

# 地震序列的空间随机分析

陈汉尧 胡聿贤

(中国北京 100081 国家地震局地球物理研究所)

## 摘 要

利用空间随机点过程的统计分析方法对大华北地区地震的空间分布特点作了统计分析. 着重对地震的完全随机性、不同震级间地震的相互独立性以及随机标值等作了检验分析. 分析表明, 大华北地区地震的空间分布表现出“成丛性”, 各不同震级段间为“正相关”, 同时它们的空间分布可用一二维空间随机过程模拟. 所得结果可为合理建立地震的空间分布模型提供依据, 对合理估计地震危险性具有一定的意义.

**关键词** 空间随机点过程; 统计检验; 随机标值

## 1. 前 言

由于地震发生机制的复杂性, 至今人们还无法且在今后较长时间内仍无法精确预知地震发生的时、空、强三要素, 因而人们就必须借助于概率分析方法对地震发生的时、空、强作概率性估计, 按条件概率可以分解为(胡聿贤, 1988)

$$P(M, X, t) = P(M, X) \cdot P(t|M, X)$$

式中, 第一项与时间无关, 而后一项则与时间有关. 若人们已知地震空间分布特征  $P(M, X)$  项, 同时对时间活动特征项  $P(t|M, X)$  也有一恰当的估计, 则一点的时、空、强三要素的概率结构也就确立了. 本文的目的在于分析  $P(M, X)$  的特征. 这些特征包括地震的空间分布形态、不同震级间地震的相互关系等. 众所周知, 目前积累的地震数据较少, 而地震的发生又属于稀有事件, 因而在今后较长时间内仍无望有明显的改观. 为此, 若能利用统计学的方法, 首先从数据中寻找一些有用的信息, 为建立合理的模型提供依据, 这无疑是很有用的.

利用二阶特性对空间随机点过程进行统计分析在生物学中应用较为广泛, 如森林中树的分布情况, 各类树间的相互关系及相互影响等. 利用它研究地震发生的空间分布则较少, 但若从有记载以来各时间段内地震的空间发生情况来看, 可将其转化为一典型的空间

\* 国家地震局地球物理研究所论著 93A0007.

1991年12月23日收到本文初稿, 1992年4月26日决定采用.

随机点过程,且随分析的出发点不同,它可为一维或多维空间随机点过程. 本文将利用由理论导得的无偏二阶特性对华北地区地震发生的空间分布作统计检验分析,分析包括地震发生的空间随机性、不同震级间地震的相关性及随机标值等.

## 2. 统计检验分析方法

一空间随机点过程可以定义为:由于某一随机因素的影响,在平面  $A$  内产生了可数事件  $X$ . 这里的平面  $A$  具有广义的性质,即可以是通常的二维平面也可以是多维的情形. 本文中只限于研究二维平面情形,同时假定空间随机点过程是平稳、各向同性且是有序的. 这里的平稳不同于时间上的平稳性,意指空间随机点过程的概率结构在平面  $A$  内任一小区域中均保持不变. 需要指出的是,此处假定平稳及各向同性并不意味着我们不研究非平稳及各向异性的情形,采用它主要因为在此假定下,对于一定的平面几何形状而言存在解析解. 以其作为参考点,将由实际观察数据求得的值与之相比较,根据其间的差异,就可确定实际存在的非平稳性、各向异性或其它特征.

首先,对于一维空间随机点过程,其二阶特性为

$$\lambda_2(X, Y) = \lim_{dx, dy \rightarrow 0} \left\{ \frac{E(N(dx)N(dy))}{dxdy} \right\}$$

式中,  $E(\cdot)$  表示期望,  $N(dx)$  表示在微元  $dx$  内事件的个数. 由平稳及各向同性可得

$$\lambda_2(X, Y) = \lambda_2(r) \quad r \text{ 为 } X, Y \text{ 间的距离}$$

据此,可以定义一个新的适用于空间平稳及各向同性随机点过程的二阶特性

$$K(r) = \lambda^{-1} E \quad (\text{以任一事件为中心 } r \text{ 为半径圆内其余事件的数目})$$

其中,  $\lambda$  为单位面积内事件的个数. 同理,由前述假定可以导得(Diggle, 1983)

$$K(r) = 2\pi\lambda^{-2} \int_0^r \lambda_2(x) x dx \quad (1)$$

上述二阶特性是对一维空间随机点过程而言的. 当是多维情形时,设为  $k$  维空间随机点过程(即有  $k$  种不同类型的空间点),则相应可得其二阶特性,为

$$\lambda_{ij}(X, Y) = \lim_{dx, dy \rightarrow 0} \left\{ \frac{E(N_i(dx)N_j(dy))}{dxdy} \right\}$$

