

文章编号: 0253-3782(2000)03-0319-08

解算液核自由章动常数 $Ak p-Btk$ 方法及其结果^{*}

雷湘鄂¹⁾ 贾民育²⁾ 李 辉²⁾

1) 中国武汉 430077 中国科学院测量与地球物理研究所动力大地测量学开放实验室

2) 中国武汉 430071 中国地震局地震研究所

摘要 地球液核旋转产生近周日晃动(NDFW). 利用周日波的液核共振效应解算液核自由章动(FCN)常数是液核研究的一个方面. 1987 年以来一些国家的学者相继开展了由潮汐资料解算 FCN 常数的研究, 他们基本上都采用了 5 个周日波参与解算的迭积法(stacking method). 本文提出了一种有直观几何意义的 $Ak p-Btk$ 方法, 仅用信噪比最高的 3 个周日波就可完成 FCN 常数的解算, 并选用 3 个超导重力台站 Cantley(北美洲)、武汉(亚洲)和布鲁塞尔(欧洲)的资料进行计算. 解算的液核自由章动常数(T_{FCN} 和 Q)与 VLBI 的观测结果基本一致, 这在十几年来尚属首次.

关键词 $Ak p-Btk$ 方法 周日波 液核自由章动常数

中图分类号: P542⁺.5

文献标识码: A

引言

液核的存在是地球内部结构的一个重要特征, 很多地球物理现象都与它有关. 液核旋转时会产生液核近周日晃动(NDFN), 在惯性空间表现为液核自由章动(FCN). 地面观测的重力潮汐因子 δ^* 可表示为(Neuberg *et al.*, 1994):

$$\delta^* = \left(1 + h - \frac{3k}{2}\right) + \frac{A^*}{\sigma - \tilde{\sigma}_{nd}} \quad (1)$$

其中, $1 + h - 3k/2$ 是通常的重力潮汐因子 δ , 而 $A^*/(\sigma - \tilde{\sigma}_{nd})$ 是反映液核共振动力学效应的潮汐因子的变化. $\tilde{\sigma}_{nd}$ 是近周日晃动的特征频率, σ 为潮波频率, A^* 是液核共振强度. $A^*/(\sigma - \tilde{\sigma}_{nd})$ 相应谐振可表示为(Neuberg *et al.*, 1994):

$$F_{HO}(\sigma) = \frac{\tilde{A}}{\sigma_0^2 - \sigma^2 + i2\gamma\sigma} \quad (2)$$

式中, $\sigma_0^2 = |\tilde{\sigma}_{nd}|^2 = \sigma_{real}^2 + \sigma_{imag}^2$, $T_{FCN} = 1/(\sigma_0/\sigma_{K_1} - 1)$ 为 FCN 周期, σ_{K_1} 为 K_1 波频率; $\gamma = \sigma_0/2Q = \sigma_{imag}$, γ 和 Q 分别是 FCN 的衰减因子和品质因子. T_{FCN} 和 Q 都与地幔及地核的动力学扁率、转动惯量、勒夫数组合等多种地球物理参数有关. 利用重力潮汐的液核共振效应解算 FCN 常数, 近年来引起了人们的注意.

* 1999-07-13 收到初稿, 2000-03-27 收到修改稿并决定采用.

1980 年 Sosao(1980)把地幔作为弹性介质, 根据连续介质的刘维尔方程理论, 得到液核自由章动周期 $T_{\text{FCN}} \approx 466.9$ 恒星日. Wahr 和 Bergen(1986)的研究表明, 地幔的非弹性是 FCN 衰减的主要原因, 并且, 关于地幔非弹性的合理解释, 应有 $Q \geq 78\,000$, T_{FCN} 还应增加 $\Delta T_{\text{FCN}} = 6.86$ 恒星日.

剑桥大学的 Gwinn 等(1986)利用甚长基线干涉(VLBI)观测得到的结论为: $T_{\text{FCN}} = (433.1 \pm 2)$ 恒星日, $Q = 16\,130 (\pm 6\,600)$. 使用重力潮汐资料解算 FCN 常数始于 1987 年, 西德的 Neuberg, Zürn 和法国的 Hinderer(Neuberg *et al.*, 1987)选用中欧 6 个重力台站资料, 采用迭积法(stacking method)得到的 $T_{\text{FCN}} = (434 \pm 7)$ 恒星日, $Q = (2.8 \pm 0.5) \times 10^3$. 我国学者徐建桥等(1999)利用布鲁塞尔和武汉超导重力台站的资料, 采用迭积法获得的解算结果为: $T_{\text{FCN}} = (430.6 \pm 7.3)$ 恒星日, $Q = 3\,849.7 (\pm 1\,165.5)$. 进行类似研究的学者都基本上沿用了迭积法, 解算结果与 1987 年德、法学者的结果基本一致(Florsch *et al.*, 1994; Polzer *et al.*, 1996), 但 Q 值与 VLBI 的观测结果却相差较远.

