

黄慧, 陈晓非. 2008. P-SV 波展平变换的精确求解——以地震面波为例. 地震学报, 30(2): 105-113.
Huang Hui, Chen Xiaofei. 2008. Exact solution of earth-flattening transformation for P-SV waves: Taking surface wave as an example. Acta Seismologica Sinica, 30(2): 105-113.

P-SV 波展平变换的精确求解 ——以地震面波为例^{*}

黄 慧 陈晓非^{*}

(中国北京 100871 北京大学地球与空间科学学院计算地球动力学实验室)

摘要 以地震面波问题为例, 提出 P-SV 波展平变换的精确求解方法, 并以此为基础讨论了近似求解方法的适用性及适用范围. 结果表明, 展平变换指数 m 对最终结果没有显著影响, 因此可选取任意值; 在短波近似条件下, 展平变换的近似解法是适当且合理的; 展平变换的近似解法比精确解法的效率高一倍. 对于频率较低的问题, 应采用精确的求解方法.

关键词 展平变换 广义反透射系数方法 本征位移和应力 相速度 面波
文章编号: 0253-3782(2008)02-0105-09 **中图分类号**: P315.3⁺¹ **文献标识码**: A

Exact solution of earth-flattening transformation for P-SV waves: Taking surface wave as an example

Huang Hui Chen Xiaofei^{*}

(Computational Geodynamics Laboratory, School of Earth and Space
Sciences, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: Taking surface wave as an example, this paper proposed an exact solution of earth-flattening transformation for P-SV waves and discussed the applicability of the approximate methods. The results show that the transform parameter m has little influence on the final results, and on the condition of short wave approximation, approximate earth-flattening transformation is suitable. In addition, the efficiency of approximate transformation is twice of that of exact transformation. For low frequency problems we should use exact earth-flattening transformation.

Key words: earth-flattening transformation; generalized reflection-transmission coefficient method; eigen-displacement and stress; phase velocity; surface wave

引言

关于水平地球模型地震波传播及合成地震图的计算方法是地震学中一个理论较为成

^{*} 基金项目 国家自然科学基金项目(40474011, 40521002)资助.
收稿日期 2007-06-05 收到初稿, 2007-06-28 决定采用修改稿.
[†] 通讯作者 e-mail: xfchen@pku.edu.cn

熟,应用较为广泛的课题.然而,水平地球模型只是真实地球模型的一个近似,仅适用于震中距较小频率较高的地震波传播问题.对于震中距较大频率较低的地震波问题,不能忽略地球的曲率,需要采用球坐标系求解,而球坐标系下求解地震波动问题数学上通常比直角坐标系(或柱坐标系)下更为困难.展平变换(Biswas, Knopoff, 1970; Biswas, 1972; Bhattacharya, 1996; Dahlen, Tromp, 1998)能将球坐标系下的地震波方程转换到直角坐标系下,然后采用关于水平地球模型的成熟的且相对简单的理论方法来计算球状地球模型的波动问题.对于 SH 波, Biswas 和 Knopoff (1970)给出了精确的展平变换公式.但对于 P-SV 波,由于 P 波 S 波耦合的复杂性,球坐标系下的弹性动力学方程与直角坐标系下的方程不能每项一一对应,它们的差异与地球半径成反比. Biswas (1972)忽略了与地球半径成反比的高阶小项,提出 P-SV 波展平变换的近似求解公式. Bhattacharya (1996)以地震面波问题为例,提出利用微分方程理论直接求解 P-SV 波展平变换方程,但求解过程较复杂,且容易在数值搜索时漏掉面波的基阶相速度. Bhattacharya 和 Arora (1997)将上述方法扩展到横向各项均匀介质. Bhattacharya (2005)应用展平变换计算了球状地球模型的理论地震图.

基于求解水平层状地球模型地震面波问题的广义反射-透射系数方法(Chen, 1993)的基本思路,本文提出一种直接精确求解 P-SV 波展平变换方程的新方法.该方程包含了与地球半径成反比的项,并对展平变换近似求解方法的有效性及其适用性进行分析评价.