其中,角标  $i, j$  分别表示类型  $i$  及类型  $j$ . 同理可得

$$\lambda_{ij}(X, Y) = \lambda_{ij}(r)$$

其中,  $r$  为  $X, Y$  间的距离. 相应定义

$$K_{ij}(r) = \lambda_j^{-1} E \quad (\text{以任一类型 } i \text{ 事件为圆心 } r \text{ 为半径圆内类型 } j \text{ 事件的个数})$$

仿式(1)的推导,得

$$K_{ij}(r) = 2\pi(\lambda_i\lambda_j)^{-1} \int_0^r \lambda_{ij}(u) u du \quad (2)$$

若令式(2)中的  $i$  与  $j$  等同,即得式(1),也就是说,式(1)是式(2)的特例.

从概率理论来讲,由  $\lambda_2(X, Y)$ ,  $\lambda_{ij}(X, Y)$  的定义可以看出,  $\lambda_2(X, Y)$  表达了随机点过程在空间的自相关性,而  $\lambda_{ij}$  则表达了随机点过程的互相关性,两者可以用于不同的检验目

的.

以下的分析均是基于以上理论公式. 具体分析以前, 首先阐述一下  $K(r)$  及  $K_{ij}(r)$  的估计. 对一维空间随机点过程,  $K(r)$  的无偏估计式为

$$K(r) = n^{-2} |A| \sum_{i \neq j} W_{ij}(X_i, u_{ij}) I_r(u_{ij}) \quad (3)$$

式中,  $n$  为区域  $A$  内的地震个数,  $|A|$  为区域  $A$  的面积,  $I_r(u_{ij})$  为

当  $u_{ij} \leq r$  时, 其为 1; 当  $u_{ij} > r$  时, 其为 0; 而  $W_{ij}(X_i, u_{ij})$  则表示为以  $X_i$  为圆心  $u_{ij}$  为半径的圆落在所研究区域  $A$  内的比例. 当  $A$  为矩形时, 可得  $W_{ij}(X_i, u_{ij})$  的解析表达式为 (Diggle, 1983):

(1) 当  $u_{ij}^2 \leq d_1^2 + d_2^2$

$$W_{ij}(X_i, u_{ij}) = 1 - \pi^{-1} \left\{ \cos^{-1} \left[ \frac{\min(d_1, u_{ij})}{u_{ij}} \right] + \cos^{-1} \left[ \frac{\min(d_2, u_{ij})}{u_{ij}} \right] \right\}$$

(2) 当  $u_{ij}^2 \geq d_1^2 + d_2^2$

$$W_{ij}(X_i, u_{ij}) = 0.75 - (2\pi)^{-1} \left\{ \cos^{-1} \left( \frac{d_1}{u_{ij}} \right) + \cos^{-1} \left( \frac{d_2}{u_{ij}} \right) \right\}$$

式中,  $X_i = (x_i, y_i)$ ,  $d_1 = \min(x_i, a - x_i)$ ,  $d_2 = \min(y_i, b - y_i)$  即  $d_1, d_2$  分别为点  $(x_i, y_i)$  至平面  $A$  水平边及竖向边的最短距离.

对多维情形, 其  $K_{ij}$  的近似无偏估计为

$$K_{ij}(r) = (n_i n_j)^{-1} \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} W_{ij}^{-1}(x_i, u_{ij}) I_r(u_{ij}) \quad (4)$$

其中,  $n_i, n_j$  分别为在区域  $A$  内类型  $i$  及类型  $j$  的地震个数.  $I_r(u_{ij})$  的定义同前,  $W_{ij}$  也可按上式估计.