迭积法是以 O_1 , P_1 , K_1 , ϕ_1 和 φ_1 5 个周日波进行解算, 其中 ϕ_1 和 φ_1 信噪比小. 由于 ϕ_1 和 φ_1 不存在海潮同潮图, 一般采用 Wahr 提出的方法(Neuberg *et al.*, 1987), 以 K_1 波负荷潮为标准进行插值估算; 再采用 Marquardt 算法(刘钦圣, 1989)进行最小二乘解算, 得到液核自由章动常数 T_{FCN} , Q 和液核共振强度 A^* .

本研究提出的 Akp 方法在解算过程中要求两个重要参数: 第 1 个参数为 A , 它与 K_1 , P_1 有关, 称之为 Akp 值; 第 2 个参数为 B , 它是一个反正切函数 \arctan , 并且笔者在原始推导时用 k 表示正切值, 于是称之为 Btk 值. 因此, 整个方法合称为 Akp - Btk 方法. 重力潮汐资料选自全球分布开阔的 3 个观测良好的超导重力台站: 中国武汉超导重力台、加拿大的 Cantley 台和比利时的布鲁塞尔台, 获得了与 VLBI 观测基本一致的结果. 这是十多年来重力潮汐资料解算 FCN 常数中未曾有过的.

1 Akp - Btk 方法基本原理

笔者采用周日波段信噪比最高的 3 个波 O_1 , K_1 和 P_1 来解算 FCN 常数(雷湘鄂, 1998). 由于 O_1 波受液核共振影响小, 以 O_1 波为参考波作液核共振效应的观测复数向量

$$\begin{cases} Z_{Ok}(\text{ob}) = \delta_{O_1}^* - \delta_{K_1}^* = \delta_{O_1} e^{i\Delta\varphi_{O_1}} - \delta_{K_1} e^{i\Delta\varphi_{K_1}} \\ Z_{Op}(\text{ob}) = \delta_{O_1}^* - \delta_{P_1}^* = \delta_{O_1} e^{i\Delta\varphi_{O_1}} - \delta_{P_1} e^{i\Delta\varphi_{P_1}} \end{cases} \quad (3)$$

式中, δ_{O_1} , δ_{P_1} , δ_{K_1} 和 $\Delta\varphi_{O_1}$, $\Delta\varphi_{P_1}$, $\Delta\varphi_{K_1}$ 分别为 O_1 , P_1 , K_1 波的观测潮汐因子及相位滞后. 复

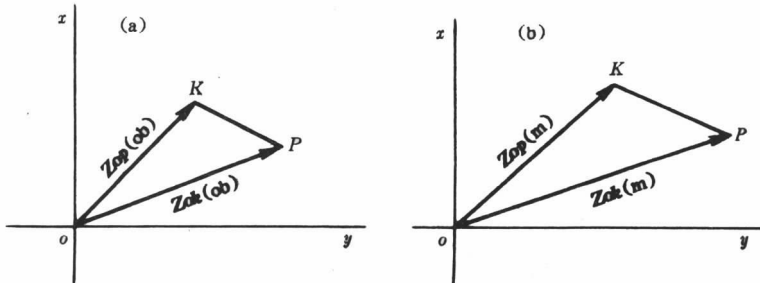


图 1 (a) 观测液核共振效应三角形 $\triangle OKP(\text{ob})$; (b) 理论液核共振效应三角形 $\triangle OKP(\text{m})$

数 $Zop(ob)$ 和 $Zok(ob)$ 在复平面上构成观测液核共振效应三角形 $\Delta OKP(ob)$ 如图 1a 所示.

设 $Akp(ob) = \frac{|Zok(ob)|}{|Zop(ob)|} = \frac{|\delta_{O_1} e^{i\Delta\varphi_{O_1}} - \delta_{K_1} e^{i\Delta\varphi_{K_1}}|}{|\delta_{O_1} e^{i\Delta\varphi_{O_1}} - \delta_{P_1} e^{i\Delta\varphi_{P_1}}|}$ 为观测 Akp 值.

$$Btk(ob) = \text{Arg}[Zok(ob)] - \text{Arg}[Zop(ob)] \\ = \arctan\left(\frac{\delta_{O_1} \sin \Delta\varphi_{O_1} - \delta_{K_1} \sin \Delta\varphi_{K_1}}{\delta_{O_1} \cos \Delta\varphi_{O_1} - \delta_{K_1} \cos \Delta\varphi_{K_1}}\right) - \arctan\left(\frac{\delta_{O_1} \sin \Delta\varphi_{O_1} - \delta_{P_1} \sin \Delta\varphi_{P_1}}{\delta_{O_1} \cos \Delta\varphi_{O_1} - \delta_{P_1} \cos \Delta\varphi_{P_1}}\right)$$

为观测 Btk 值.