1 基本方程及其展平变换

地震面波的简谐振型及频散特性满足无源弹性动力学方程(Chen, 1993),对于地震面波问题可忽略地球重力场的影响(Aki, Richards, 1980).在频率域,无重力的球状无旋转弹性各向同性(SNREI)地球模型的无源弹性动力学方程,在球谐函数基展开下为如下微分方程组(Dahlen, Tromp, 1998):

$$r^{-2} \frac{d}{dr} \left[r^2 (\lambda + 2\mu) \frac{dU}{dr} + \lambda r (2U - \sqrt{N}V) \right] + r^{-1} \left[(\lambda + 2\mu) \frac{dU}{dr} + \lambda r^{-1} (2U - \sqrt{N}V) \right] - (3\lambda + 2\mu) r^{-1} \left(\frac{dU}{dr} + 2r^{-1}U - \sqrt{N}r^{-1}V \right) - \sqrt{N}\mu r^{-1} \left(\frac{dV}{dr} - r^{-1}V + \sqrt{N}r^{-1}U \right) + \omega^2 \rho U = 0 \quad (1a)$$

$$r^{-2} \frac{d}{dr} \left[\mu r^2 \left(\frac{dV}{dr} - r^{-1}V + \sqrt{N}r^{-1}U \right) \right] + \mu r^{-1} \left(\frac{dV}{dr} - r^{-1}V + \sqrt{N}r^{-1}U \right) + \sqrt{N}\lambda r^{-1} \frac{dU}{dr} + \sqrt{N}(\lambda + \mu) r^{-2} (2U - \sqrt{N}V) + [\omega^2 \rho - (N - 2)\mu r^{-2}]V = 0 \quad (1b)$$

其中, U 和 V 是 P-SV 振动(即球型振动)位移场在球谐函数基展开下的分量,它们仅是半径 r 的函数; $N = \sqrt{l(l+1)}$ ($0 \leq l < \infty$); ρ , λ , μ 分别是弹性介质的密度和拉梅系数.对于球对称地球模型, P-SV 振动与 SH 振动(即环型振动)彼此相互独立,可分别讨论. SH 振动问题比 P-SV 振动问题简单,且求解思路也与 P-SV 完全相同.因此,本文仅讨论 P-SV 振动问题.

在球谐函数基展开下, P-SV 波场在任意球面上的应力分量为(Dahlen, Tromp, 1998)

$$R = (\lambda + 2\mu) \frac{dU}{dr} + \lambda r^{-1} (2U - \sqrt{N}V) \quad (2a)$$

$$S = \mu \left(\frac{dV}{dr} - r^{-1}V + \sqrt{N}r^{-1}U \right) \quad (2b)$$

地球表面应力为零的边界条件可相应表示为

$$R|_{r=a} = S|_{r=a} = 0 \quad (3)$$

内部边界的连续性条件为

$$[U]^{\pm} = [V]^{\pm} = [R]^{\pm} = [S]^{\pm} = 0 \quad (4)$$

其中, $[]^{\pm}$ 表示函数值在边界上表面和下表面的差异.

为简化求解基本方程(1), 我们作如下展平变换(Biswas, 1972; Bhattacharya, 1996; Dahlen, Tromp, 1998):

$$z = a \ln \left(\frac{a}{r} \right), \quad U(r) = \left(\frac{r}{a} \right)^m u_1(z), \quad V(r) = \left(\frac{r}{a} \right)^m u_2(z), \quad k_f^2 = \frac{N}{a^2} \quad (5a)$$

$$\lambda_f(z) = \left(\frac{r}{a} \right)^{m-1} \lambda(r), \quad \mu_f(z) = \left(\frac{r}{a} \right)^{m-1} \mu(r), \quad \rho_f(z) = \left(\frac{r}{a} \right)^{m+1} \rho(r) \quad (5b)$$

其中, u_1 和 u_2 为变换后的位移场, 下标 f 表示变换后平层介质中的物理量, m 为展平变换指数, a 为地球平均半径(6371 km). 可见展平变量 z 从地表到地心逐渐增大, 在地表处 $z=0$, 在地心 $z \rightarrow \infty$. 经过展平变换, 基本方程(1)变为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \tau_1(z) - \frac{\lambda_f k_f}{\lambda_f + 2\mu_f} \tau_2(z) - \frac{3}{a} \tau_1(z) + \left[\rho_f \omega^2 - \frac{4\mu_f(\lambda_f + \mu_f)}{(\lambda_f + 2\mu_f)} k_f^2 + \frac{2\mu_f}{a^2} \right] u_1(z) + \\ \frac{2\mu_f(3\lambda_f + 2\mu_f)k_f}{a(\lambda_f + 2\mu_f)} u_2(z) = 0 \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \tau_2(z) + k_f \tau_1(z) - \frac{4\mu_f}{a(\lambda_f + 2\mu_f)} \tau_2(z) + \left[\rho_f \omega^2 - \frac{4\mu_f(3\lambda_f + 2\mu_f)}{a^2(\lambda_f + 2\mu_f)} \right] u_2(z) + \\ \frac{2\mu_f(3\lambda_f + 2\mu_f)k_f}{a(\lambda_f + 2\mu_f)} u_1(z) = 0 \end{aligned} \quad (6b)$$

