

# 地震危险性分析中的二项式模型\*

王 健 时振梁

(中国北京 100081 国家地震局地球物理研究所)

## 摘要

围绕对地震活动时间和空间不确定性的不同认识和处理方法,分析了地震区划中现有的确定性方法和概率分析方法的不足,分析、总结了地震之间相互关系随时间、空间和震级的变化特征,认为时间和空间不确定性是相互联系、相互制约的,并用最多地震数来反映这种变化特征,进而推导出二项式模型。二项式模型能够反映不同程度的时间和空间不确定性认识。

分析了二项式模型与确定性方法和概率分析方法中泊松模型的异、同之处,指出确定性方法和泊松模型分别是二项式模型的两个极限,在时间和空间不确定程度极小和很大两种情况下,二项式模型分别趋近于确定性方法和泊松模型。给出了一种估算隐含概率的方法,具体分析了 1977 年全国烈度区划图中华北地区 5 个高烈度区隐含概率的上限值。

**关键词** 地震活动时间和空间不确定性; 二项式模型; 隐含概率

## 一、引言

地震危险性区划的基础是地震的中长期预报,基于对未来地震的强度、时间、地点的认识进行区划。限于目前的认识水平,对地震三要素的预测带有一定的不确定性。对这种不确定性的不同认识和处理,产生了地震危险区划中的不同方法。目前主要有两种,我们分别称之为确定性方法和概率分析方法。1977 年由国家地震局编图组编制的“中国地震烈度区域划分图”采用的就是所谓的确定性方法。在确定性方法中,地震活动在时间和空间上的非均匀性已得到充分认识。在 1977 年的区划图中,表示未来地震发生地点范围的地震危险区划得较大,其面积几倍甚至几十倍于同一震级地震的极震区范围;危险区内未来 100 年发生某级地震次数的预测也使用了带有一定不确定性的语言,但是确定性方法没有把这种不确定性的程度以某种方式表达在区划图的最终结果中。

本世纪 60 年代,以美国麻省理工学院土木工程系科内尔教授为代表的土木工程师们,提出了地震危险性概率分析方法。该方法的思路是以统计学方法来反映对地震活动不确定性的认识。在概率分析方法中,潜在震源区表示未来可能发生地震的震源或震中位置的集合体。通常,潜在震源区划得比较大,并且假定潜在震源区内地震是等可能发生的。假

\* 国家地震局地球物理研究所论著 92A0033。

1991 年 7 月 10 日收到本文初稿,1992 年 1 月 30 日决定采用。

定有一次地震发生,即使潜在震源区内的某一场点遭遇相应烈度的概率也不是百分之百,其概率为以该点为中心极震区与潜在震源区重合的面积与整个潜在震源区面积的比值,用超越概率  $P_1$  表示。概率分析方法认为,该潜在震源区未来  $T$  年内地震数是一个概率分布。在假定地震是相互独立的事件之后,科内尔采用了泊松分布,即泊松模型假定未来  $T$  年在潜在震源区内发生的地震数以是  $v$  为均值的概率分布,其中  $v$  为年平均发生率,一般由历史重演原则和古登堡-里克特公式求得。已知一次地震对某一场点造成的超越概率是  $P_1$ ,求  $N$  次相互独立地震对该场点造成的超越概率可以归结为  $N$  次伯努力实验,由全概率公式可以得到总的超越概率  $P$

$$P = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} (1 - P_1)^n \frac{(vt)^n}{n!} e^{-vt}$$

不难推导出

$$P = 1 - e^{-P_1 vt}$$

概率分析方法以超越概率  $P_1$  表述空间不确定性,以概率分布来描述潜在震源区未来  $T$  年发生地震数的不确定性,并将这些不确定性综合表述在最终结果中,这与确定性方法相比较,无疑是进了一步,但就模型本身仍存在一些问题,本文的目的在于建立一种适应性更广、更为合理的模型。