## 2.1 完全随机性分析

所谓完全随机性是指: (1) 在任一平面区域  $A$  内地震发生次数服从均值为  $\lambda|A|$  的 Poisson 过程; (2) 给定  $A$  区域内的  $n$  个事件  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , 则它们是来自于  $A$  域内均匀分布的一个随机抽样. 由前一假定, 表示事件发生强度在区域  $A$  内保持不变; 而第二个假定则表示事件间无相互作用. 作完全随机性分析的理由主要有如下几点: 首先, 若通过统计分析发现某一空间点过程符合完全空间随机性, 则此空间点就无需再作进一步的统计分析; 第二, 完全空间随机性是作为分析空间点过程的一个手段. 实际上, 拒绝完全随机性本身没有多大价值; 第三, 完全随机性可作为一个判别标准, 用以发现一个空间点型是符合“成丛型”、“正常型”或“抑制型”. 这才是分析完全随机性的真正目的.

由  $K(r)$  的定义可得, 当为完全随机性时, 有

$$K(r) = \pi r^2$$

定义

$$f(r) = \left( \frac{K(r)}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} - r \quad (5)$$

则上述函数对完全随机空间过程来讲, 其恒为零.

## 2.2 相关性分析

设有一区域  $A$ , 当其上的随机点具有两种不同的类型时, 则其就成为二维空间点过

程. 若其上的点具有更多种类型时, 则其相应为多维空间点过程. 分析二维及二维以上的随机点过程时, 依据不同的要求, 就会出现二种性质上不同的分析方法. 以下以二维为例加以说明.

第一种就是点的类型与地点同时决定, 如空间大、小地震的分布. 此时作为一个自然划分的界限就是大、小地震分布相互独立, 即此过程由两个独立分量构成. 如前述对一维情形一样, 独立性同样为描述二维空间点过程提供了一个非常便利的参考点, 其余有用的特性均可通过分析其独立性得到. 如果某一二维空间点过程的独立性得到证实, 则其分析(如二维联合概率分布)就只需从分析它们各自一维的边缘概率分布得到, 因为有

$$P(S_I, S_{II}) = P(S_I)P(S_{II}) \quad \text{当 } I, II \text{ 独立时}$$

第二种是空间位置由某一维过程决定, 而其类型则由另外一种过程决定. 如地震的位置与地震的大小. 此时, 同样一个有用的划分就是地震的大小与空间点的位置无关. 即设有  $n_1$  个类型 I 及  $n_2$  个类型 II 组成的空间点过程, 等价的定义就是在一定的区域内,  $n_1$  个 I 型地震是  $n_1 + n_2$  个地震的随机抽样, 或说  $n_1$  个地震是  $n_1 + n_2$  个地震的随机标值结果.

需要着重说明的是, 随机标值与独立性是不同的, 不能互相替代, 它们只在两个分量均是 Poisson 过程的情况下才是等效的. 简言之, 随机标值检验的目的是确定二个过程是否来自于同一过程, 而独立性检验的目的是确定其相关程度. 二个相互独立的过程可以来源于同一个过程, 也可以不来自同一过程. 同样, 来自同一过程的分过程可以相互独立, 也可以不相互独立.

根据检验目的的不同, 相应的检验步骤也不同. 独立性检验的步骤为: (1) 首先将矩形转换成一个环形曲面; (2) 计算与观察值相应的任意合适的统计量  $u_1$ ; (3) 保持两维随机过程中的一维不变, 而另一维则给与一随机位移  $z$ , 因而成为  $X_k + z$ . 当给予随机位移后的点移至区域 A 边界以外时, 则按反向移入边界内部. 然后计算移动后的相应的统计量  $u_i$ ; (4) 重复(3)多步, 计算  $u_1$  值在  $(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_n)$  中的位置, 从而可得相应的置信度, 据此即可检验其独立性假定.

### 2.3 随机标值检验

如前所述, 随机标值检验的目的是检验二个过程是否来自同一过程, 这种检验的好处是显而易见的. 若能通过检验证实两个过程确实来自于同一过程, 则无论它们的独立性如何, 此二过程的模拟就极为方便.

随机标值检验的步骤为: (1) 给定一统计量, 计算与观察值相应的统计量  $u_1$ ; (2) 从  $n_1 + n_2$  个事件中随机标值  $n_1$  个为 I 型事件, 其余  $n_2$  个为 II 型事件, 同样计算上述统计量  $u_i$ ; (3) 重复(2)至所需的次数, 得  $u_2, \dots, u_n$ ; (4) 由所得的  $u_1, u_2, \dots, u_n$  计算  $u_1$  的位置, 就可以计算其置信度.