球面应力分量式(2a)和式(2b)变为

$$S(r) = - \left(\frac{a}{r} \right) r^m \tau_1(z) \quad R(r) = - \left(\frac{a}{r} \right) r^m \tau_2(z)$$

其中

$$\tau_1(z) = \mu_f \left[\frac{du_1}{dz} - k_f u_2(z) - \frac{(m-1)}{a} u_1(z) \right] \quad (7a)$$

$$\tau_2(z) = (\lambda_f + 2\mu_f) \frac{du_2(z)}{dz} + \lambda_f k_f u_1(z) - \frac{1}{a} [\lambda_f(m+2) + 2m\mu_f] u_2(z) \quad (7b)$$

同理, 变换后的自由表面条件式(3)和内部边界连续性条件式(4)分别可表示为

$$\tau_1(z)|_{z=0} = 0 \quad \tau_2(z)|_{z=0} = 0 \quad (8a)$$

$$[u_1(z)]^{\pm} = [u_2(z)]^{\pm} = [\tau_1(z)]^{\pm} = [\tau_2(z)]^{\pm} = 0 \quad (8b)$$

方程(6)和(7)是在展平变换下由方程(1)严格推导出来的, 尚未作任何近似. 方程中包括了一些与地球半径 a 一次方或二次方成反比的项, 当如下条件:

$$k_f a \gg 1 \quad (9)$$

满足时(即短波近似), 忽略含 a^{-1} 和 a^{-2} 的项, 这样方程(6)和(7)及边界条件(8)与水平地球模型的方程和边界条件完全一样(Aki, Richards, 1980; Kennett, 1983; Chen, 1993), 且与展平变换指数 m 的具体取值无关. 因此, 在短波近似下展平变换可将球对称地球模型

的地震波动问题转化为较易求解的水平地球模型的地震波动问题，这就是传统展平变换的基本思路与做法(Biswas, 1972). 显然，当短波近似不满足时，传统展平变换方法不再适用. 于是本文提出一种直接精确求解原始展平变换方程组(6)和(7)的方法，无需忽略 a^{-1} 和 a^{-2} 项，这样无论短波近似是否满足，均能通过展平变换准确求得地震面波的结果.

2 展平变换方程的精确求解方法

经展平变换得到的关于水平地球模型的地震面波问题的基本方程(6)和(7)可概括为关于位移-应力矢量的一阶常微分方程组

$$\frac{d}{dz}\mathbf{y}(z) = \mathbf{A}\mathbf{y}(z) \tag{10}$$

其中

$$\mathbf{y}(z) = [u_1(z), u_2(z), \tau_1(z), \tau_2(z)]^T \tag{10a}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{m-1}{a} & k & \frac{1}{\mu} & 0 \\ \frac{-\lambda k}{\lambda+2\mu} & \frac{1}{a}\left(m+\frac{2\lambda}{\lambda+2\mu}\right) & 0 & \frac{1}{\lambda+2\mu} \\ \frac{4\mu(\lambda+\mu)k^2}{\lambda+2\mu} - \rho\omega^2 - \frac{2\mu}{a^2} & -\frac{2(3\lambda+2\mu)}{a(\lambda+2\mu)}\mu k & \frac{3}{a} & \frac{\lambda k}{\lambda+2\mu} \\ -\frac{2(3\lambda+2\mu)}{a(\lambda+2\mu)}\mu k & -\rho\omega^2 + \frac{4\mu(3\lambda+2\mu)}{(\lambda+2\mu)a^2} & -k & \frac{4\mu}{a(\lambda+2\mu)} \end{bmatrix} \tag{10b}$$

为简单起见，这里全部省略了下标 f . 地表自由应力条件和内部边界的连续性条件可分别表示为

$$\mathbf{y}_2(z) \big|_{z=0} = 0 \tag{11a}$$

$$[\mathbf{y}(z)]^\pm = 0 \tag{11b}$$

上述关于位移-应力矢量 $\mathbf{y}(z)$ 的一阶常微分方程组(10)及边界条件(11)，在数学形式上与纯粹水平地球模型中地震面波所满足的方程及边界条件(Chen, 1993; 何耀峰等, 2006)完全相同，所不同的是系数矩阵 \mathbf{A} . 因此，我们可按照与 Chen (1993)相同的思路来求解这一问题.

