

# 蓄水引起的地基垂直形变的总效应 和丹江水库地震\*

高 锡 铭

(国家地震局地震研究所)

## 摘 要

水库蓄水后,水体质量荷载引起地基岩石介质产生静力学形变效应。发生地震的水库,由于震源区岩石介质扩容,也会引起地基岩石介质的形变。本文同时考虑了这两种效应。

水体质量荷载的静力学形变总效应包括:荷载引起的地基岩石介质的静态弹性形变,质量引起的重力等位面形变以及静态弹性形变所引起的重力等位面形变。岩石介质扩容效应在一定阶段会引起地基岩石介质的膨胀隆起,这种隆起形变同样也引起重力场变化。

采用上述模型分析了丹江水库的水准测量成果,确定了该地区地基岩石介质的 Lamé 常数,分析了地面垂直形变与地震的关系,从而认为使用该模型分析蓄水后库区的地面的垂直形变,可以为预报水库区地震提取必要的信息。

## 一、引 言

蓄水后的水库及其邻近地区,地基将会发生明显的形变<sup>[1-3]</sup>。有些水库在蓄水后的某段时期内,还会发生一些中等强度的地震(4.5—6.5级)<sup>[1-3]</sup>。研究蓄水后水库区地基岩石介质的静力学形变,可以为水库地震的成因机制以及地壳介质的弹性常数提供十分有用的信息。

在过去对水库区地基形变资料的许多分析研究中,对水体质量荷载的静力学效应所引起的地面升降,往往只是简单地考虑地基的静态弹性形变这一直接效应,忽视了由于水体质量引起的重力等位面形变和静态弹性形变本身所引起的重力等位面形变这些间接效应。为了使用精密水准测量的成果探索引起地基形变的原因,单只考虑直接效应还是不够的。在对海洋潮汐引起的地壳形变效应的有关问题的研究中,这些效应曾被加以考虑<sup>[6,7]</sup>。A. Zeman 在使用一等精密水准测量成果确定 Lamé 常数时<sup>[8]</sup>,也考虑了这些间接效应。不过,他对弹性形变所引起的重力等位面形变,只是使用了文献[6]中的一个经验估计。水体的荷载所引起的静态弹性形变是绝对的,而水体的质量所引起的重力等位面形变以及静态弹性形变本身所引起的重力等位面形变都是相对的,它是参考面的变化。因此,在研究蓄水引起的地基形变时,水体质量荷载引起的静力学形变的总效应( $I_1$ )应

\* 1983年2月26日收到,1983年11月14日收到修改稿。

当包括水体荷载引起的静态弹性形变( $E$ )、水体质量引起的重力等位面形变( $D$ )和静态弹性形变所引起的重力等位面形变( $N$ ), 即有:

$$I_1 = E + D + N \quad (1)$$

在以下的讨论中, 将只考虑垂直形变, 这主要是因为观测资料的限制。上述所有符号都只是垂直方向上的分量。

## 二、蓄水引起的地基静力学形变的总效应

### 1. 水体荷载引起的地基岩石介质的静态弹性形变

对各向同性、均匀的非重力弹性介质, 静态位移矢量  $\mathbf{S}$  满足运动方程:

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{S} - \frac{\mu}{\sigma} \nabla \times \nabla \times \mathbf{S} = 0 \quad (2)$$

其中  $\lambda, \mu$  为 Lamé 常数,  $\sigma = \lambda + 2\mu, \eta = \lambda + \mu$ 。取柱坐标  $0-r, q, z$ , 原点位于地面, 地基介质位于  $z \leq 0$ , 相应的坐标基为  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_q, \mathbf{e}_z$ 。在边界上, 除原点作用有点力之外, 均为自由表面。因此, 位移矢量  $\mathbf{S}$  是以  $z$  轴对称的, 即有:

$$\mathbf{S} = u(r, z)\mathbf{e}_r + w(r, z)\mathbf{e}_z \quad (3)$$

其中  $u(r, z), w(r, z)$  分别表示位移的  $r, z$  坐标分量。设位移分量  $w(r, z)$  和  $u(r, z)$  以及应力分量  $\tau_{zz}$  和  $\tau_{rz}$  的 Hankel 变换的像分别为  $W$  和  $U$  以及  $T_{zz}$  和  $T_{rz}$ , 用 Hankel 变换可以给出本问题的解<sup>[9]</sup>:

$$\begin{bmatrix} W \\ U \\ T_{zz} \\ T_{rz} \end{bmatrix} = A_{\pm} e^{\pm \xi z} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp 1 \\ \pm 2\mu\xi \\ -2\mu\xi \end{bmatrix} + B_{\pm} e^{\pm \xi z} \begin{bmatrix} \mp \xi z + \frac{\sigma + \mu}{\eta} \\ \xi z \\ -2\mu\xi \left( \xi z \mp \frac{\sigma}{\eta} \right) \\ \pm 2\mu\xi \left( \xi z \mp \frac{\mu}{\eta} \right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中  $\xi$  为 Hankel 变换的积分参数。  $A_{\pm}, B_{\pm}$  为待定常数。

现在确定  $A_{\pm}$  和  $B_{\pm}$ 。当  $z \rightarrow -\infty$  时, 位移和应力均应为 0, 使得  $A_- = B_- = 0$ 。若位于原点的力为  $\delta$  函数, 则  $A_+ = 1/(4\pi\eta\xi)$ ,  $B_+ = -1/(4\pi\mu\xi)$ , 从而有:

$$\begin{bmatrix} W \\ U \end{bmatrix} = -\frac{e^{\xi z}}{4\pi\mu\xi} \begin{bmatrix} \frac{\sigma}{\eta} - \xi z \\ \frac{\mu}{\eta} + \xi z \end{bmatrix} \quad (5)$$

解逆变换得:

$$\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = -\frac{1}{4\pi\mu} \begin{bmatrix} \frac{1}{R} \left( \frac{\sigma}{\eta} + \frac{z^2}{R^2} \right) \\ \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{z}{R} + \frac{\eta r^2 z}{\mu R^2} \right) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中  $R^2 = r^2 + z^2$ 。(6)式即为经典的 Boussinesq 问题的解,它是单位点质量水体荷载的 Green 函数。显然在地表  $z = 0$ , 则有:

$$\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = -\frac{1}{4\pi\mu} \begin{bmatrix} \frac{\sigma}{\eta} \frac{1}{r} \\ \frac{1}{r} \end{bmatrix} \quad (7)$$

因此,水体荷载引起的地基岩石介质的静态弹性形变为:

$$E = \int_{(Q)} w dp \quad (8)$$

$Q$  为水体分布面积,  $dp$  为水体荷载分布。

## 2. 水体质量引起的重力等位面形变

水体质量的重力位为  $V = G/g \int_{(Q)} \frac{1}{r} dp$ ,  $G$  为万有引力常数,  $g$  为重力加速度。由此可知,水体质量引起的重力等位面形变为:

$$D = G/g^2 \int_{(Q)} \frac{1}{r} dp \quad (9)$$

显然,

$$E = \alpha D, \quad \alpha = \frac{\sigma}{4\pi\mu\eta} \frac{g^2}{G} \quad (10)$$

$\alpha$  是一个地区性常数,它表示静态弹性形变依赖于质量的重力位。

## 3. 静态弹性形变引起的重力等位面形变

静态弹性形变  $S$  产生的重力扰动位  $\phi$  近似满足 Poisson 方程:  $\nabla^2 \phi = -4\pi G \rho \nabla \cdot S$ 。在半空间之上,  $\phi$  满足 Laplace 方程。因此,线性边界条件要求  $\phi$  和  $(\nabla \phi + 4\pi G \rho S) \cdot e_z$  在过平面  $z = 0$  时是连续的。仍然可用 Hankel 变换求得相应的重力加速度垂直分量为:  $a_z^\phi = G \rho / 2\mu r^{[9]}$ 。不考虑这一扰动位时重力场的梯度为  $2g/a_0$ ,  $a_0$  为地球半径。这样,静态弹性形变所引起的重力等位面形变可近似地表示为:

$$N = -a_z^\phi / (2g/a_0) = nD, \quad n = -\rho g a_0 / 4\mu \quad (11)$$

$n$  也是一个地区性常数。

由 (1)、(10) 和 (11) 式,得到水体的荷载和质量所引起的地基岩石介质的静力学形变总效应为:

$$I_1 = (1 + \alpha + n)D \quad (12)$$

## 4. 直接效应和间接效应的定量关系

下面给出三个比例关系  $E/D = \alpha$ ,  $N/D = n$  和  $E/N = \alpha/n$  的具体数值。表 1 给出

表 1  $\lambda = 1.1\mu$  时,不同  $\mu$  值下的  $\alpha$ 、 $n$  值表

$\mu (\times 10^{11} \text{ 达因/} (\text{厘米})^2)$	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$	5.6	4.2	3.4	2.8	2.4	2.1	1.9	1.7
$-n$	1.4	1.0	0.8	0.7	0.6	0.5	0.46	0.42

了当取  $\lambda = 1.1\mu$  时,对于不同的  $\mu$  值的  $\alpha$  和  $n$  的值.

注意,  $\alpha$  和  $n$  都是  $\mu$  的函数,而  $E/N = \alpha/n = -\sigma g/\pi\eta G\rho a_0 = -4.06$  与  $\mu$  值无关. 这说明 Boussinesq 弹性形变与其所引起的重力等位面的形变之比近似地为 4 比(-1). 我们看到在文献[8]中得到的结果实际上为表 1 中  $\mu = 7.0 \times 10^{11}$  达因/(厘米)<sup>2</sup> 的情形, A. Zeman 所取的  $n = -0.5$  的经验值与本文计算的理论值  $n = -0.6$  二者基本上是一致的.