## 3. 实例分析

本文选用的资料范围定义在东经 106 至 125 度, 北纬 30 至 42 度. 在这样一个大华北

空间范围内选取地震资料,研究的震级范围为大于等于 4.5 级的地震,其中删去余震,仅考虑主震.时间选自 1550 年以后.分析时震级按分段来进行,共分成 3 段,即 4.5—5.5, 5.5—6.5 及 6.5 以上的地震.根据前面的理论分析,对实际观察数据进行了具体的分析计算.

### 3.1 完全随机性分析

利用  $K(r)$  估计式(3),代入(5)式分别计算了对应于观察到的 3 个不同震级段的  $f(r)$  曲线,如图 1 所示.由图可以看出,3 个不同震级段内地震的  $f(r)$  函数曲线在整个距离范围内均大于零.也就是说不同震级段地震在空间内表现出“群集性”(或成丛性),这与实际看到的地震空间分布图象是一致的.从曲线形状上看,前两个震级段的曲线形状较为相似,这表明此两震级段的空间分布有可能来自于同一过程,更详细的将在随机标值检验中讨论.最后一震级段的曲线较为特殊,其曲线在  $r$  为 150—200km 范围内具有明显的峰点.

### 3.2 相关性分析

由式(2)可得,当两分过程相互独立时,有

$$K_{ij}(r) = \pi r^2$$

定义

$$f_{ij}(r) = \left( \frac{f_{ij}(r)}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} - r$$

若  $f_{ij}(r) = 0$ ,则表示相互独立;若  $f_{ij}(r) > 0$ ,表示正相关,此时表现出“互相吸引”或“成丛性”;若  $f_{ij}(r) < 0$ ,则表现出“互相排斥”或“抑制性”.

利用统计量  $f_{ij}(r)$ ,据 2.2 节所述的检验步骤,分别对 4.5—5.5 / 5.5—6.5, 4.5—5.5 / 6.5 以上,以及 5.5—6.5 / 6.5 以上进行了检验,试验次数取 100. 计算所得结果示于图

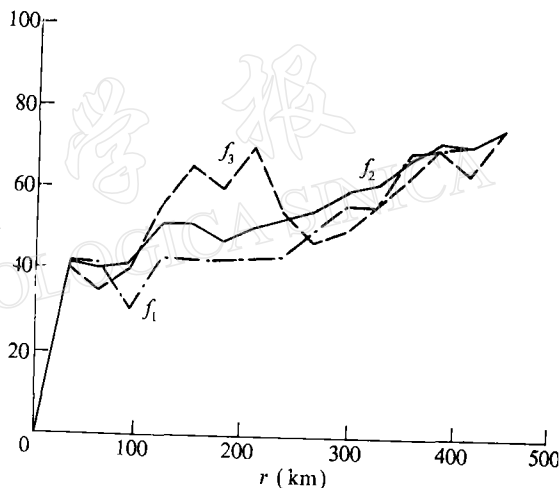


图 1 计算得到的不同震级段的  $f$  曲线

2a, b, c 中. 图中实线为观察得到的曲线,虚线(IT)为 90% 及 10% 分位数曲线. 由图中可以看出,三震级段相互间的独立性在 90% 置信度下均被拒绝. 同时,从图中还可以看出,在整个范围内,观察得到的  $f_{ij}(r)$  均大于零,表示震级段间具有相互吸引性,在空间上则表示出正相关.

### 3.3 随机标值检验

此处统计量的选择仍为  $f_{ij}(r)$ . 所不同的是,若要两个过程来自同一过程,则有

$$K_{ij}(r) = K_{ii}(r) = K_{jj}(r)$$

由此导得

$$f_{ij}(r) = f_{ii}(r) = f_{jj}(r)$$

据 2.3 节中所述的检验步骤,取  $f_{ij}(r)$  为统计量,同样计算了 4.5—5.5 / 5.5—6.5, 4.5—5.5 / 6.5 以上及 5.5—6.5 / 6.5 以上 3 组随机标值结果,其中试验次数取 100 次. 标值检验 90% 及 10% 分位数值示于图 2a, b, c 中(虚线 RL). 由图中可以看出,  $f_{12}(r)$ ,  $f_{13}$

$f_{12}(r)$  及  $f_{23}(r)$  均在置信度范围以内, 也就是说, 从  $f_{12}(r)$ ,  $f_{13}(r)$  及  $f_{23}(r)$  可以认为三震级段地震在空间的分布来自于同一过程. 然而, 前已述及, 若两个过程来自于同一过程, 则其  $f_{ii}(r)$  及  $f_{jj}(r)$  也必须相等. 由图 1 已知,  $f_{11}(r)$  与  $f_{22}(r)$  在形状上较为相似, 而与  $f_{33}(r)$  则相差较大. 为此, 下面就再检验一下  $f_{22}(r)$  及  $f_{33}(r)$  的随机标值.

