

三维粘弹性 LDDA 方法及其在 地学中的初步应用^{*}

刘金朝¹⁾ 陆诗阔¹⁾ 许鹤华¹⁾

王 石²⁾ 蔡永恩¹⁾

1) 中国北京 100871 北京大学地球物理系

2) 中国北京 120761 北京华科软水电技术公司

摘要 在二维弹性 LDDA 方法的基础上提出了三维粘弹性 LDDA 方法,并开发了相应的计算机软件.通过两个三维块体的摩擦滑动数值实验,证明了这个方法的理论和程序是正确和可靠的.用该程序研究了印度板块碰撞引起的东亚地区的现今速度场和沿主要断裂带的相对位移速率.初步结果表明,碰撞边界附近的速度最大,向内部衰减很快.青藏高原向东北方向运动,华北平原向东运动,东南亚向东南运动.在祁连山西南和东北速率变化的衰减梯度分别为 0.05 和 0.007 mm/a/km,衰减是非线性的,运动方向由北东转向近东西方向,变化很大.穿过龙门山断裂的速度衰减基本是线性的,其值为 0.01 mm/a/km,运动方向为南东.印度板块碰撞对于东经 115°以东和北纬 45°以北的区域影响很小.由计算得到的速度场与 GPS 观测结果基本一致.计算得到的班公湖—怒江—澜沧江断裂带在近 1 Ma 以来的相对滑动速率平均约 0.5 mm/a;金沙江断裂带相对滑动速率最大,为 0.8 mm/a;郯庐断裂带基本不动.理论和计算表明,三维粘弹性 LDDA 方法可以用于研究具有断层的地球动力学问题.

关键词 三维 LDDA 方法 印度欧亚板块碰撞 东亚位移速率场

中图分类号: P31 **文献标识码:** A

引言

我国学者在利用有限元方法研究地学问题方面已经做了大量工作.王仁等(1980, 1982)用弹塑性有限元方法研究了华北地区的大地震迁移规律,他们把断裂带视为理想塑性材料,用降低断层摩擦系数的方法模拟地震的发生.殷有泉和张宏(1982)用具有应变软化材料的有限元模拟了地震的非稳定性.汪素云和陈培善(1980)以及汪素云等(1996)用二维有限元研究了板块边界力的大小,并用线弹性平面应力有限元模型反演了中国大陆及邻区的板块作用力.梅世蓉和车时(1993)利用 Maxwell 粘弹模型,模拟了中国及其邻区的现代构造应力场.张东宁和许忠淮(1999)采用 Maxwell 粘弹性本构关系,建立了中国大陆应力场及应变场的三维力学模型,并分析了青藏高原重力势能对中国大陆运动格局的影

^{*} 国家攀登预研项目(95-S-05)资助.

2002-04-15 收到初稿, 2002-05-29 收到修改稿, 2002-06-05 决定采用.

响,模型中的断裂带用降低粘滞系数模拟,而没有作为不连续介质.傅容珊等(2000)用均匀各向同性幂次流模型模拟了青藏高原的挤压隆升和中國大陸形变的演化过程.以上研究都是建立在连续介质假设基础上的,因此所得到的物理场也是连续的.

在国外,Shimazaki(1974)用线弹性有限元方法,计算了由于太平洋板块俯冲引起的北海道变形.England 和 Houseman(1986)将薄层流变模型运用到印度板块与欧亚板块的碰撞形变区域.Kong 和 Bird(1996)通过带断层的薄球壳流变有限元模型,对亚洲新构造进行了研究;Bird(1999)在他们以前工作的薄壳有限元模型的基础上,又给出了模拟板块变形和断层运动的薄板和薄壳有限元模型.他们虽然考虑了断层的影响,但均不能给出真三维的应力场.

从上述工作可以看出,以前的模型基本都是连续介质模型.本研究在二维线弹性 LD-DA 方法(Cai *et al.*, 2000)的基础上,提出三维不连续变形块体的粘弹性有限元方法.它可以很好地解决粘弹性接触力学问题,尤其是对带有断层的动力学问题有很好的应用前景.我们用这个程序探讨了存在断层情况下的东亚的速度场.

