

由重力和温度变化引起的地壳水平应力

张小平 邵建国

(中国地质科学院地质力学研究所)

摘 要

考虑到地壳的三维不均一性,将重力(包括引力和离心惯性力)和温度作用作为载荷,采用三维有限元法计算了地壳应力场。计算结果表明:(1)地壳水平应力以压应力占主导地位;(2)纬向水平应力与深度成正比,与纬度无关;(3)经向水平应力与深度成正比,与纬度成反比;(4)水平应力的各向异性程度随纬度的增大而减小;(5)地壳上部广泛存在着高水平应力。

关键词 地壳水平应力;有限元方法;三维模型;重力;温度应力

一、引言

1979年,国际大地测量地球物理联合会和国际地质科学联合会提出了国际固体地球研究规划:《岩石圈——八十年代国际地球科学的新领域》。这个文件对我们所了解的地应力方面的知识是这样评介的:“虽然应力场对构造活动过程有明显的重要性,但目前对地球内部的应力状态还知道得很少,特别是对构造活动区的绝对应力值幅度及应力的空间变化更是这样”^[1]。六年多来,尽管地应力方面取得了大量的成果,但对全球绝对应力值,及其空间变化的一般规律,仍缺乏足够的认识。

地壳构造及物理参数的复杂性,导致地壳应力场的数学模拟只能用象有限单元法等一些近似数值技术进行分析。我们采用三维有限元法计算了全球应力场。在计算时,假定组成地壳的物质是线弹性材料。计算结果包括全球尺度上水平应力和垂直应力的空间变化规律。限于篇幅,本文仅报道水平应力的空间变化这一部分内容^[1]。

二、方法和模型简述

有限元方法及实施细则已被详细研究^[2,3],恕不赘述。图1给出了全球地壳应力场有限元计算所采用的几何模型及材料,即地质构造单元的类型。整个地壳被划分成七种地质构造单元:大陆、大洋、高原、洋中脊、转换断层(包括碰撞带)、海沟(即俯冲带)和三联点等。后四种单元实际上就是板块边界。板块边界倾角假定为 45° (海沟处)或 90° (洋中脊和转换断层处)。地壳厚度假定为40km,并被分成上下两层,上层深0—10km,下层