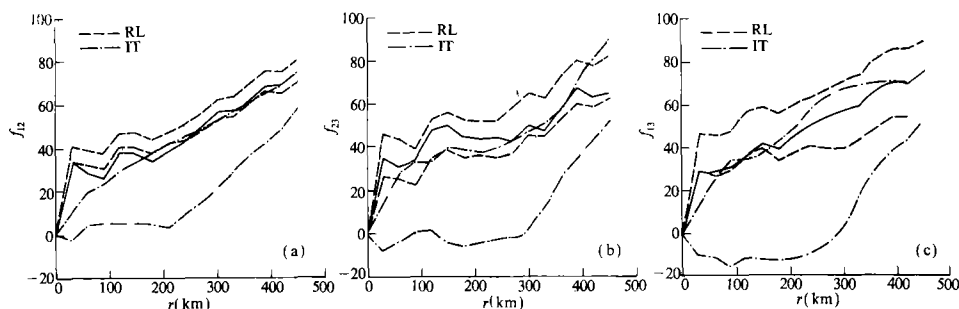


图 2 计算得到的不同震级段间独立性、随机标值及其 10%, 90% 分位数曲线

检验步骤同前, 试验次数仍为 100, 此时  $f_{22}(r)$  及  $f_{33}(r)$  的 90%, 10% 分位数 (虚线) 与其观察值 (实线) 示于图 3a, b 中. 由图 3a 可以看出,  $f_{22}(r)$  仍位于置信区间内, 而  $f_{33}(r)$  则不能被包括在置信区间内. 由此可得, 第 3 震级段地震的空间分布不能与第 1 及第 2 震级段地震的空间分布用同一过程描述.

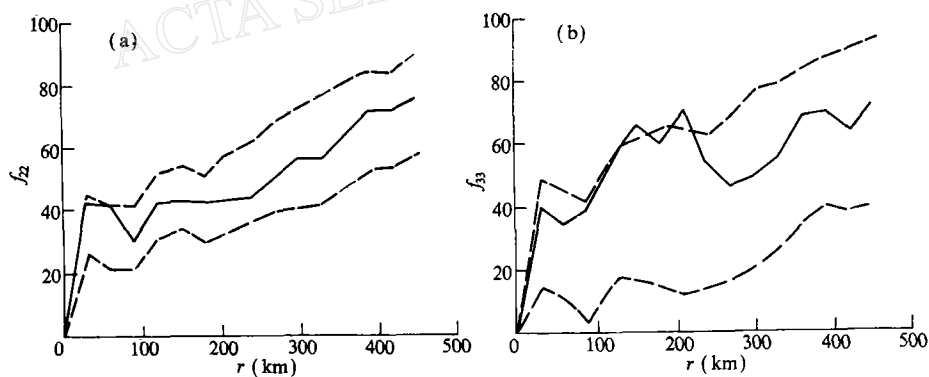


图 3 计算得到的第 2 及第 3 震级段随机标值及其 10%, 90% 分位数曲线

## 4. 结 语

本文中利用大华北地区的地震数据, 按 4.5—5.5, 5.5—6.5 及 6.5 以上进行震级分段, 利用空间随机点过程的二阶特性分析了地震分布的空间随机性、相关性及随机标值. 从分析结果可得如下结论:

- (1) 大华北地区地震的空间分布表现出“成丛性”.

(2) 三震级段不同段之间的地震空间分布不相互独立,且表现出显著的“正相关性”.

(3) 三震级段中,前二震级段可以用同一过程描述.据此,对大华北地区地震的空间分布来说,可用一二维空间随机点过程描述.

最后需要指出的是,文中没有考虑资料的完整性,此将在地震空间分布的模拟时通过不确定性分析予以考虑,有关内容将另文再述.

感谢时振梁研究员为本文工作提供了有关的资料.

## 参 考 文 献

胡聿贤,1988. 地震工程学,1—692. 地震出版社,北京.

Diggle, P. T., 1983. *Statistical Analysis of Spatial Point Patterns*, 1—148. Academic Press, London.

地震学报  
ACTA SEISMOLOGICA SINICA