### 三、用水准测量的地面垂直形变资料确定丹江水库区地基的 Lamé 弹性常数

丹江水库于 1967 年 12 月建成并蓄水. 蓄水前到蓄水后的 1973 年底,在库区进行了

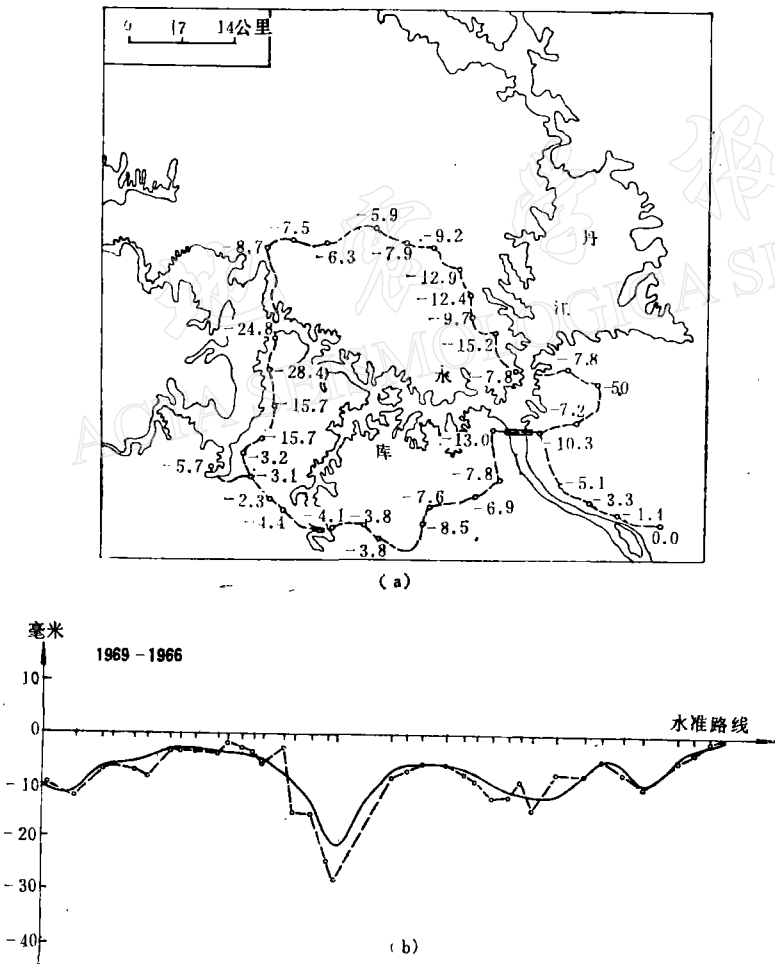


图 1

- (a) 水库形状,水准路线位置以及 1969 年 10 到 12 月相对于蓄水前的 1967 年的地面垂直形变  
(b) 确定 Lamé 弹性常数  $\mu$  的拟合结果,标准误差  $\varepsilon = 1.9$ ,  $\mu = 3.4 \times 10^{11}$  达因/(厘米)<sup>2</sup> (取  $\lambda = 1.1\mu$ ). 虚线为水准路线,实线为拟合曲线

四次一等精密水准测量,测量的时间是:(1)1966年9月到1967年2月,(2)1969年10月到同年12月,(3)1970年9月到同年12月以及(4)1973年9月到同年11月。水准环线的位置和测量结果参见文献[3],见图1(a)和图2(a)。

假设水准测量是无误差的,采用二中的总效应模型,使用网格尝试法,进行最佳拟合以确定地基岩石介质的Lame弹性常数 $\mu$ 。在具体进行反演时,选取离水库中心最远的点为静止参考点,在该点取理论计算的地面下降为0.5mm。图1(b)给出了一个最佳拟合结果,拟合的标准误差 $\varepsilon = 1.9$ ,Lame常数 $\mu = 3.4 \times 10^{11}$ 达因/(厘米)<sup>2</sup>(取 $\lambda = 1.1\mu$ 时)。

还要说明,在确定Lame常数 $\mu$ 时,使用的是蓄水初期的较低水位时的地面水准测量成果,即1969年10月到12月(这时水坝前的平均水深为50米)相对于蓄水前的1967年的地面垂直形变。因为这时蓄水时间较短,库区的地震活动十分微弱,与蓄水前相比没有明显增加。地基岩石介质没有发生可觉察的扩容,地基形变主要是水体质量荷载引起的静力学形变效应。这样所得到的Lame弹性常数比较接近正常情况下岩石介质的实际弹性状态。

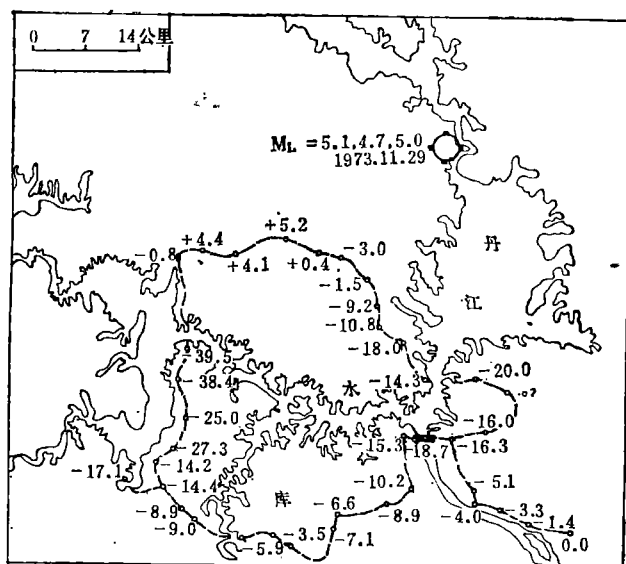
#### 四、从库区地面垂直形变提取地震信息

库区的微震活动从蓄水后的第三年开始逐渐增多,随着水位的不断提高,地震活动的频度和强度都明显地增加。同时地表垂直形变也明显加大,而且某些水准点出现了反常隆起。1973年11月29日在水库边缘的河南淅川宋湾发生了 $M_L = 5.1$ 、4.7和5.0级的地震群。有关这次震群的研究参见作者的文章[4]。