$Akp(ob)$ 的意义是观测液核共振效应三角形 ΔOKP 的两边长之比, $Btk(ob)$ 的意义是观测液核共振效应三角形 ΔOKP 的夹角 $\angle KOP$.

同时, 以 O_1 波为参考波的液核共振效应的理论复数向量

$$\begin{cases} Zok(m) = \frac{A^*}{\sigma_{O_1} - \tilde{\sigma}_{nd}} - \frac{A^*}{\sigma_{K_1} - \tilde{\sigma}_{nd}} \\ Zop(m) = \frac{A^*}{\sigma_{O_1} - \tilde{\sigma}_{nd}} - \frac{A^*}{\sigma_{P_1} - \tilde{\sigma}_{nd}} \end{cases} \quad (4)$$

在复平面上构成理论液核共振效应三角形 $\Delta OKP(m)$. 如图 1b 所示.

$$\text{理论 } Akp \text{ 值} \quad Akp(m) = \frac{|Zok(m)|}{|Zop(m)|}$$

$$\text{理论 } Btk \text{ 值} \quad Btk(m) = \text{Arg}[Zok(m)] - \text{Arg}[Zop(m)]$$

当所构造的理论液核共振效应三角形 $\Delta OKP(m)$ 与观测液核共振效应三角形 $\Delta OKP(ob)$ 吻合时, 即 $\Delta OKP(m) \cong \Delta OKP(ob)$

$$\begin{cases} Akp(m) = Akp(ob) \\ Btk(m) = Btk(ob) \\ Zok(m) = Zok(ob) \end{cases} \quad (5)$$

给定的理论液核共振效应三角形 $\Delta OKP(m)$ 的参数 $\tilde{\sigma}_{nd}$ 和 A^* , 即为所求解的参数.

直接构造 $\Delta OKP(m)$ 很困难, 因而, 另作复数向量

$$\begin{cases} Zok(m_1) = \frac{1}{\sigma_{O_1} - \tilde{\sigma}_{nd}} - \frac{1}{\sigma_{K_1} - \tilde{\sigma}_{nd}} \\ Zop(m_1) = \frac{1}{\sigma_{O_1} - \tilde{\sigma}_{nd}} - \frac{1}{\sigma_{P_1} - \tilde{\sigma}_{nd}} \end{cases} \quad (6)$$

构成连带理论液核共振效应三角形 $\Delta OKP(m_1)$, 显然, $\Delta OKP(m_1)$ 与 $\Delta OKP(m)$ 相似.

同样, $Akp(m_1) = |Zok(m_1)| / |Zop(m_1)|$ $Btk(m_1) = \text{Arg}[Zok(m_1)] - \text{Arg}[Zop(m_1)]$

很明显, $Akp(m_1) = Akp(m)$, $Btk(m_1) = Btk(m)$. 实际上, 我们可通过构造 $\Delta OKP(m_1)$ 来计算 $Akp(m)$ 和 $Btk(m)$.

$\tilde{\sigma}_{nd} = \sqrt{\sigma_0^2 - \gamma^2} + i\gamma$ 中包含两个未知参数 σ_0 和 γ , 于是, 由 $Akp(m_1) = Akp(ob)$ 和 $Btk(m_1) = Btk(ob)$ 可解算出 $\tilde{\sigma}_{nd}$, 即 σ_0 和 γ .

$$\text{则} \quad T_{FCN} = \frac{1}{\sigma_0 / \sigma_{K_1} - 1} \quad Q = \sigma_0 / 2\gamma$$

显然, $A^* = Zok(ob) / Zok(m_1)$ 可解算出液核共振强度 A^* . A^* 给出了 $\Delta OKP(m)$ 的方位矢量.

2 Akp-Btk 方法的算法

该算法分为 4 步: ① 求取观测液核共振效应三角形 $\Delta OKP(\text{ob})$; ② 计算观测 $Akp(\text{ob})$ 值和观测 $Btk(\text{ob})$ 值; ③ 利用 $Akp(m_1)$ 和 $Btk(m_1)$ 数值表解算 σ_0 和 γ ; ④ 解算 T_{FCN} , Q 和 A^* .