本文1986年7月28日收到,1987年10月12日收到修改稿。

1) 国家地震局地质研究所译,《岩石圈——八十年代地球科学的新领域》,中国地质学会,1981。

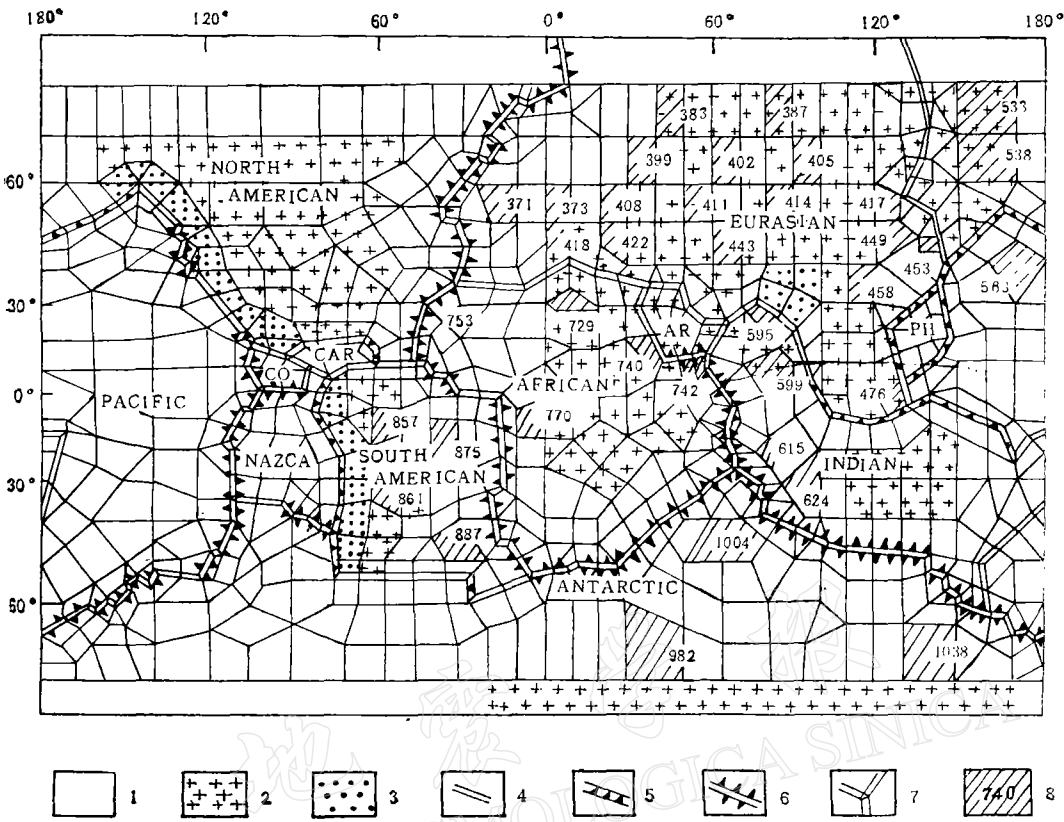


图1 本文计算所用的地质构造单元及有限元网格划分(地表)

1.大洋; 2.大陆; 3.高原; 4.转换断层; 5.海沟; 6.洋中脊; 7.三联点; 8.本文讨论所用的单元位置及单元号 AFRICAN——非洲板块, ANTARCTIC——南极板块, AR——阿拉伯板块, CAR——加勒比板块, CO——科科斯板块, EURASIAN——欧亚板块, INDIAN——印度板块, NAZCA——纳斯卡板块, NORTH AMERICAN——北美板块, PACIFIC——太平洋板块, PH——菲律宾板块, SOUTH AMERICAN——南美板块[板块边界均取为 0.2° (地理经纬度),图中有所夸大]

表1 本文计算所用参数

地质构造单元	深度		0—10km			10km		10—40km			40km	
	物理性质		ρ	E	μ	t	α	ρ	E	μ	t	α
			(kg/m^3)	($10^9\text{N}/\text{m}^2$)		($^{\circ}\text{C}$)	($10^{-5}/^{\circ}\text{C}^{-1}$)	(kg/m^3)	($10^9\text{N}/\text{m}^2$)		($^{\circ}\text{C}$)	($10^{-5}/^{\circ}\text{C}^{-1}$)
大洋			2840	99.56	0.260	136	1.4	3385	93.34	0.300	800	1.4
洋中脊			2840	4.978	0.260	272	1.4	3385	4.667	0.300	1100	1.4
转换断层			2840	9.956	0.260	272	1.4	3385	9.334	0.300	1100	1.4
三联点			2840	2.489	0.260	272	1.4	3385	2.335	0.300	1100	1.4
海沟			2900	4.978	0.260	69	1.4	3500	177.3	0.264	600	1.4
高原			2740	862.5	0.249	300	1.4	2870	971.6	0.249	1266	1.4
大陆			2740	86.25	0.249	150	1.4	2870	97.16	0.249	578	1.4

注：地表处各节点的温度均取为 0°C 。

深10—40km, 边界条件取地壳顶部为自由面, 地壳底部位移全部被约束。施加载荷为

重力和温度变化。重力载荷由引力和离心惯性力组成,它们通过静力等效原则转换成节点载荷。

各地质构造单元材料参数见表 1^[1]。表中, ρ 为岩石密度, E 为弹性模量, μ 为泊松比, t 为节点温度, α 为热膨胀系数。

三、计算结果

抽取了属于 74 个单元[(25 × 2)个大陆单元,(12 × 2)个大洋单元]的 111 个点的水平应力值。这些单元的位置已标绘在图 1 中。其结果表示于图 2—5。根据这些结果,我们将论述地壳水平应力的空间变化规律。所有给出的方程式都是采用最小二乘法求得的。规定张应力为负值,压应力为正值。

1. 同一深度上水平应力的特征

深度为 2, 10 和 25km 处的纬向水平应力 σ_θ 和经向水平应力 σ_ϕ 的大小及它们随纬度的变化见图 2 和图 3。从中,我们可以得到以下四点:

(1) 绝大部分的应力值大于零,说明地壳水平应力通常是压应力状态,这一点对大陆

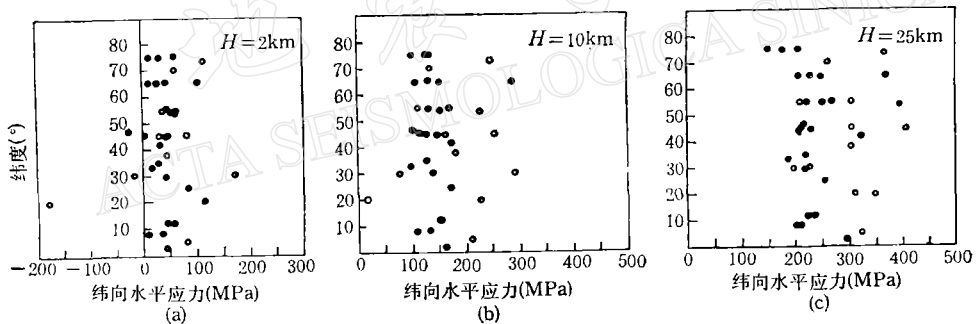


图 2 纬向水平应力随纬度的变化

(a)——深 2km 处; (b)——深 10km 处; (c)——深 25km 处 (空心圈为大洋单元, 实心圈为大陆单元)