## 二、二项式模型

### 1. 问题的提出

泊松模型的一个基本假定就是地震之间是相互独立的,我们认为离开一些先决条件来讨论地震之间的关系是没有意义的。空间、时间和震级是确定地震的三个要素。如果我们考虑空间范围是在同一震源区内,根据弹性回跳理论,很难直接假定相邻的两个地震是相互独立的;如果我们考虑的是空间范围内有两个或两个以上震源区,那么情况要更复杂些,不同震源体上发生的地震,它们如何相互作用,程度如何,要具体分析两个震源体所处应力场情况,构造背景,以及两发震断层间的距离,相对位置、角度,等等。不同震级的地震,其作用也是不相同的。大地震其影响也相对大,小地震彼此都具有更大的偶然性,相互联系也相对弱些。时间是另一个因素,即使在同一震源上,当一次地震发生时,它的影响在时间上也应该是有一定限度的。不同震源上的地震相互间的作用也必然是有时间限度的。总之,在一些情况下可以假定地震是独立事件;而在另一些情况下如不附加一定限制,这种假定从理论上讲是勉强的。

泊松模型假定潜在震源区内未来  $T$  年发生的地震数符合泊松过程,这就隐含着大于某一震级的地震数可以是无穷大(尽管其出现概率可能很小),这与一定区域、一定时间内地震能量的积累和释放是有限的这一认识是相矛盾的。

### 2. 最多地震数和最短时间间隔概念

我国目前地震区划中空间范围的单元分两个层次:地震统计区和潜在震源区。统计区作为地震活动性参数的统计单元,其面积大于潜在震源区。根据时振梁等(1974)的研究,一个统计区,在一次活跃期内,可能积累和释放总的能量是有限的,其释放的总能量相当于一个 8 点几级的地震。在统计区,活跃期发生的地震还要受到构造背景的限制,且在同

一构造上在同一活跃期内地震的重复也是有限的,已有研究工作给出了华北地区 6 级以上地震重复的统计. 基于以上原因,我们认为在统计区和比统计区小的潜在震源区,在一定的时间内发生大于某一震级的地震数是有限的,为此我们提出了最多地震数的概念.

在更小些的空间范围,一个地震对另一个地震的影响,还表现为减震作用. 鄢家全等研究了华北地区的大地震减震作用\*,这个减震作用范围既包括了时间的含义,也包括了空间的含义. 时间间隔的长短同空间距离的远近是相互制约的,且具有互成反比的关系.

对于减震现象的物理解释可以认为一个地震发生后,会使周围地区(大约相当于同一震源区面积)能量释放. 伴随着一系列较大余震发生,能量释放是一个过程,地震越大,该过程延续时间越长,同样,为下一次地震作准备的能量积累也需要一定的时间. 总之,对于一定的空间范围,我们认为对于某一级地震,在一次地震发生后,不可能在任意短的时间内发生另一次地震,存在一个最短时间间隔,下次地震只有在最短时间间隔以外才会发生,也就是说,在最短时间间隔内不会发生两次以上地震. 由之,我们提出了地震之间最短时间间隔的概念.

对于更大一些的空间范围,如地震统计区,很难从物理解释上给出最短时间间隔的存在,但最短时间间隔是可以趋于无穷小的量. 从数学上讲,即使对于地震统计区中的地震序列,最短时间间隔也是存在的. 由最短时间间隔也能得出最多地震数的概念,对于同一个空间和时间范围,如最短时间间隔  $T_d$ ,对于  $T$  年,则最多地震数为  $(T/t_d + 1)$ .

最多地震数应是一个综合性参数,是对一定时、空范围内发生地震数预测的上限. 泊松模型中唯一的参数——年均值不能完全反映出,如减震作用等这样的时间和空间不均匀特性,增加最多地震数的概念是为了更好地吸收对地震活动时、空不均匀的认识成果.

### 3. 独立性问题和重复性原则

地震之间相互独立的假定对于构筑概率分析方法的框架是十分重要的,这也是泊松模型之所以被应用而且不易被取代的一个重要原因. 只有假定  $n$  次地震是相互独立的事件,当知道发生一次地震对某一场点造成超过给定值概率  $P_1$  时,求  $n$  次地震造成的总超越概率  $P$ ,在数学上才能归结为  $n$  次伯努利实验,定量地求出  $n$  次地震造成的总超越概率. 对于  $n$  次相互不独立事件的处理,数学上比较复杂且很难给出地震之间的相关系数. 因而,保留独立性假定并使之适应性更广是很重要的. 目前潜在震源区的尺度变化范围较大,在一个大的变化范围内,我们假定地震是独立事件并不总是合理的,特别当潜在震源区划得较小的时候.