(1) 求取观测液核共振效应三角形 $\Delta OKP(\text{ob})$. 各个台站的观测复数向量

$$\begin{cases} \mathbf{Zok}(\text{ob})j = \delta_{0_1}^*(j) - \delta_{K_1}^*(j) = R_K(j) + i \cdot I_K(j) \\ \mathbf{Zop}(\text{ob})j = \delta_{0_1}^*(j) - \delta_{P_1}^*(j) = R_P(j) + i \cdot I_P(j) \end{cases} \quad (7)$$

并且有

$$\begin{cases} dR_K(j) = \frac{\partial R_K(j)}{\partial \delta_{0_1}} d\delta_{0_1}(j) + \frac{\partial R_K(j)}{\partial \delta_{K_1}} d\delta_{K_1}(j) + \frac{\partial R_K(j)}{\partial \Delta\varphi_{0_1}} d\Delta\varphi_{0_1}(j) + \\ \quad \frac{\partial R_K(j)}{\partial \Delta\varphi_{K_1}} d\Delta\varphi_{K_1}(j) \\ dI_K(j) = \frac{\partial I_K(j)}{\partial \delta_{0_1}} d\delta_{0_1}(j) + \frac{\partial I_K(j)}{\partial \delta_{K_1}} d\delta_{K_1}(j) + \frac{\partial I_K(j)}{\partial \Delta\varphi_{0_1}} d\Delta\varphi_{0_1}(j) + \\ \quad \frac{\partial I_K(j)}{\partial \Delta\varphi_{K_1}} d\Delta\varphi_{K_1}(j) \\ dR_P(j) = \frac{\partial R_P(j)}{\partial \delta_{0_1}} d\delta_{0_1}(j) + \frac{\partial R_P(j)}{\partial \delta_{K_1}} d\delta_{K_1}(j) + \frac{\partial R_P(j)}{\partial \Delta\varphi_{0_1}} d\Delta\varphi_{0_1}(j) + \\ \quad \frac{\partial R_P(j)}{\partial \Delta\varphi_{K_1}} d\Delta\varphi_{K_1}(j) \\ dI_P(j) = \frac{\partial I_P(j)}{\partial \delta_{0_1}} d\delta_{0_1}(j) + \frac{\partial I_P(j)}{\partial \delta_{K_1}} d\delta_{K_1}(j) + \frac{\partial I_P(j)}{\partial \Delta\varphi_{0_1}} d\Delta\varphi_{0_1}(j) + \\ \quad \frac{\partial I_P(j)}{\partial \Delta\varphi_{K_1}} d\Delta\varphi_{K_1}(j) \end{cases} \quad (8)$$

由误差传播律得 $\sigma_{R_K}(j)$, $\sigma_{I_K}(j)$, $\sigma_{R_P}(j)$ 和 $\sigma_{I_P}(j)$.

取权 $e_1(j) = 1/\sigma_{R_K}(j)^2$ $e_2(j) = 1/\sigma_{I_K}(j)^2$ $e_3(j) = 1/\sigma_{R_P}(j)^2$ $e_4(j) = 1/\sigma_{I_P}(j)^2$

对 $\mathbf{Zok}(\text{ob})$ 和 $\mathbf{Zop}(\text{ob})$ 的实部和虚部分别进行加权平均, 得加权平均观测复数向量

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{Zok}}(\text{ob}) = \bar{R}_K + i \cdot \bar{I}_K \\ \bar{\mathbf{Zop}}(\text{ob}) = \bar{R}_P + i \cdot \bar{I}_P \end{cases} \quad (9)$$

就构成了观测液核共振效应三角形 $\Delta OKP(\text{ob})$.

$$\begin{cases} \Delta \bar{R}_K = \left\{ \frac{\sum_j [(R_K(j) - \bar{R}_K)^2 e_1(j)]}{\sum_j e_1(j)} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ \Delta \bar{I}_K = \left\{ \frac{\sum_j [(I_K(j) - \bar{I}_K)^2 e_2(j)]}{\sum_j e_2(j)} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (10)$$

是向量 $\mathbf{Zok}(\text{ob})$ 的变化邻域, 近似用邻域半径 $r_K = \sqrt{\Delta \bar{R}_K \cdot \Delta \bar{I}_K}$ 表示. 同理, 向量 $\mathbf{Zop}(\text{ob})$

