic differential ground movement. *Earthq Eng Struct Dyn*, 16(4): 583~596  
 Matsushima Y, 1975. Spectra of spatially variant ground motion and associated transfer functions of soil foundation system. *Proc 4th Japan Earthquake Engineering Symposium*, 351~358  
 Menke W, Lerner-Lam A L, Mithal R, 1991. Spatial coherence of 5~25 Hz seismic wavefields at a hard rock site. *Structural Safety*, 10(1): 163~179