1 控制方程

岩石圈在地质时间内的变形可以视为 Maxwell 粘弹性体,其总变形率可以表示为

$$\dot{\epsilon} = D^{-1}\dot{\sigma} + D_{\eta}^{-1}\sigma \tag{1}$$

式中, σ 表示应力, ϵ 表示应变, “ \cdot ” 表示对时间的导数, D 表示弹性系数矩阵, D_{η} 表示粘滞系数矩阵(殷有泉, 1986). 将式(1)中的应变率和应力率用

$$\dot{\sigma} = \frac{\sigma(t) - \sigma(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad \dot{\epsilon} = \frac{\epsilon(t) - \epsilon(t - \Delta t)}{\Delta t} \tag{2}$$

近似,再把式(2)代入式(1),整理后可得

$$\sigma(t) = D^* \epsilon(t) + \sigma_0(t - \Delta t) \tag{3}$$

其中

$$D^* = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{D^{-1}}{\Delta t} + D_{\eta}^{-1} \right)^{-1} \epsilon(t)$$
$$\sigma_0(t - \Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{D^{-1}}{\Delta t} + D_{\eta}^{-1} \right)^{-1} D^{-1} \sigma(t - \Delta t) - \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{D^{-1}}{\Delta t} + D_{\eta}^{-1} \right)^{-1} \epsilon(t - \Delta t)$$

碰撞问题是一个动力学问题.考虑到碰撞过程在地质时间尺度上是一个非常缓慢的过程,因此,区域内任一点的惯性力和与该点运动速度成比例的阻尼力可以忽略不计,则这个问题可以视为准静态问题处理.这样可得由 n 个块体组成的系统虚功方程

$$\sum_{a=1}^n \left\{ \int_{\Omega_a} (\partial \epsilon^a)^T \sigma^a d\Omega - \int_{\Omega_a} (\delta u^a)^T f^a d\Omega - \int_{\Gamma_q^a} (\delta u^a)^T q^a d\Gamma_q \right\} -$$
$$\sum_{a=1}^{n-1} \sum_{\beta=a+1}^n \sum_{i=1}^m (\delta u_i^a - \delta u_i^{\beta})^T \lambda^i = 0 \tag{4}$$

和断层上第 i 个点的接触条件

$$u_i^{\beta} - u_i^{\alpha} + g_{0i}^{\beta} \leq 0 \quad i = 1, m \tag{5}$$

式中,上角标 α 和 β 表示块体 α 和块体 β ; u_i^{α} , u_i^{β} 分别是断层两侧的位移; f^{α} 和 q^{α} 分别为体力 and 作用在系统外边界 Γ_q^{α} 上的面力; λ_n^i , λ_s^i 分别是断层面上第 i 个接触力 λ^i 的法向和切向分

量. $g_{\alpha\beta}^0$ 是块体 α 和块体 β 在初始时刻的接触间隙, μ 是接触面摩擦系数, m 为接触点个数. 在时刻 t 断层有以下 3 种接触情况:

1) 接触无摩擦滑动

$$\begin{aligned} \lambda_n^i(t) &< 0 \\ |\lambda_s^i(t)| &< -\mu\lambda_n^i(t) \quad i = 1, m \end{aligned}$$

2) 摩擦滑动

$$\begin{aligned} \lambda_n^i(t) &< 0 \\ |\lambda_s^i(t)| &= -\mu_d\lambda_n^i(t) \end{aligned}$$

式中, μ_d 是动摩擦系数.

3) 不接触

$$\lambda_n^i(t) = 0 \quad \lambda_s^i(t) = 0$$

由式(4)和(5)可以得到有限元计算方程组, 对断层无开裂情况有

$$\mathbf{K}\mathbf{U}(t) + \mathbf{B}\mathbf{\Lambda}(t) = \mathbf{R}(t) \tag{6}$$

$$\mathbf{G}\mathbf{U}(t) - \mathbf{G}_0 = 0 \tag{7}$$

其中, \mathbf{K} 为等效刚度矩阵, \mathbf{R} 为等效节点载荷向量, $\mathbf{\Lambda}$ 为接触力, \mathbf{G}_0 是接触间隙, t 表示时间. 对于无摩擦、无滑动情况, $\mathbf{G}=\mathbf{B}$; 对于接触摩擦滑动, $\mathbf{G}\neq\mathbf{B}$.