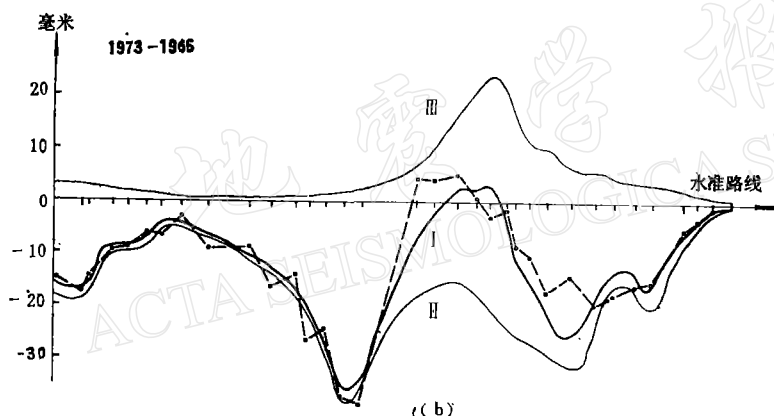
主震发生前进行了水准复测,所得的结果(1973年10月到11月相对于1967年蓄水前)示于图2(a)。在这种情况下,地面垂直形变不只是由于水体质量荷载的静力学效应,还由于地基岩石介质的扩容效应。为了正确地进行最佳拟合,必须同时考虑上述两种效应。我们采用复合Mogi<sup>[11]</sup>模型处理扩容所引起的地面隆起形变。假设地面隆起是由半空间中大量相互独立的球形微裂缝所引起的,这些微裂缝取正态分布,在水平方向上的标准误差为 $\delta_r$ ,垂直方向上的标准误差为 $\delta_z$ 。当 $(\delta_r^2 - \delta_z^2)/D^2 \ll 1$ 时, $D$ 为扩容中心的深度,地面垂直隆起为:

$$H = \frac{\sigma}{2\mu\eta} \frac{D}{(r_0^2 + D^2)^{3/2}} (b^3 \Delta p) \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{\delta_r^2 - \delta_z^2}{D^2} \frac{r^2(2r_0^2 + 7D^2)}{(r_0^2 + D^2)^3} + \dots \right] \quad (13)$$

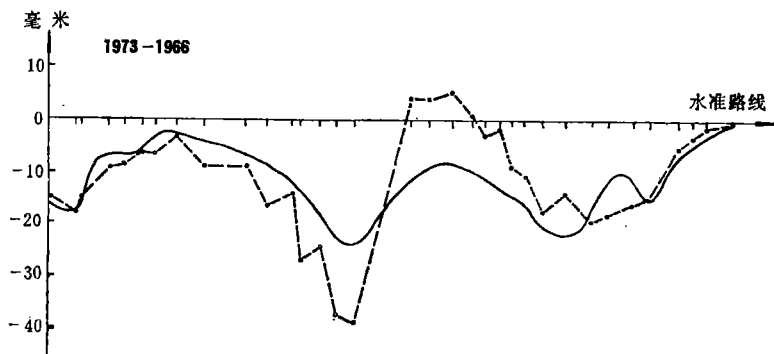
$r_0$ 为场点到扩容体中心的距离, $b$ 为扩容体的半径, $\Delta p$ 为扩容体的压强增量。当 $\delta_r = \delta_z$ 时,为一球形分布。这个模型所引起的重力变化由下述四部分组成:自由空气变化 $\delta g_0 = -\beta H$ , Bouguer变化 $\delta g_1 = 2\pi G \rho H$ , 压强增量引起的重力变化 $\delta g_2 = \frac{2\pi G \eta}{\sigma} (\rho_0 - \rho) H$ , 以及密度变化引起的重力变化 $\delta g_3 = -\frac{2\pi G \mu}{\sigma} \rho H$ 。其中 $\rho_0$ 为水的密度, $\beta = 3.08 \times 10^{-6}$ 微伽/厘米为自由空气梯度。因此,重力的总变化为 $\delta g = \sum_{i=0}^3 \delta g_i = \left( -\beta + 2\pi G \rho_0 \frac{\eta}{\sigma} \right) \cdot H$ 。类似地,由此而引起的重力等位面形变可以近似地表示为:



(a)



(b)



(c)

图 2

- (a) ——主震发生前, 1973 年相对于 1967 年的地面垂直形变
- (b) ——同时考虑水体质量荷载的静力学形变总效应和岩石介质扩容效应的拟合曲线 I, 标准误差  $s=3.6$ ,  $\mu=3.5 \times 10^{11}$  达因/(厘米)<sup>2</sup> (取  $\lambda=1.1\mu$ ), 曲线 II 和 III 分别表示水体质量荷载的静力学形变总效应和岩石介质扩容效应, 虚线为水准路线
- (c) ——只考虑水体质量荷载的静力学形变总效应的拟合结果, 标准误差  $s=7.1$ ,  $\mu=5.2 \times 10^{11}$  达因/(厘米)<sup>2</sup> (取  $\lambda=1.1\mu$ ), 虚线为水准路线

$$M = \left( -\beta + 2\pi G \rho_0 \frac{\eta}{\sigma} \right) \frac{a_0}{2g} H = mH \quad (14)$$

因此,地基岩石介质扩容引起的地面垂直隆起形变的总效应  $I_2$  为:

$$I_2 = (1 + m)H \quad (15)$$

同时考虑了水体质量荷载的静力学形变总效应和岩石介质的扩容效应,用网格尝试法,对主震发生前库区的垂直形变观测资料进行了最佳拟合. 仍取静止点的理论计算为 0.5mm. 图 2(b)给出了最佳拟合结果. 虚线为水准测量结果. 曲线 I 为同时考虑水体质量荷载的静力学形变总效应  $I_1$  (曲线 II) 和岩石介质扩容产生的隆起形变的总效应  $I_2$  (曲线 III) 的拟合曲线. 拟合的标准误差  $\varepsilon = 3.6$ , Lamé 弹性常数  $\mu = 3.5 \times 10^{11}$  达因/(厘米)<sup>2</sup> (取  $\lambda = 1.1\mu$  时), 其它参数的反演结果是: 扩容体中心深度  $d = 5$  公里, 位于实际地震震中以西 2 公里, 以及  $(b^3 \Delta p) = 3.2 \times 10^3$  公里·达因/(厘米)<sup>2</sup>.

如果把地基形变的原因只简单地归为水体质量荷载的静力学形变总效应, 不考虑岩石介质的扩容效应, 这时反演最佳拟合精度将大为降低, 而且 Lamé 弹性常数  $\mu$  则大为提高. 例如图 2(c) 给出了只考虑水体质量荷载的静力学形变总效应时的最佳拟合结果:  $\varepsilon = 7.1$ ,  $\mu = 5.2 \times 10^{11}$  达因/(厘米)<sup>2</sup> (取  $\lambda = 1.1\mu$  时). 显然, 拟合精度明显降低, 而且 Lamé 弹性常数  $\mu$ , 在表面岩石介质的情况下, 有这样大的变化, 与实际情况可能是不相符的<sup>[10]</sup>.

选取拟合时的静止参考点很重要. 一方面, 该点必须满足距离水库中心足够远; 另一方面, 它最好是远离扩容体中心. 如果该点距离扩容体中心比较近, 甚至正好位于扩容体附近, 则反演拟合将会变得非常麻烦, 而且精度也会降低. 在我们的工作中, 静止参考点满足上述两个条件.

地基形变还会受到其它地球动力学因素的影响, 不过这些效应的周期都比较大, 量级都比较小. 例如, 在同一时期, 在包括水库在内的较大范围内所进行的水准测量的结果表明, 水体质量荷载的静力学形变效应和岩石介质扩容形变效应所引起的地面垂直运动的速率大约为大范围区域构造运动所引起的地面垂直运动速率的十几倍. 因此, 除了水体质量荷载的静力学形变效应和岩石介质的扩容形变效应所引起的地面垂直形变之外, 我们不需要考虑其它任何构造运动因素的影响.