由上一节,我们给出如下的假定:潜在震源区内的地震序列以最短时间间隔为时间单元,地震的时间间隔大于最短时间间隔才是相互独立事件. 当空间范围较小时,这个假定与减震作用是相符的,当空间范围较大时,最短时间间隔失去物理上的意义,但数学上还是存在的,因而这个假定在潜在震源区的变化范围内都是成立的.

重复性原则是地震危险性分析中的一条重要原则,其基本思路是:“未来是历史的重复”,即未来一个时期发生的某一震级档的地震数很可能就是历史上相应时期发生的地震数,这也就是年平均值的由来. 有了最短时间间隔后,从时间上来理解,将历史的  $t$  年,用

\* 鄢家全、贾素娟,1987. 华北地区大地震的减震作用. 国家地震局地球物理研究所论文集,1—15.

一个最短时间间隔  $\Delta t$  来分成  $N$  个小段,  $\Delta t$  要足够小, 任意分隔,  $\Delta t$  内只能有一个历史地震. 未来的时期也可以用  $\Delta t$  来分隔, 每个  $\Delta t$  都是历史上的任一  $\Delta t$ . 我们感兴趣的年限  $T$  年内包含  $r$  个  $\Delta t$  时间段, 每个时间段内或没有地震, 或只有一个地震. 每个时间段内有一次地震的概率是  $M/N$ ,  $M$  是历史上发生的地震数,  $N$  是历史时期所包含  $\Delta t$  时间段的个数. 我们要求  $T$  年内, 也就是  $r$  个  $\Delta t$  时间段内发生各次地震的概率. 现在可以把问题归结为从一个装有  $N$  个小球, 其中有  $M$  个红球的口袋中有放回地抽出  $r$  个球, 求其中红球个数  $\zeta$  为取有限个值 ( $0, 1, 2, \dots, r$ ) 的随机变量. 这里, 红球相应于有地震的时间段,  $r$  相应于  $t$  年. 数学上, 此分布为二项分布.

#### 4. 二项式模型

综合以上各节, 我们把以下两条假定作为二项式模型的条件:

(1) 地震是相互独立的, 这种独立是有条件的. 在一定时、空范围内发生的地震数不会超过最多地震数. 在最短时间间隔内不会有两次地震发生.

(2)  $T$  时间段内发生地震数  $N$  只与平均值、 $T$  时间段的长短和最多地震数有关. 上一节我们已经推导出发生各次地震的概率应是二项式分布, 其数学形式为

$$P_{(\zeta=k)} = \binom{r}{k} \left(\frac{M}{N}\right)^k \left(1 - \frac{M}{N}\right)^{r-k} \quad k = 0, 1, \dots, r$$

均值为

$$E\zeta = r \frac{M}{N} = t \frac{M}{T}$$

方差为

$$D\zeta = r \frac{M}{N} \left(1 - \frac{M}{N}\right) = E\zeta \left(1 - \frac{E\zeta}{r}\right) \quad (1)$$

在地震问题中,  $M$  相当于历史上发生的地震数,  $N$  是相应的最多地震数,  $r$  是未来  $t$  年的最多地震数. 求未来  $t$  年发生地震数为  $k$  的概率, 已知年均值为  $r$ , 最多地震数为  $N_d$

$$P_{(\zeta=k)} = \binom{N_d}{k} \left(\frac{rt}{N_d}\right)^k \left(1 - \frac{rt}{N_d}\right)^{N_d-k} \quad k = 0, 1, \dots, N_d \quad (2)$$

当已知一次地震对某一场点造成破坏的超越概率为  $P_1$  时, 由二项式模型计算总的危险性超越概率公式为

$$P = 1 - \sum_{n=0}^{N_d} (1 - P_1)^n P_{(k=n)} \quad (3)$$

### 三、二项式模型的两个极限情况及应用

#### 1. 二项式模型的两个极限情况

分析公式(2)可知, 二项式模型与泊松模型的均值是相同的. 在均值一定的情况下, 方差随最多地震数增大而趋于泊松分布, 即当最多地震数是无穷大时, 二项式模型就自然退化为泊松模型, 这对应于地震活动的时间和空间的不确定程度都较大, 无法确定最多地震数这个参数, 对未来发生地震次数估计的范围较大, 从零到无穷大.