的变化邻域，近似用邻域半径 $r_p = \sqrt{\Delta \bar{R}_p \cdot \Delta \bar{I}_p}$ 表示。

$|\mathbf{Zok}(\text{ob})|$ 和 $|\mathbf{Zop}(\text{ob})|$ 的中误差估值为

$$\sigma_{|\mathbf{Zok}(\text{ob})|} = r_K \qquad \sigma_{|\mathbf{Zop}(\text{ob})|} = r_P$$

$\text{Arg}[\mathbf{Zok}(\text{ob})]$ 和 $\text{Arg}[\mathbf{Zop}(\text{ob})]$ 的中误差估值为

$$\sigma_{Ark} = \arcsin\left(\frac{r_K}{|\mathbf{Zok}(\text{ob})|}\right) \qquad \sigma_{Arp} = \arcsin\left(\frac{r_P}{|\mathbf{Zop}(\text{ob})|}\right)$$

(2) 计算观测 $Akp(\text{ob})$ 和 $Btk(\text{ob})$ 值

$$\begin{cases} Akp(\text{ob}) = \frac{|\bar{\mathbf{Zok}}(\text{ob})|}{|\bar{\mathbf{Zop}}(\text{ob})|} \\ Btk(\text{ob}) = \text{Arg}[\bar{\mathbf{Zok}}(\text{ob})] - \text{Arg}[\bar{\mathbf{Zop}}(\text{ob})] \end{cases} \tag{11}$$

$Akp(\text{ob})$ 和 $Btk(\text{ob})$ 的中误差可表示为

$$\begin{cases} \sigma_{Akp(\text{ob})} = \sqrt{\left[\frac{\partial Akp(\text{ob})}{\partial |\bar{\mathbf{Zok}}(\text{ob})|} \sigma_{Zok}\right]^2 + \left[\frac{\partial Akp(\text{ob})}{\partial |\bar{\mathbf{Zop}}(\text{ob})|} \sigma_{Zop}\right]^2} \\ \sigma_{Btk(\text{ob})} = \sqrt{\left[\frac{\partial Btk(\text{ob})}{\partial \text{Arg}[\bar{\mathbf{Zok}}(\text{ob})]} \sigma_{Ark}\right]^2 + \left[\frac{\partial Btk(\text{ob})}{\partial \text{Arg}[\bar{\mathbf{Zop}}(\text{ob})]} \sigma_{Arp}\right]^2} \end{cases} \tag{12}$$

(3) $Akp-Btk$ 算法的核心是利用计算模型

$$\begin{cases} Akp(\sigma_{0i}, \gamma_j) = \frac{|\mathbf{Zok}(m_1)(\sigma_{0i}, \gamma_j)|}{|\mathbf{Zop}(m_1)(\sigma_{0i}, \gamma_j)|} \\ Btk(\sigma_{0i}, \gamma_j) = \text{Arg}[\mathbf{Zok}(m_1)(\sigma_{0i}, \gamma_j)] - \text{Arg}[\mathbf{Zop}(m_1)(\sigma_{0i}, \gamma_j)] \end{cases} \tag{13}$$

构造 $Akp(m_1)$ 、 $Btk(m_1)$ 谱线与 σ_0, γ 之间的数值关系(图2)。图2中， σ_0 的单位是 $4.848\ 1 \times 10^{-6}/\text{s}[(^\circ)/h]$ ， γ 的单位也是 $4.848\ 1 \times 10^{-6}/\text{s}[(^\circ)/h]$ 。上式中 $\mathbf{Zok}(m_1)(\sigma_{0i}, \gamma_j)$ 和 $\mathbf{Zop}(m_1)(\sigma_{0i}, \gamma_j)$ 由式(6)给出。