将式(6), (7)中位移消去, 可以得到

$$\bar{\mathbf{K}}\mathbf{\Lambda}(t) = \bar{\mathbf{R}} \tag{8}$$

式中

$$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{G}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B} \quad \bar{\mathbf{R}} = \mathbf{G}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{R}$$

在每个时间步用拟高斯迭代法从式(8)先求出接触力, 然后由式(6)依次求出每块的位移, 再由每块的节点位移求出每块的应力.

为了考核三维 LDDA 程序, 我们设计了一个由两个粘弹性块体组成的程序考题, 接触面倾角 30° , 两个块体的材料力学性质相同. 计算中杨氏模量取 10^4 MPa, 泊松比取 0.25, 粘性系数取 10^{10} Pa·s, 上部块体的顶部作用 1 000 Pa 压力. 为了考核粘弹性计算的正确性, 两个块体外边界水平方向约束, 下面块体的底部约束, 摩擦系数取为 1.0. 从计算结果可以看出沿接触面无滑动. 此时, 垂直方向的计算结果可以与解析解(周光泉, 刘孝敏,

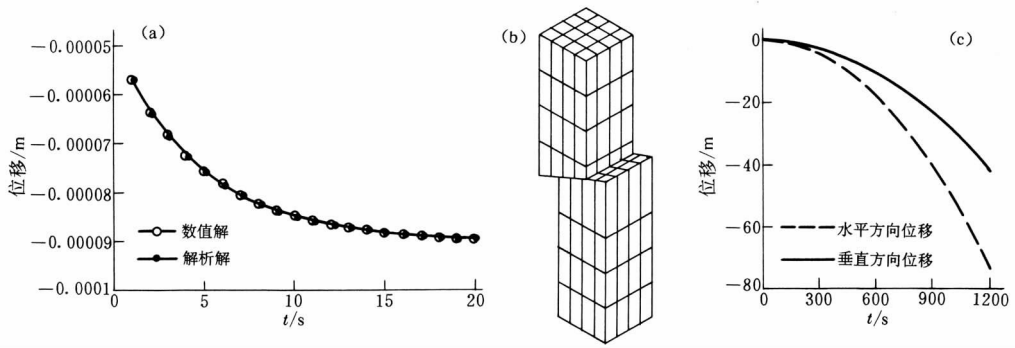


图1 两个粘弹性接触块体的摩擦滑动
(a) 无滑动情况; (b) 网格变形图; (c) 摩擦滑动情况

1996)进行比较. 从图 1a 可见, 其符合得很好. 这说明程序求解 Maxwell 粘弹性问题是正确的. 为了考核块体之间的摩擦滑动, 将上面块体外边界的约束放开, 下面块体外边界水平方向仍然约束, 摩擦系数取为 0.2. 从图 1b 可见, 在接触面上面的块体发生了明显的滑动, 图 1c 是滑动随时间的变化过程. 上述结果表明, 三维 LDDA 方法和计算程序可以模拟和处理滑动接触问题, 其计算结果是正确和可靠的.

2 模拟东亚地区速度场

本文研究的东亚地区经度为 $70^{\circ}\text{E}\sim 140^{\circ}\text{E}$, 纬度为 $10^{\circ}\text{S}\sim 60^{\circ}\text{N}$, 建立一个考虑地表曲率的三维东亚数值模型是适宜的. 模型的北部边界为贝加尔—蒙古—天山; 东部由北向南为太平洋俯冲带、菲律宾板块西缘; 南部为印度洋板块—澳大利亚板块向北的俯冲带; 西南部为印度板块与欧亚板块的碰撞带. 参考有关文献(马杏垣, 1989; 黄汲清等, 1980), 图 2 给出了计算中选取的主要断裂带, 它们的深度取为 40 km. 研究区域三维有限元网格剖分的节点和单元总数分别为 9 640 和 12 676 个. 计算区域在深度上共分为 4 层, 厚度分别为 20, 20, 30 和 230 km. 最后一层取 230 km 厚主要是为了减小底部边界对模型计算的影响.