## 五、结 论

通过本文的分析研究, 可以得到下面的结论:

1. 在研究由于蓄水(或其它表面质量荷载)所引起的地面垂直形变时, 必须同时考虑水体质量荷载的直接效应和间接效应, 这对确定 Lamé 弹性常数和探索引起地面形变的原因都是完全必要的.

2. 对于发生地震的水库, 引起地面垂直形变的原因, 不只是水体质量荷载的静力学形变效应. 采用本文给出的水体质量荷载静力学形变总效应模型, 同时考虑岩石介质扩容引起的地面隆起形变总效应, 分析丹江水库区水准测量所获得的地面垂直形变资料以提取地震信息是行之有效的. 因此, 当一个水库建成蓄水后, 可以使用地面垂直形变观测资

料不断地进行地基岩石介质 Lamé 弹性常数变化和是否可能存在孕育地震的扩容中心的反演工作,从确定这些参数的过程中,寻找地震信息。或许这可能是利用地面垂直形变观测资料监视和预报水库区地震的一个途径。

3. 本文对丹江水库反演确定的孕震扩容隆起形变中心位置参数与实际地震震源位置基本吻合,这似乎表明主震的发生是由于伴以水体作用的岩石介质扩容这样一种构造因素所引起的。这使得我们对丹江水库发生地震的原因的认识更为加深了。

### 参 考 文 献

- [1] R. W. Sleight, C. C. Worrall and G. H. L. Slow, Crustal deformation resulting from the imposition of a large mass of water, *Bull. Geodesique*, 93, 245—254, 1969.
- [2] 王妙月等,新丰江水库地震的震源机制及其成因的初步探讨,地球物理学报, 19, 1, 1—17, 1976.
- [3] 吴翼麟等,汉江丹江口水库地震活动,丹江口水库诱发地震文集,地震出版社, 1980.
- [4] 高锡铭、殷志山,丹江水库的地震活动,国家地震局地震研究所;丹江口水库诱发地震文集,地震出版社, 1980.
- [5] D. I. Gough and W. I. Gough, Stress and deformation in the lithosphere near Lake Kariba, *Geophys. J. Roy. Astro. Soc.*, 21, 1, 65—78, 1970.
- [6] E. Nishimura, On Earth tides, *Trans. Am. Geoph. Un.*, 31, 3, 357—370, 1950.
- [7] P. Meichior, The tides of the planet Earth, Pergamon Press, Oxford, 1978.
- [8] A. Zeman, Lamé's elastic constants determined from the results of geodetic measurements, *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2, 107—113, 1980.
- [9] W. E. Farrell, Deformation of the earth by surface loads, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 10, 3, 761—797, 1972.
- [10] B. Gutenberg, Physics of the Earth's interior, Academic Press, New York and London, 1957.
- [11] Kyoritu Zensyo, Gravity of the Earth, Printed in Japan, 1979.

# THE TOTAL EFFECT OF THE LOAD OF WATER UPON LOCAL CRUSTAL DEFORMATION AND EARTHQUAKES OF THE DANJIANG RESERVOIR AREA

GAO XIMING

*(Institute of Seismology, State Seismological Bureau)*

## Abstract

After a reservoir was filled with water, the effect on statical deformation in the rock medium of its foundation is caused by the load of water mass. Moreover, the deformation also results from the dilatancy in the rock medium at the foci when some earthquakes occur. In this paper, these two types of deformations have been considered.

The total effect of the load of the water mass on statical deformation consists of the statical elastic deformation in rock medium resulting from the water load, the deformation of the gravitational equipotential surface caused by the water mass, and that resulting from elastic deformation. In addition, the upheaval of ground surface due to dilatancy in the rock medium occurs also at certain stages. It induces, at the same time, the variation of the Earth's gravitational field.

The results obtained from first order precise levelling prior to and after the filling of the Danjiang reservoir have been analysed based on the model mentioned above. Lamé elastic constant of rock medium has been determined and the relation between vertical deformation of ground surface and the earthquakes occurred in this area has been discussed. It is supposed that with this model, studies on the characteristics of the vertical deformation of ground surface after the filling of the reservoir, then, may be possible to acquire certain information for earthquake predication in the area.