二项式模型还存在另一极限情况, 在未来  $T$  年中发生地震数完全可以确定, 我们称

之为  $\delta$  分布. 显然这个目前是做不到的, 但出于理论完备性的考虑和后面要进行的把确定性方法中隐含的超越概率“挖掘”出来, 讨论这种情况是必要的.

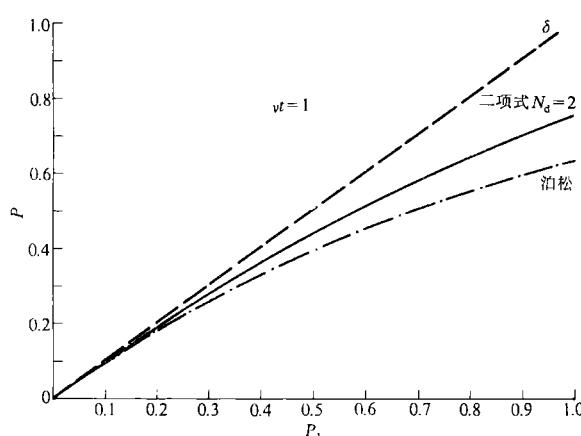


图 1  $\delta$  分布、二项式模型与泊松模型的比较

区划图是用确定性方法编制的, 我们试图回答这样的问题: 1977 年的区划图中的烈度值相当于多大超越概率下的烈度值? 这个问题实际包含了许多方面, 在此只涉及方法, 因此我们假定对某一特定地区地震活动的时间和空间不确定性认识相同. 选择华北地区, 以 1977 年区划图中的危险区为潜在震源区, 对于“未来百年很可能发生某级地震一次”这样的判断我们就认为确定地要发生一次, 把它作为二项式模型的一种极限  $\delta$  分布来处理. 由危险区的大小和 1977 年工作中给出的衰减公式, 可以方便地求出具体场点的  $P_1$  值. 我们估计 1977 年烈度区划图中, 华北地区的几个 7 级地震危险区的隐含的超越概率的范围. 表 1 给出了危险区名称、面积、对应的极震区统计平均面积和危险区内可能达到的最大  $P_1$  值. 表 1 给出了危险区名称、面积、对应的极震区统计平均面积和危险区可能达到的最大  $P_1$  值. 表 1 中的极震区面积, 是由 1977 年区划工作中提供的震级和烈度的对应关系, 以及我国东部地区极震区等效半径得到的. 以上数据发表在《中国地震烈度区划工作报告》上.

从表 1 中可以看到, 1977 年区划图中华北地区 5 个高烈度危险区, 区内可达到最大的  $P_1$  值, 都不超过 0.05, 从图 1 中可知, 在这样的范围内,  $\delta$  分布的结果和泊松结果相差不大, 以  $\delta$  分布结果来计算, 当认为危险区 100 年内将发生一次地震时, 超越概率值在数值上等于  $P_1$ , 因此, 我们可以得到这样的结论: 在 1977 年区划图中, 华北地区的 4 个 IX 度区和一个 XI 度区所隐含的超越概率不超过百年 5%. 即使认为每个危险区内未来 100 年将发生两次地震, 其超越概率值也不超过 10%.

当我们假定能够完全确定地知道未来  $T$  年内将发生的地震数  $n$  时, 已知某一场点在发生一次地震时的超越概率  $P_1$ , 则总的超越概率由下面公式求得:

$$P = 1 - (1 - P_1)^n \quad (1)$$

图 1 给出了  $vt$  为 1, 二项式模型及两种极限情况的比较. 从图中可以看到,  $\delta$  分布的结果高于二项式模型, 而二项式模型的结果高于泊松模型, 其差异随  $P_1$  的增大而变得显著, 在  $P_1$  很小时(小于 0.1), 三种结果差别不大.