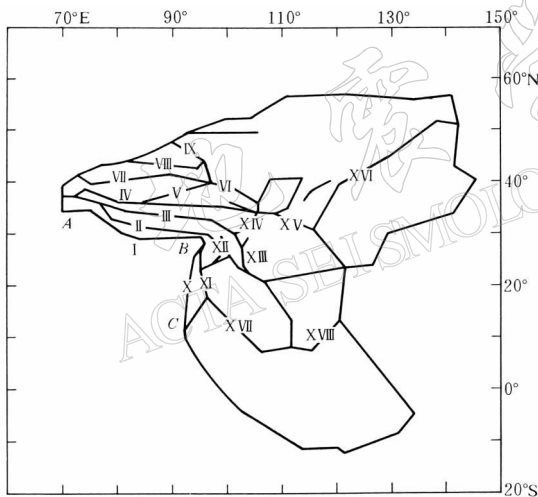


图 2 主要断裂带分布

- I. 雅鲁藏布江断裂; II. 班公湖—怒江—澜沧江断裂;
- III. 金沙江—红河断裂; IV. 昆仑山断裂; V. 阿尔金断裂; VI. 祁连山断裂; VII. 南天山断裂; VIII. 北天山断裂; IX. 阿尔泰断裂; X. 那加山断裂; XI. 勃固山断裂; XII. 鲜水河断裂; XIII. 小江断裂;
- XIV. 龙门山断裂; XV. 秦岭—大别山断裂;
- XVI. 郯庐断裂; XVII. 泰国湾裂谷边缘断裂;
- XVIII. 南海周边断裂

边界条件. 本区受到东部的太平洋板块、菲律宾海板块, 南部的印度洋—澳大利亚板块, 西南部的印度板块的共同作用. 目前, 一般认为这个地区的变形主要受印度板块的碰撞影响, 受太平洋板块影响次之, 受菲律宾海板块影响微弱(邓起东等, 1979; 臧绍先等, 1992; 臧绍先, 宁杰远, 1996). 因此, 计算中主要考虑影响最大的印度板块对欧亚板块的作用. 数值模拟印度板块碰撞对东亚速度场的影响, 需要选定初始碰撞的时间和当时边界的几何形状. 对于前者, 一般认为约开始于 45 Ma 左右(潘裕生, 孔祥儒, 1998; 汪一鹏, 2001), 而对于后者则研究甚少, 这就给直接从开始碰撞研究这个问题带来很大的困难. 为了避开碰撞边界的初始几何形状问题, 我们试图从现存的碰撞边界出发, 研究这种碰撞的持续影响. 产生的新问题是需要知道这个边界形成的地质时间. 如果假设与青藏高原

隆升的最大高度相应的碰撞边界同现今的基本一致, 根据 Harrison 等(1990)和 Searle(1995)等人的研究, 则与青藏高原达到最大隆升高度相应的分别是 8 和 14 Ma, 因而我们

取它们的平均值 11 Ma 做为我们开始计算的时间。

在碰撞边界 A—B—C 部分，地表速率为 50 mm/a(王琪等，2001)，沿深度方向由地表到 70 km 深处线性减少到 10 mm/a，碰撞方向为 N15°E。其余侧面边界和底部边界分别采用弹簧支撑。弹簧的刚度取 10^{18} Pa/m。

材料参数。在目前的模型中，作为 LDDA 方法的一个应用，本研究主要考虑印度板块碰撞对东亚的影响。为了排除材料参数对变形的影响，计算中模型材料力学参数视为常数。杨氏模量取 8.0×10^{10} Pa/m²，粘性常数取 10^{22} Pa·s。断层采用非线性接触单元模拟，剪切滑动由库仑破坏准则控制。所有断层的摩擦系数均取为 1.0。

计算步骤。有限元计算分两个步骤：第一步是在零初始位移和应力的条件下取时间步长为 1 Ma，计算东亚在重力作用下的初始变形场；第二步是在重力场的基础上，模拟印度板块碰撞产生的速度场。

3 计算结果与分析

图 3 给出了加载 11 Ma 后地表的速度场。从图中可以看出碰撞边界附近的速度最大，向内部衰减很快。青藏高原向北东方向运动，华北平原向东运动，东南亚向东南运动。这个结果与王琪等(2001)测量结果基本一致。碰撞引起的变形主要集中在东经 115°以西和北纬 50°以南区域，对其它区域影响很小。