水平层状模型是水平地球模型的最佳可解逼近，因此可以在水平层状模型框架下求解这一问题. 根据 Chen (1993, 1999)，方程组(10)的解可以表示为

$$\mathbf{y}^{(j)}(z) = \mathbf{E}^{(j)} \mathbf{\Lambda}^{(j)}(z) \mathbf{C}^{(j)} \quad j = 1, 2, 3, \cdots, N, N+1 \tag{12}$$

其中， j 为均匀水平层介质的编号，共 $N+1$ 层； $\mathbf{C}^{(j)}$ 为待定系数； $\mathbf{E}^{(j)}$ 和 $\mathbf{\Lambda}^{(j)}$ 由系数矩阵 $\mathbf{A}^{(j)}$ 按以下过程求得：

$$\mathbf{A}^{(j)} = \mathbf{E}^{(j)} \mathbf{\Gamma}^{(j)} \mathbf{E}^{(j)-1} \tag{12a}$$

$$\mathbf{E}^{(j)} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4] \tag{12b}$$

$$\mathbf{\Gamma}^{(j)} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \epsilon_4 \end{bmatrix} \tag{12c}$$

以及

$$\mathbf{A}^{(j)}(z) = \begin{bmatrix} e^{\epsilon_1 z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\epsilon_2 z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\epsilon_3 z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\epsilon_4 z} \end{bmatrix} \quad (12d)$$

其中, ϵ_i 和 \mathbf{e}_i 分别是矩阵 $\mathbf{A}^{(j)}$ 的第 i 个本征值及本征向量. ϵ_i 由方程 $\det\{\epsilon_i \mathbf{I} - \mathbf{A}\} = 0$ 求出. 它是一个 4 次代数方程, 其解的具体代数表达式可参阅叶其孝和沈永欢(2006)文章. 求出某个本征值 ϵ_i 后, 解线性方程 $\mathbf{A}\mathbf{e}_i = \epsilon_i \mathbf{e}_i$ 即可得到对应的本征向量 \mathbf{e}_i .

为了有效地确定 $\mathbf{C}^{(j)}$, 我们采用广义反透射系数方法, 具体算法在 Chen (1993) 和何耀峰等(2006)中有详细论述, 这里不再赘述. 如前所述, 忽略含 a^{-1} 和 a^{-2} 的高阶小量项, 系数矩阵 \mathbf{A} 退化为 \mathbf{A}_0 , 即

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & k & \frac{1}{\mu} & 0 \\ \frac{-\lambda k}{\lambda + 2\mu} & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda + 2\mu} \\ \frac{4\mu(\lambda + \mu)k^2}{\lambda + 2\mu} - \rho\omega^2 & 0 & 0 & \frac{\lambda k}{\lambda + 2\mu} \\ 0 & -\omega^2 \rho & -k & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

它与纯粹水平层状地球模型问题对应的系数矩阵完全相同(Chen, 1993), 因此可直接采用 Chen(1993)的结果.

为检验本文提出的直接求解原始的未作短波近似的由展平变换得到的方程所得到的地震面波结果(相速度、本征位移和本征应力)的正确性, 我们检查了自由表面的应力残余值. 由于这一问题没有可用于比较的解析解及数值解, 因此只能通过检查所求得的水平面应力场在地表满足零应力的程度来判断解的精度. 所求得相速度越精确, 地表应力残余越接近零值. 图 1 计算了 Gutenberg-Bullen A (Biswas, 1972)

球状地球模型在自由表面的相对应力残余(即地表处的应力值与最大应力值的比值). 这里取 $f=0.1$ Hz, $m=-2$. 该频率共有 86 个简谐振型, 横坐标即它们的序号. 在求解相速度时, 精确度取 10^{-6} , 所得结果在地表的相对应力残余小于 10^{-15} . m 分别取 $-6, -3, 0, 3, 6$ 时结果类似. 这些结果在一定程度上验证了本文新方法的正确性.