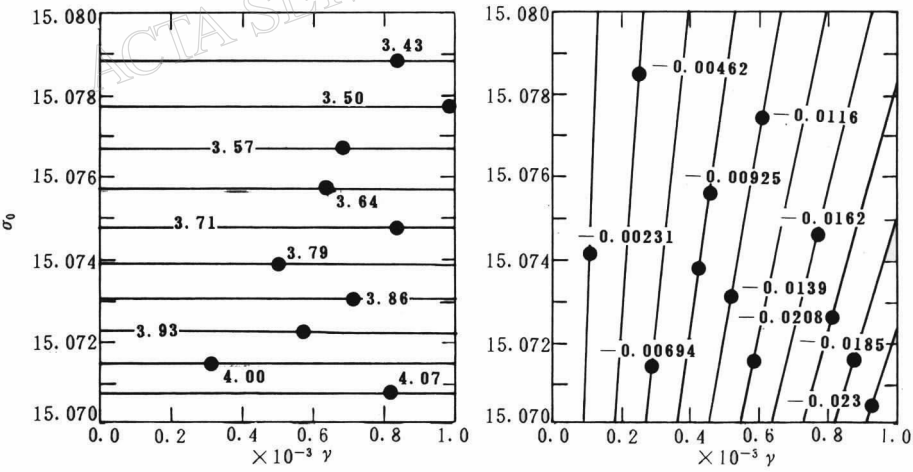


图2 $Akp(m_1)$ 等值线和 $Btk(m_1)$ 等值线

(a) $Akp(m_1)$ 谱线和 $\sigma_0-\gamma$ 关系图；(b) $Btk(m_1)$ 谱线和 $\sigma_0-\gamma$ 关系图

再将 $Akp(\text{ob})$ 和 $Btk(\text{ob})$ 与其进行比较，求等式右边最小

$$ESP = | Akp(\text{ob}) - Akp(\sigma_{0i}, \gamma_j) | + q \cdot | Btk(\text{ob}) - Btk(\sigma_{0i}, \gamma_j) | \tag{14}$$

当 ESP 最小时， σ_{0i} 和 γ_j 就是所要求的 σ_0 和 γ (q 是一个合适的比例常数)。上式是原

理式，笔者在具体解算中使用了两个阈值 ϵ_{Akp} 和 ϵ_{Btk} 以及两个符号函数 $\delta(Akp)$ 和 $\delta(Btk)$

$$\delta(Akp) = \begin{cases} 0 & |Akp(\text{ob}) - Akp(\sigma_{0i}, \gamma_j)| \leq \epsilon_{Akp} \\ 1 & |Akp(\text{ob}) - Akp(\sigma_{0i}, \gamma_j)| > \epsilon_{Akp} \end{cases} \tag{15}$$

$$\delta(Btk) = \begin{cases} 0 & |Btk(\text{ob}) - Btk(\sigma_{0i}, \gamma_j)| \leq \epsilon_{Btk} \\ 1 & |Btk(\text{ob}) - Btk(\sigma_{0i}, \gamma_j)| > \epsilon_{Btk} \end{cases} \tag{16}$$

再计算 $\delta(ESP) = \delta(Akp) + \delta(Btk)$. 设满足 $\delta(ESP) = 0$ 的集合为 $\Omega(\sigma_{0i}, \gamma_j)$. 当降低 ϵ_{Akp} 和 ϵ_{Btk} 到 $\Omega(\sigma_{0i}, \gamma_j)$ 中仅有一个点元素时, σ_{0i} 和 γ_j 即为所求解的 σ_0 和 γ . 实际上, 点 (σ_0, γ) 是在相同取值方法和取值范围内的等值线 $Akp(\text{ob})$ 和 $Btk(\text{ob})$ 的交点.

σ_0 和 γ 的中误差估值由下式给出:

$$\begin{cases} \sigma_{\sigma_0} = \left| \frac{\partial \sigma_0}{\partial Akp(\text{ob})} \right| \cdot \sigma_{Akp(\text{ob})} \\ \sigma_{\gamma} = \left| \frac{\partial \gamma}{\partial Btk(\text{ob})} \right| \cdot \sigma_{Btk(\text{ob})} \end{cases} \tag{17}$$

(4) 解算液核自由章动常数 T_{FCN} , Q 及液核共振强度 A^* .

$$T_{\text{FCN}} = \frac{1}{\sigma_0/\sigma_{K_1} - 1} \tag{18}$$

$$Q = \frac{\sigma_0}{2\gamma} \tag{19}$$

T_{FCN} 的中误差估值为

$$\sigma_{T_{\text{FCN}}} = \left| \frac{\partial T_{\text{FCN}}}{\partial \sigma_0} \right| \cdot \sigma_{\sigma_0} \tag{20}$$

因为 $|\gamma| < |\Delta\gamma|$, 所以仅给出 Q 的下限

$$Q_1 = \frac{\sigma_0}{2(\gamma + \sigma_{\gamma})} \tag{21}$$

利用公式 $A^* = \overline{Zok}(\text{ob})/\overline{Zok}(m_1)$ (σ_0, γ) 可解算出 A^* .

3 讨论和结论

3.1 计算结果

根据现有的观测资料进行计算, 结果表明 T_{FCN} 一般在 430 恒星日左右, 而理论上 T_{FCN} 一般在 460~470 恒星日. $Akp\sigma_0\text{-}\gamma$ 数值表的 σ_0 的计算范围放宽到 [15.070, 15.080], 所对应的 Akp 值为 [3.36, 4.15], 这个范围称为 $R(Akp)$. 若资料的 $Akp(\text{ob})$ i 值偏离 $R(Akp)$ 过远则不合适. 这样, $R(Akp)$ 可作为一个资料取舍的标准.