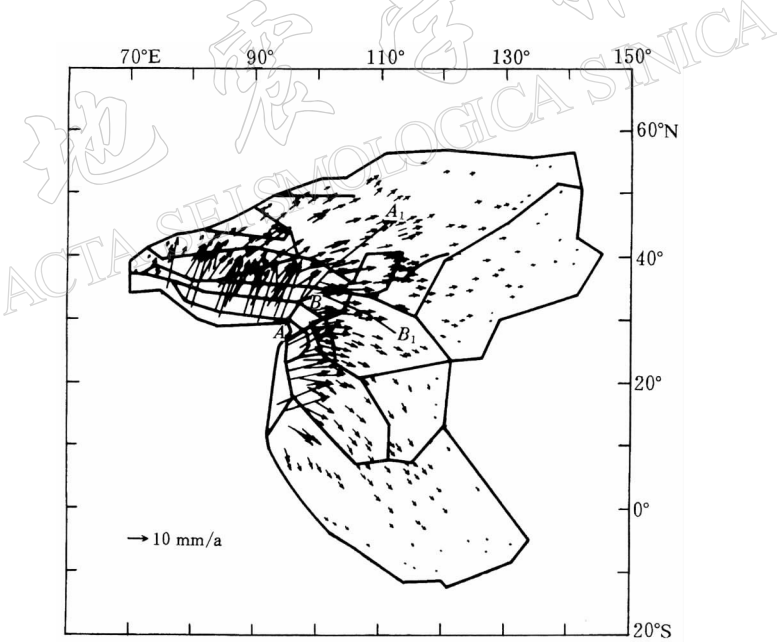


图 3 由 LDDA 计算得到的由印度板块碰撞产生的速度场

图 4a, b 分别是由计算得到的横跨祁连山和龙门山断裂的运动速率。计算结果表明，在横跨祁连山的 A—A₁ 截面处，速度由碰撞边界向北东方向衰减是非线性的。祁连山西南和东北速率衰减梯度分别为 0.05 mm/a/km 和 0.007 mm/a/km，运动方向由北东转向近东西方向，变化很大。穿过龙门山断裂的 B—B₁ 截面，速率衰减基本是线性的，其值为

0.01 mm/a/km, 运动方向为南东.