3 展平变换近似解与精确解的比较

利用本文提出的展平变换的精确求解方法, 可以对以往广为采用的近似展平变换方法的精度作检验. 图 2 为 $f=0.1$ Hz 和 $m=-2$ 时, 对于与图 1 相同的介质模型, 由展平变换精确求解方法给出的久期函数及其前 8 个根(共 86 个根). 图 2a 是本文的计算结果, 图

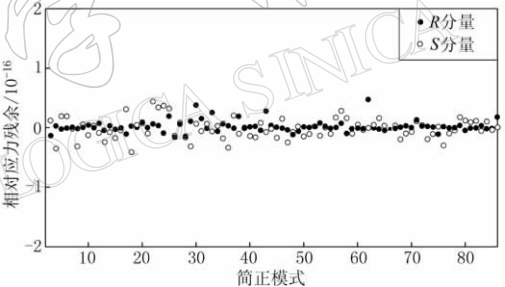


图 1 自由表面处的相对应力残余($m=-2$, $f=0.1$ Hz, 该频率共有 86 个简谐振型)
Fig.1 Relative traction residuals at free surface ($m=-2$, $f=0.1$ Hz). There are 86 normal modes in all

2b 是 Bhattacharya(1996)给出的结果. 根据 Chen(1993)结果, 该久期函数的根(图中用“•”表示)对应于面波的相速度. 注意到 $c=3.555\text{ km/s}$ (图中用“○”表示)是转换后的介质第一层的剪切波速, 并不是相速度; $c=3.267\text{ km/s}$ (图中用“■”表示)也不是相速度, 它对应着久期函数实部的不连续点; 基阶相速度为 $c=3.337\text{ km/s}$. 除基阶根以外, 本文的根与 Bhattacharya (1996)的结果一致. Bhattacharya 误把展平变换后第一层的剪切波速度 $c=3.555\text{ km/s}$ (对应久期函数的枝点)搜索为基阶根, 而漏掉了真正的基阶根 $c=3.337\text{ km/s}$. 广义反射-透射系数方法中针对基阶相速度容易“漏掉”的问题, 提出了基阶频散方程 (Chen, 1993; 何耀峰等, 2006), 从而可快速确定基阶相速度.

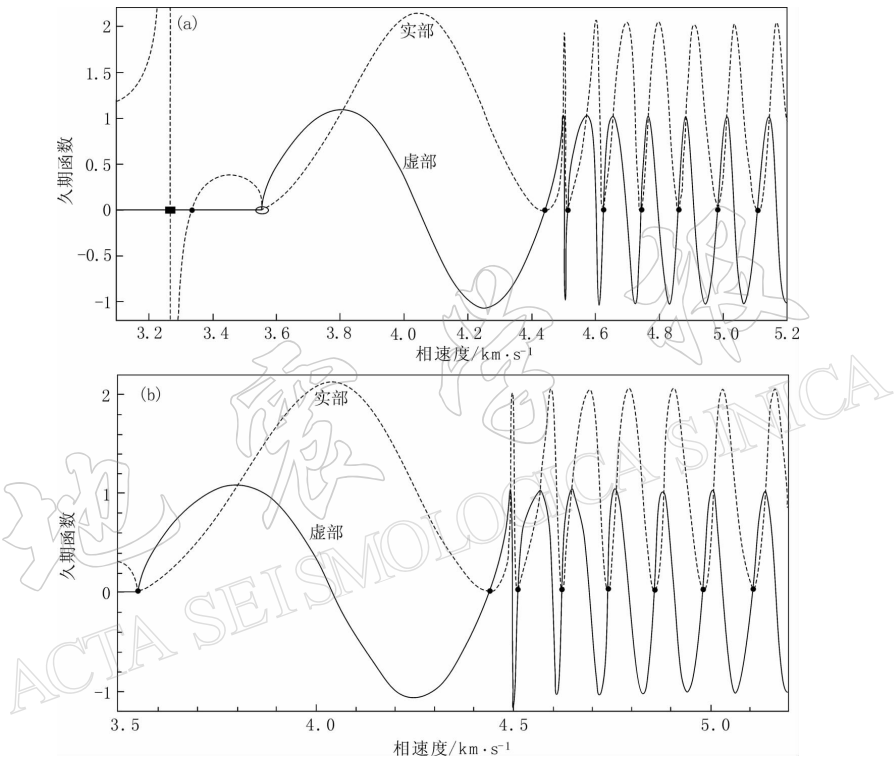


图 2 $f=0.1\text{ Hz}$, $m=-2$ 时 Gutenberg-Bullen A 球状地球模型第一层的久期函数及其前 8 个相速度

• 代表前 8 个相速度, ■ 代表实部的间断点, ○ 代表展平变换后介质的第一层剪切波速

(a) 本文的计算结果; (b) Bhattacharya(1996)的结果

Fig. 2 The first secular function of the exact transformation for Gutenberg-Bullen A spherical model at $f=0.1\text{ Hz}$ and $m=-2$

• are the first 8 phase velocities, ■ and ○ correspond to discontinuity point of the real part and S wave velocity of the first layer