用 $Akp\text{-}Btk$ 方法试算了 8 台超导重力仪的观测资料 (孙和平等, 1998; 雷湘鄂, 1998; Merriam, 1993; Flach *et al.*, 1993; Neumeyer, Dittfeld, 1997), 试算 $Akp(\text{ob})$ i 如

图 3 所示. 图中阴影部分为 $R(Akp)$. 我们可以清楚地看出, 京都 SCG-008、京都 SCG-009 以及波茨坦和德国北部 ASSE 盐矿地下的超导重力观测结果所计算出来的 $Akp(\text{ob})$ i 值远离 $R(Akp)$, 可能地区影响较大, 故舍去. 总体上看, 海潮校正对 Akp 值是有改善的, 因为

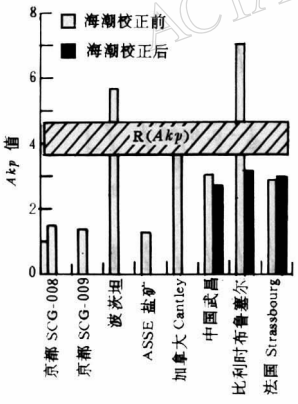


图 3 8 台超导重力仪观测资料的 $Akp(\text{ob})$ 值

Cantley 台离大西洋海岸较远, 而且 Cantley 台未经海潮校正资料的 Akp 值也比较合理, 所以笔者采用它参与 $Akp-Btk$ 方法解算.

$Akp-Btk$ 方法选择了试算效果较好的 Cantley 台、布鲁塞尔台和武汉台, 不选择 Strassbourg 台是由于它离布鲁塞尔台较近. 这样选择台站位置分布开阔, 有利于进一步消除地区的影响, 使观测液核共振效应三角形 $\triangle OKP$ 更具全球平均意义, 但可能使 Akp 和 Btk 的误差增大, 从而增大 T_{FCN} 和 Q 的误差.

由计算程序 $Akp-Btk$ 得到最终解算结果为

$$Akp(\text{ob}) = 3.571\ 2 \pm 1.072\ 6$$

$$Btk(\text{ob}) = -0.562\ 2 \pm 17.475\ 2$$

$$T_{FCN} = 422.13 \pm 23.34 (\text{恒星日})$$

$$Q = 14\ 781 (Q > 433.76)$$

$$A^* = -6.892\ 9 \times 10^{-4} - 3.363\ 0 \times 10^{-6} [(^{\circ})/\text{h}]$$

A^* 的实部与仅包含弹性地幔和液核的地球模型的理论计算结果 $[-0.000\ 73 (^{\circ})/\text{h}$; 周华, 1988] 很接近. A^* 的虚部为实部的 0.47%, 可以大致认为是地幔的非弹性所致, 理论估计复 Love 数 h 的虚部为实部的 0.67%, k 的虚部为实部的 0.79% (Dehant, 1987).

3.2 讨论

本研究提出的具有直观几何意义的 $Akp-Btk$ 方法, 仅用信噪比最高的 O_1 , P_1 和 K_1 波就可完成液核自由章动常数 Q 和 T_{FCN} 的解算, 这是研究该问题的新尝试.

以往迭积法解算结果与 VLBI 的结果比较, T_{FCN} 接近, 而 Q 则相差较远. 本研究解算的 T_{FCN} 和 Q 都与 VLBI 的观测结果接近. 这在重力潮汐资料的解算中还是首次.

应指出, 解算结果的中误差还比较大, 其中 Q 只给出了下限. 笔者认为, 主要原因是向量 $Zop(\text{ob})$ 的模很小 (约为 0.005 2), 观测的相对误差较大. T_{FCN} 的中误差有 90% 左右来源于 $|Zop(\text{ob})|$ 的中误差, γ 的中误差有 90% 左右来源于 $\text{Arg}[Zop(\text{ob})]$ 的中误差.

中国地震局地震研究所李瑞浩研究员、周硕愚研究员、胡国庆研究员和殷志山副研究员, 中国科学院地球物理研究所刘福田研究员, 中国科学院测量与地球物理研究所孙和平研究员, 武汉测绘科技大学郭俊义教授和郑晓丽副教授等给予本研究有益的关心和帮助, 一并在此深表谢意.