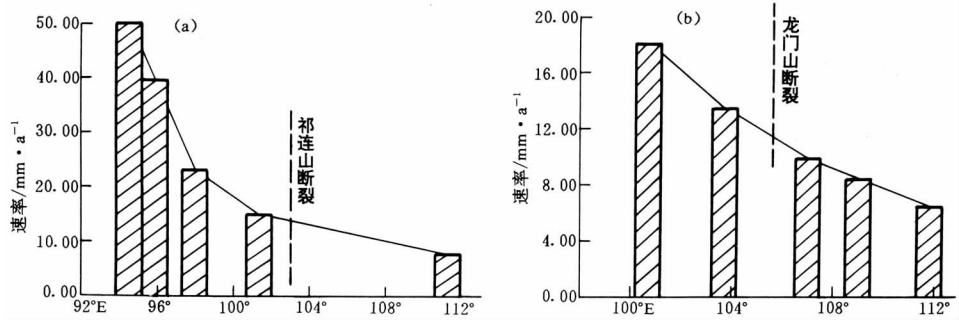


图 4 计算得到的沿截面 A—A₁ (a) 和 B—B₁ (b) 的速率变化

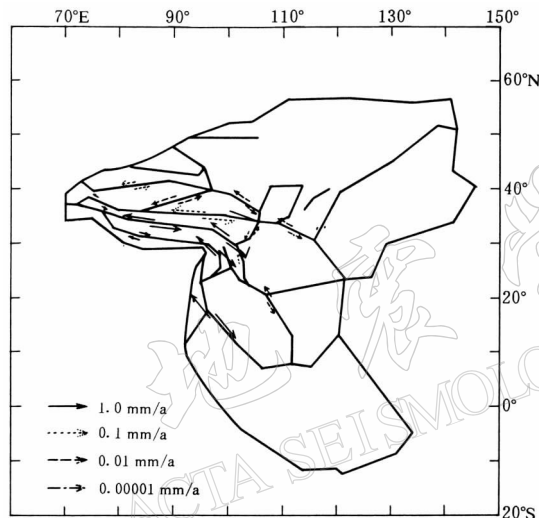


图 5 计算得到的主要断裂带相对滑动方向和相对速率大小

图 5 给出了计算得到的断裂带相对滑动方向, 其结果与马宗晋等 (2001) 基本一致. 计算得到的近 1 Ma 以来的班公—怒江—澜沧江断裂带的相对滑动速率平均值为 0.5 mm/a; 金沙江断裂带相对滑动速率最大, 为 0.8 mm/a; 昆仑断裂带为 0.06 mm/a, 阿尔金断裂带为 0.008 mm/a, 南天山断裂带为 0.04 mm/a, 祁连山断裂带为 0.007 mm/a, 秦岭—大别断裂带为 0.003 mm/a; 郯庐断裂带基本不动.

4 讨论与结论

1) 本研究开发的三维粘弹性 LDDA 方法可以研究具有复杂地质构造的地质问题. 由于引进拉格朗日乘子, 使接触条件得到很好的满足. 这种方法处理摩擦滑动问题很有效. 通过对印度板块与东亚板块碰撞的初步模拟, 证实了这个方法的正确性和有效性.

2) 本研究的结果无论是有限元程序还是对板块碰撞的模拟都是非常初步的. 本研究给出的算法, 非常适合并行计算. 这对于具有多块体组成的复杂系统会大大提高求解效率. 下一步我们将开发 LDDA 的并程序. 此次计算有限元网格在深度方向只有 4 层, 为了提高在这个方向的精度, 需要把网格在这个方向进一步加密. 此外, 还应进一步考虑介质不均匀对速度场的影响.

丁国瑜院士对本文地质构造提出了宝贵意见, 特此致谢.

参 考 文 献

- 蔡永恩, 梁国平, 殷有泉. 2000. 多弹性体系动力分析的 LDDA 方法[J]. 固体力学学报, **21**(增刊): 182~191
- 邓超东, 张裕明, 许桂林. 1979. 中国构造应力场特征及其与板块运动的关系[J]. 地震地质, **1**(1): 11~22
- 傅容珊, 黄建华, 徐耀民, 等. 2000. 印度与欧亚板块碰撞的数值模拟和现代中国大陆形变[J]. 地震学报, **22**(1): 1~7
- 黄汲清, 任纪舜, 姜春发, 等. 1980. 中国大地构造及其演化[M]. 北京: 科学出版社, 78~112
- 马杏垣主编. 1989. 中国岩石圈动力学地图集[M]. 北京: 中国地图出版社, 1~15
- 马宗晋, 张家声, 汪一鹏. 2001. 青藏高原三维变形运动随时间的变化[A]. 见: 叶叔华主编. 现代地壳运动与地球动力学研究[C]. 北京: 地震出版社, 88~105
- 梅世蓉, 车时. 1993. 我国现代构造应力场方向与大小的数值模拟及其与地震活动的关系[A]. 梅世蓉地震科学研究论文选集[C]. 北京: 地震出版社, 428~447
- 潘裕生, 孔祥儒. 1998. 青藏高原岩石圈结构演化和动力学[M]. 广州: 广东科技出版社, 381~426
- 王琪, 张培震, 牛之俊, 等. 2001. 中国大陆现今地壳运动和构造变形[J]. 中国科学(D辑), **31**(7): 529~536
- 王仁, 何国其, 殷有泉. 1980. 华北地区地震迁移规律的数学模拟[J]. 地震学报, **2**(1): 32~42
- 王仁, 孙荷英, 蔡永恩. 1982. 华北地区近 700 年地震序列的数学模拟[J], 中国科学(B辑), (8): 745~753
- 汪素云, 陈培善. 1980. 中国及其邻区现代构造应力场的数值模拟[J]. 地球物理学报, **23**(1): 35~45
- 汪素云, 许忠淮, 俞言祥. 1996. 中国及其邻区周围板块作用力的研究[J]. 地球物理学报, **39**(6): 764~771
- 汪一鹏. 2001. 青藏高原活动构造基本特征[A]. 见: 叶叔华主编. 现代地壳运动与地球动力学研究[C]. 北京: 地震出版社, 251~263
- 周光泉, 刘孝敏. 1996. 粘弹性理论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 10~45
- 殷有泉, 张宏. 1982. 模拟地震的应变软化模型[J]. 地球物理学报, **26**(5): 414, 423
- 殷有泉. 1986. 固体力学非线性有限元引论[M]. 北京: 北京大学出版社, 清华大学出版社, 58~61
- 臧绍先, 宁杰远. 1996. 西太平洋俯冲带的研究及其动力学意义[J]. 地球物理学报, **39**(2): 189~202
- 臧绍先, 吴忠良, 宁杰远. 1992. 中国周边板块的相互作用及其对中国应力场的影响——(II)印度板块的影响[J]. 地球物理学报, **35**(4): 428~440
- 张东宁, 许忠淮. 1999. 中国大陆岩石层动力学数值模型的边界条件[J]. 地震学报, **21**(2): 133~139
- Bird P. 1999. Thin-plate and thin-shell finite element programs for forward dynamic modeling of plate deformation and faulting[J]. *Computers & Geosciences*, (4): 383~394
- Cai Y, He T, Wang R. 2000. Numerical simulation of dynamic process of the Tangshan earthquake by a new method—LDDA[J]. *Pure Appl Geophys*, **157**: 2 083~2 104
- England P, Houseman G. 1986. Finite strain calculation of continental deformation, comparison with the India-Asia collision zone[J]. *J Geophys Res*, **91**: 3 664~3 676
- Harrison T M, Copeland P, Kidd W S F, et al. 1990. Raising Tibet[J]. *Science*, **255**: 1 663~1 670
- Kong Xianghong, Bird P. 1996. Neotectonics of Asia: Thin-shell finite-element models with faults[A]. In: Yin A, Harrison T M eds. *The Tectonic Evolution of Asia*[C]. London: Cambridge University Press, 18~34
- Searle M. 1995. The rise and fall of Tibet[J]. *Nature*, **374**(2): 17~18
- Shimazaki K. 1974. Pre-seismic crustal deformation by an underthrusting oceanic plate, in eastern Hokkaido Japan[J]. *Phys Earth Planet Inter*, **8**: 148~157