(a) This paper's results; (b) The result from Bhattacharya (1996)

图 3 为不同 m 值对第 1 阶—第 9 阶的相速度的影响. 当 m 从 -6 变化到 6 时, 相速度的变化为 10^{-3} 量级. 图 4 给出了第 5 阶相速度对应的本征位移 U 和应力 R . 当 m 从 -6 变化到 6 时, 它们的相对变化小于 10^{-2} . 这些结果表明, 虽然不同的 m 值会导致变换后不同的介质模型(公式(5)), 但由于原始问题中并不包含 m , 它只是在计算中引入的参数, 因此

它对最终结果的影响很小. 以后的计算中, 我们均取 $m = -2$.

图 5 和图 6 分别比较了展平变换的近似解与精确解的差异. 图 5 比较的是相速度的结果, 两者之间的差异在 10^{-3} 量级之内. 图 6 比较的是第 5 阶相速度对应的水平向本征位移和应力, 它们之间的相对差异为 10^{-2} . 在弹性动力学方程的系数矩阵 \mathbf{A} 中, 高阶项与其对应位置的项(例如 \mathbf{A}_{12} , \mathbf{A}_{21} 和 \mathbf{A}_{11} , \mathbf{A}_{22} 之比)的比值约为 $1/(ka)$, 所以可以用 ka 的值来评价近似的大小. 此时有 $ka = \omega a/c - 80$ ($f = 0.01$ Hz, $c(\omega) \approx 5.0$ km/s), 大致满足短波近似条件 $ka \gg 1$. 图 7 以基阶相速度为例, 给出了精确解与近似解的相速度的差异. 从该图中可以看出, 当频率 $f > 0.004$ Hz (周期 $T < 250$ s) 时, $ka > 30$, 近似方法求得的相速度的相对误差小于 5%. 由此可见, 当频率大于 0.004 Hz (周期 $T < 250$ s) 时, 传统上广为使用的展平变换的近似解法是适当的, 否则近似解的精度

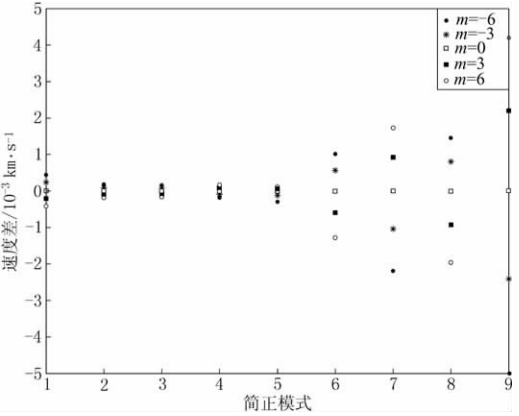


图 3 m 值对第 1 阶—第 9 阶相速度(即第 2 个—第 10 个相速度)的影响

横坐标表示相速度的序号, 纵坐标表示当 m 取特定值时的相速度与 $m=0$ 的差别

Fig. 3 m 's influence on phase velocity from the 1st to 9th order (i.e. the 2nd to 10th root)
 x-axis is the order and y-axis is the difference of phase-velocity between $m=0$ and other values