## 2. 确定性方法中隐含的超越概率的估算

我们知道, 1977 年的全国烈度区划图中的烈度值相当于多大超越概率下的烈度值? 这个问题实际包含了许多方面, 在此只涉及方法, 因此我们假定对某一特定地区地震活动的时间和空间不确定性认识相同. 选择华北地区, 以 1977 年区划图中的危险区为潜在震源区, 对于“未来百年很可能发生某级地震一次”这样的判断我们就认为确定地要发生一次, 把它作为二项式模型的一种极限  $\delta$  分布来处理. 由危险区的大小和 1977 年工作中给出的衰减公式, 可以方便地求出具体场点的  $P_1$  值. 我们估计 1977 年烈度区划图中, 华北地区的几个 7 级地震危险区的隐含的超越概率的范围. 表 1 给出了危险区名称、面积、对应的极震区统计平均面积和危险区内可能达到的最大  $P_1$  值. 表 1 给出了危险区名称、面积、对应的极震区统计平均面积和危险区可能达到的最大  $P_1$  值. 表 1 中的极震区面积, 是由 1977 年区划工作中提供的震级和烈度的对应关系, 以及我国东部地区极震区等效半径得到的. 以上数据发表在《中国地震烈度区划工作报告》上.

表 1 华北危险区参数表

危 险 区	震 级 ( $M_S$ )	面 积 ( $\text{km}^2$ )	极 震 区 面 积 ( $\text{km}^2$ )	$P_1$
平原-高唐	6 $\frac{3}{4}$ — 7	5156	254.47	0.047
郯城-新沂	8	11046	452.39	0.041
临汾	6 $\frac{3}{4}$ — 7	8024	254.47	0.031
香河-廊坊	6 $\frac{3}{4}$ — 7	7675	254.47	0.033
乌盖	6 $\frac{3}{4}$ — 7	6197	254.47	0.041

#### 四、讨 论

1. 二项式模型不仅使某一场点的最高烈度超越概率高于泊松模型结果, 而且还改变了该场点超越概率随烈度变化曲线的形状, 因为该场点次一级的烈度的  $P_1$  值会更大, 超越概率值与泊松模型结果差异也更大.

2. 二项式模型主要在高震级潜在震源区求高烈度的超越概率值与泊松模型差异显著, 对于那些最高能达到的烈度仍比较低的场点, 建议仍用泊松模型, 因为此时泊松模型是比较好的近似, 数学上简单. 这类场点往往受几个潜在震源区影响, 最多地震数往往较大, 且不容易确定.

3. 高震级潜在震源区的最多地震数是一个综合性参数, 在目前的情况下, 还需要带有一定的程度的专家意见. 当从起算震级  $M_0$  估计最多地震数较大时, 容易忽略高震级的作用, 可分震级档估计最多地震数, 分段计算. 如何更好地确定最多地震数, 还需进一步研究.

本文得到了鄂家全、曹学锋、高孟潭、金严、张天中等的帮助和有益讨论, 在此表示感谢.

#### 参 考 文 献

- 高孟潭, 1988. 关于地震年平均发生率问题的讨论. 国际地震动态, 1: 1—5.  
 国家地震局编图组, 1981. 中国地震烈度区划工作报告, 79—197. 地震出版社, 北京.  
 时振梁, 1974. 中国地震活动的某些特征. 地球物理学报, 17, 1—12.  
 时振梁、鄂家全、高孟潭, 1991. 地震区域划分原则和方法的研究——以华北地区为例. 地震学报, 13, 179—188.  
 Bernice Bender, 1981. A two-state Poisson model for seismic hazard estimation. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 71, 1463—1468.  
 Cornell, C. A., 1968. Engineering seismic risk analysis. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 58, 1583—1606.  
 Nishenko, S. P. and Buland, R., 1988. A generic recurrence interval distribution for earthquake forecasting. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 77, 1382—1399.