THREE-DIMENSIONAL VISCOELASTIC LDDA METHOD AND ITS APPLICATION TO GEOSCIENCE

Liu Jinzhao¹⁾ Lu Shikuo¹⁾ Xu Hehua¹⁾
Wang Shi²⁾ Cai Yong'en¹⁾

1) *Department of Geophysics, Peking University, Geodynamic Research Center of
Peking University, Beijing 100871, China*

2) *Beijing Hua-Ke-Ruan Hydroelectric Technique Company, Beijing 120761, China*

Abstract: In this paper, we put forward a three-dimensional viscoelastic LDDA method on the basis of the two-dimensional elastic LDDA method and develop a corresponding computer program. Both the method and the program, verified by a numerical frictional experiment composed of two blocks, are correct and reliable. Simultaneously, using this program, we investigate the present velocity field of East Eurasia, which is induced by the collision of the Indian shield against the Eurasian plate. The primary result shows that the velocity field in magnitude is largest near the colliding boundary and attenuates fast away from it. The Tibet Plateau moves northeast, the North-China Plain and the southeast region of Asia moves east and southeast, respectively. The attenuation of the velocity field across Qilianshan is nonlinear, its direction changes from the northeast nearly to the east, its gradient is 0.05 mm/a/km to the southwest of Qilianshan and 0.007 mm/a/km to the northeast, respectively. The attenuation of the velocity field is almost linear across the Longmenshan Fault, its gradient is 0.01 mm/a/km and its direction is toward the southeast. The remarkable deformation caused by collision extends to 115°E and 45°N. The velocity field obtained by the method is basically consistent with the data from the Global Positioning System. The relative slip rate along the Bangong -Nujiang-Lancangjiang Fault is 0.5 mm/a, the Jinshajiang Fault, 0.8 mm/a, while the Tanlu Fault hardly moves. It is shown that the method proposed in this paper could be employed to study the geodynamic problems with faults.

Key words: 3D LDDA method; collision of the Indian to the Eurasian plates; east Asia velocity field