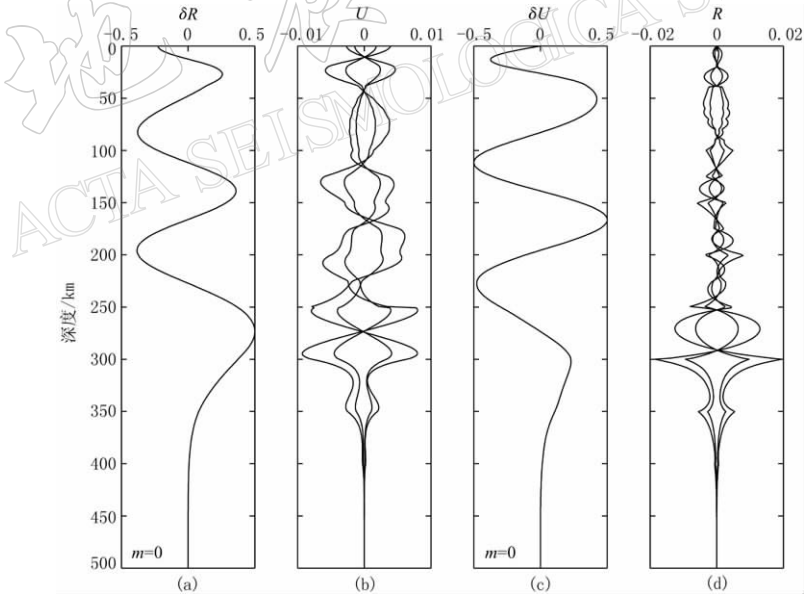


图 4 (a)和(c)分别表示 $m=0$ 时, 第 5 阶相速度对应的本征位移 U 和应力 R , 它们的值已经归一化到最大的绝对值为 0.5; (b)和(d)表示 $m=-6, -3, 3, 6$ 时的本征位移与应力与 $m=0$ 时的区别
 Fig. 4 (a) and (c) are eigen-displacement U and traction R of the 5th mode when $m=0$, they have both been normalized with 0.5 as the maximum absolute value; (b) and (d) are the differences of displacement and stress between $m=-6, -3, 3, 6$ and $m=0$

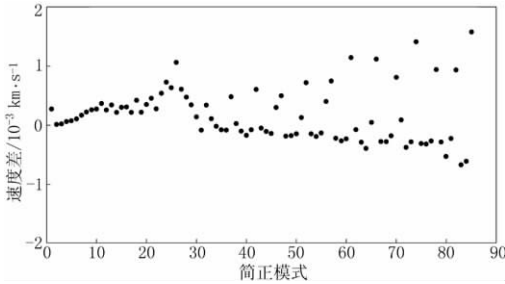


图 5 精确解与近似展平变换的相速度之差
Fig. 5 The difference of phase velocity between exact and approximate earth-flattening transformation

无法保证. 此外, 近似解在计算效率上优于精确解. 图 8 比较了精确解与近似解的计算效率, 精确解的耗时约为近似解的两倍. 精确解与近似解在计算效率上的差别主要源于矩阵 E 的求解. 近似解中 A_0 对应的 E_0 有解析表达式 (Chen, 1993), 而精确展平变换对应的 E 则需要求解 1 个 4 次方程和 4 个线性方程组. 因为 ka 和矩阵 E 的计算量与介质参数无关, 所以当介质改变时, 以上两点结论仍不变.

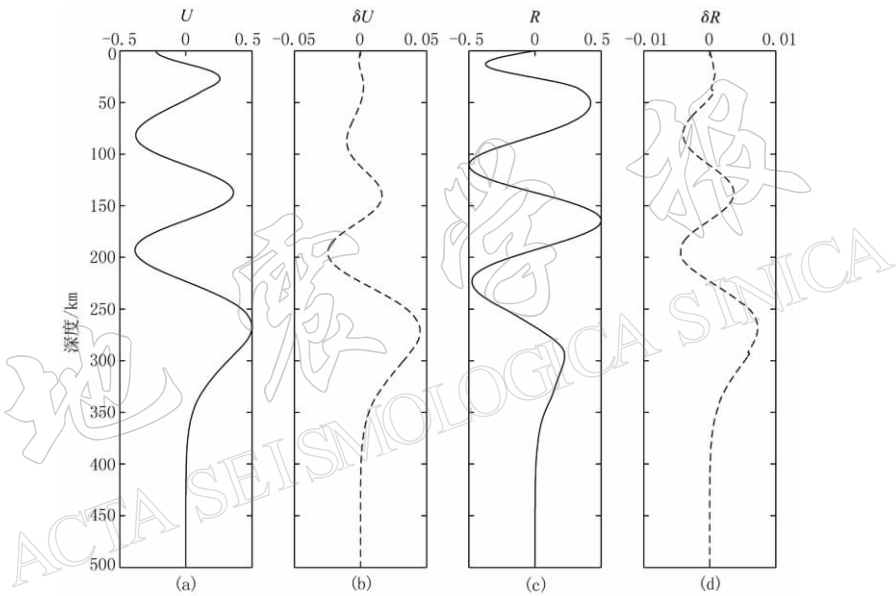


图 6 (a)和(c)分别表示 $m=0$ 时, 第 5 阶相速度对应的本征位移 U 和应力 R ; (b)和(d)表示 $m=0$ 时精确求解与近似展平变换的差异

Fig. 6 (a) and (c) are the 5th mode's exact eigen-displacement U and traction R when $m=0$; (b) and (d) are the differences between approximate and exact transformation

4 结论

本文推导出球对称地球模型中无源弹性动力学方程经展平变换后严格满足的方程, 并利用广义反反射系数方法对其进行了严格的数值求解, 获得了地震面波结果. 以此为基础, 评估了展平变换的近似解的适用性及适用范围.