参 考 文 献

- 雷湘鄂. 1998. 液核共振参数的 $Akp-Btk$ 值算法及其结果: [D]. 武汉: 中国地震局地震研究所, 58
- 刘钦圣. 1989. 最小二乘问题计算方法[M]. 北京: 北京工业大学出版社, 72~108
- 孙和平, 许厚泽, Ducarme B, 等. 1998. 中比法三国超导重力仪潮汐观测资料综合对比分析与研究[J]. 科学通报, 43(13): 1 433~1 438
- 徐建桥, 许厚泽, 孙和平. 1999. 利用超导重力仪观测资料检测地球近周日共振[J]. 地球物理学报, 42(5): 599~608
- 周华. 1988. 液核近周日共振检测: [D]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 62
- 东敏博. 1995. Simultaneous observations of time change of gravity by means of two superconducting gravimeters at Kyoto[J]. *J Geod Soc Japan*, 41(3): 227~237
- Dehant V. 1987. Tidal parameters for an inelastic earth[J]. *Phys Earth Planet Inter*, 49: 97~116
- Flach D, Commlich G, Jentzsch G. 1993. Three years of experiences with a movable superconducting gravimeter at the underground installation site in the salt mine ASSE in northern Germany[J]. *Bull D'infor Marees Terrestres*, 117:

8 639~8 654

- Florsch N, Chambat F, Hinderer J, *et al.* 1994. A simple method to retrieve the complex eigenfrequency of the earth's nearly diurnal free wobble; application to the strassbourg superconducting gravimeter data[J]. *Geophys J Int*, **116**: 53~63
- Gwinn C R, Herring T A, Shapiro I I. 1986. Geodesy by radio interferometry: Studies of the forced nutations of the earth 2. interpretation[J]. *J Geophys Res*, **91**(B5): 4 755~4 765
- Merriam J B. 1993. A Comparison of recent tide catalogues and the consequences of catalogue error for tidal analysis[J]. *Bull D'infor Marees Terrestres*, **115**: 8 515~8 635
- Neuberg J, Hinderer J, Zürn W. 1987. Stacking gravity tide observations in central Europ for the retrieval of the complex eigenfrequency of the nearly diurnal free wobble[J]. *Geophys J R astr Soc*, **91**: 853~868
- Neumeyer J, Dittfeld H J. 1997. Results of three years observation with a superconducting gravimeter at the GeoForschungs Zentrum Potsdam[J]. *J Geodesy Spring Soc*, **71**: 97~102
- Polzer G, Zürn W, Wenzel H. 1996. NDFW analysis of gravity, strain and tilt data from BFO[J]. *Bull D'infor Marees Terrestres*, **125**: 9 514~9 543
- Sasao T, Okubo S, Saito M. 1980. A simple theory on dynamical effects of stratified core upon nutational motions of the earth[A]. In: Federoy E P *et al* eds. *Proceedings IAV Symposium 78: Nutation and the Earth's Rotation*[C]. Hingham: Mass, 165~183
- Wahr J M, Bergen Z. 1986. The effects of mantle anelasticity on nutation, earth's and tidal variations in rotation rate [J]. *Geophys J R astr Soc*, **64**: 633~668

THE *Akp-Btk* VALUE METHOD AND THE RESULTS FOR THE RETRIEVAL OF THE PARAMETERS OF THE EARTH'S FREE CORE NUTATION

Lei Xiang¹⁾ Jia Minyu²⁾ Li Hui²⁾

1) *Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Science, Wuhan 430077*

2) *China Institute of Seismic, China Seismic Bureau, Wuhan 430071, China*

Abstract The rotation of the earth's liquid core creates the Nearly Diurnal Free Wobble (NDFW). It is one of the problems of researching the earth's liquid core for us to retrieve the parameters of the earth's Free Core Nutation (FCN), from the earth's liquid core resonance of gravity tide waves on the diurnal frequency band. Since 1987, some scientists in different countries have come to calculate the parameters of FCN by the observational data of gravity tide waves on the diurnal frequency band. They basically followed the Stacking Method, which needed five diurnal waves for the resolution. In this paper, authors introduced the *Akp-Btk* Value Method with clearly geometrical meaning as a new method, which only requires three very high signal-noise-ratio waves O_1 , K_1 and P_1 for the resolution. Authors chose the observational data of the three superconducting gravimeter stations differently in Cantley of Canada, in Wuhan of China and in Brussels of Belgium, to compute the parameters of FCN. It was the first time that the observational results of the parameters of FCN obtained from gravitational tide were consistent with the parameters of FCN gained from VLBI since 1987.

Key words Earth's liquid core resonance of gravity tide (LCR) parameters of Earth's free core nutation (Q and T_{FCN}) triangle of LCR *Akp-Btk* value method