- 1) 展平变换指数 m 对最终结果没有显著影响, 因此可选取任意值, 本文中取 $m=-2$.
- 2) 在短波近似条件下, 展平变换的近似解法是适当且合理的. 定量而言, 当 $ka>30$ 即 $f>0.004\text{ Hz}$ ($T<250\text{ s}$) 时, 近似解的误差小于 5%.

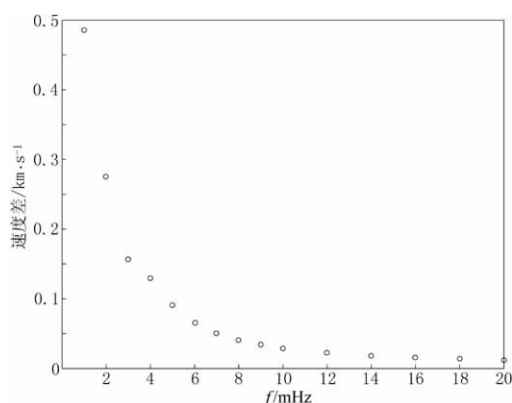


图 7 精确解和近似解的相速度差异随频率的变化(以基阶相速度为例)

Fig. 7 The variation of phase velocity difference between exact and approximate solutions (taking fundamental phase velocity as the example)

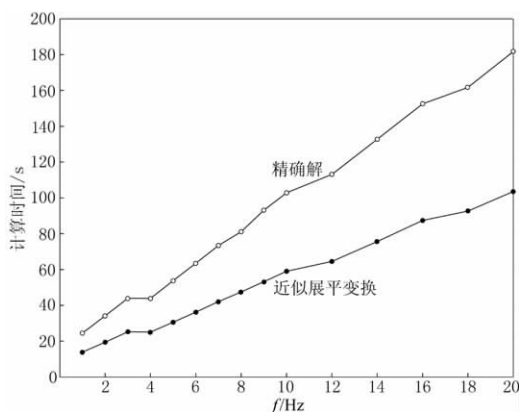


图 8 精确解与近似展平变换搜索相速度的耗时比较

Fig. 8 The time consumed in searching roots of exact and approximate transformations

3) 展平变换近似解法比精确解法的效率高一倍.

因此,在短波近似成立的频率范围内,应采用展平变换的近似解,不仅其精度有保证,计算效率也较高.但对于频率较低的情况,应采用精确的求解方法.本文所提出的精确求解展平变换的方法及其对近似展平变换解法的评价,不仅适用于计算面波问题,也可用于计算体波及球状地球模型中理论地震图等问题.

参 考 文 献

- 何耀峰,陈蔚天,陈晓非. 2006. 利用广义反射-透射系数方法求解含低速层水平层状介质模型中面波频散曲线问题[J]. 地球物理学报, **49**(4): 1 074-1 081.
- 叶其孝,沈永欢. 2006. 实用数学手册[M]. 北京: 科学出版社: 16-18.
- Aki K, Richards P G. 1980. *Quantitative Seismology: Theory and Methods*[M]. San Francisco: W H Freeman: 267-286.
- Bhattacharya S N. 1996. Short notes: Earth-flattening transformation for P-SV waves[J]. *Bull Seism Soc Amer*, **86**: 1 979-1 982.
- Bhattacharya S N. 2005. Synthetic seismograms in a spherical Earth using exact flattening transformation[J]. *Geophys Res Lett*, **32**(21): L21303.
- Bhattacharya S N, Arora S. 1997. A flattening transformation for P-SV waves in a transversely isotropic earth[J]. *Bull Seism Soc Amer*, **87**: 1 297-1 304.
- Biswas N. 1972. Earth-flattening procedure for the propagation of Rayleigh wave[J]. *Pure Appl Geophys*, **96**: 61-74.
- Biswas N, Knopoff L. 1970. Exact earth-flattening calculation for Love waves[J]. *Bull Seism Soc Amer*, **60**: 1 123-1 137.
- Chen X F. 1993. A systematic and efficient method of computing normal modes for multi-layered half space[J]. *Geophys J Int*, **115**: 391-409.
- Chen X F. 1999. Seismograms synthesis in multi-layered half-space (I): Theoretical formulations[J]. *Earthquake Research in China*, **13**(2): 149-174.
- Dahlen F A, Tromp J. 1998. *Theoretical Global Seismology*[M]. Princeton: Princeton University Press: 268-272.
- Kennett B L N. 1983. *Seismic Wave Propagation in Stratified Media*[M]. New York: Cambridge University Press: 25-44.