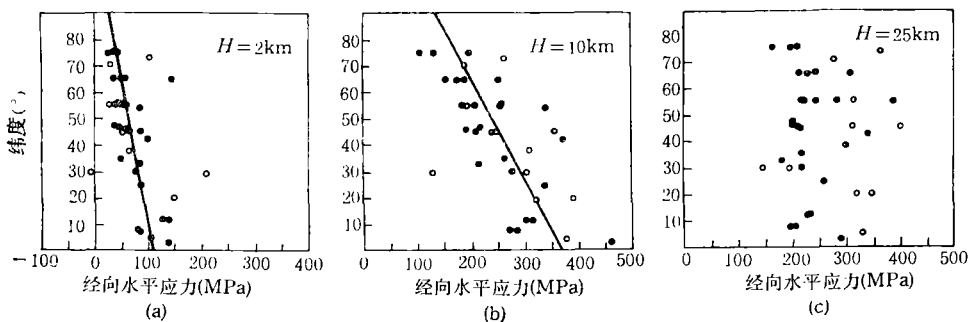


图 3 经向水平应力随纬度的变化

(a)——深 2km 处; (b)——深 10km 处; (c)——深 25km 处 (空心圈为大洋单元, 实心圈为大陆单元)

和大洋单元均适用。

(2) 2km 深处 σ_θ , σ_ϕ 的平均值 $\bar{\sigma}_\theta$ 和 $\bar{\sigma}_\phi$ (平均值是 σ_θ 或 σ_ϕ 的频率累积曲线 50% 位置处的数值,不用简单的算术平均值的目的是减少个别离群值引起的误差,下同)分别是 43 和 53MPa。根据侧向约束理论[参见下文式(12)或(13)]计算得到的水平应力的平均值 $\bar{\sigma}_h$ 为 18.4MPa (计算时所选择的参数同表 1, 平均值按 25 个大陆单元加 12 个大洋单元求得,下同),亦即 $\bar{\sigma}_\theta$, $\bar{\sigma}_\phi$ 比 $\bar{\sigma}_h$ 大 1—2 倍。10km 深处 $\bar{\sigma}_\theta$, $\bar{\sigma}_\phi$ 和 $\bar{\sigma}_h$ 分别是 135, 235 和 91.9MPa。25km 深处 $\bar{\sigma}_\theta$, $\bar{\sigma}_\phi$ 和 $\bar{\sigma}_h$ 分别是 225, 220 和 255MPa。

(3) 纬向水平应力在三个深度上均与纬度无关。经向水平应力在深 2 和 10km 处均与纬度有关,并随纬度的减小即从两极到赤道而增大,线性回归方程为

$$H = 2\text{km} \quad \sigma_\phi = 109.14 - 0.88\phi \quad r = -0.40 \quad s = 45.02 \quad n = 37 \quad (1)$$

$$H = 10\text{km} \quad \sigma_\phi = 366.68 - 2.59\phi \quad r = -0.69 \quad s = 59.91 \quad n = 37 \quad (2)$$

式中,经向水平应力 σ_ϕ 的单位为 MPa, 纬度 ϕ 的单位为度, r 为相关系数, s 为剩余标准差, n 为数据数。在深 25km 处, 经向水平应力没有显示出随纬度的变化而有规律的变化。

(4) 就同一深度同一纬度但不同地质构造单元而言, 水平应力值有一定的差异。一般说来,大陆单元的水平应力小于大洋单元的水平应力。例如, 10km 深处大陆和大洋单元 σ_θ 的算术平均值分别为 143 和 172MPa, σ_ϕ 的算术平均值分别为 204 和 247MPa。

2. 水平应力随深度的变化

一般来说,纬向水平应力 σ_θ 是随深度 H 的增加而增大的(图4),线性回归方程为:

$$H \leq 10\text{km} \quad \sigma_\theta = 18.97 + 13.37H \quad r = 0.69 \quad s = 57.46 \quad n = 74 \quad (3)$$

$$H \leq 25\text{km} \quad \sigma_\theta = 42.21 + 8.87H \quad r = 0.81 \quad s = 61.49 \quad n = 111 \quad (4)$$

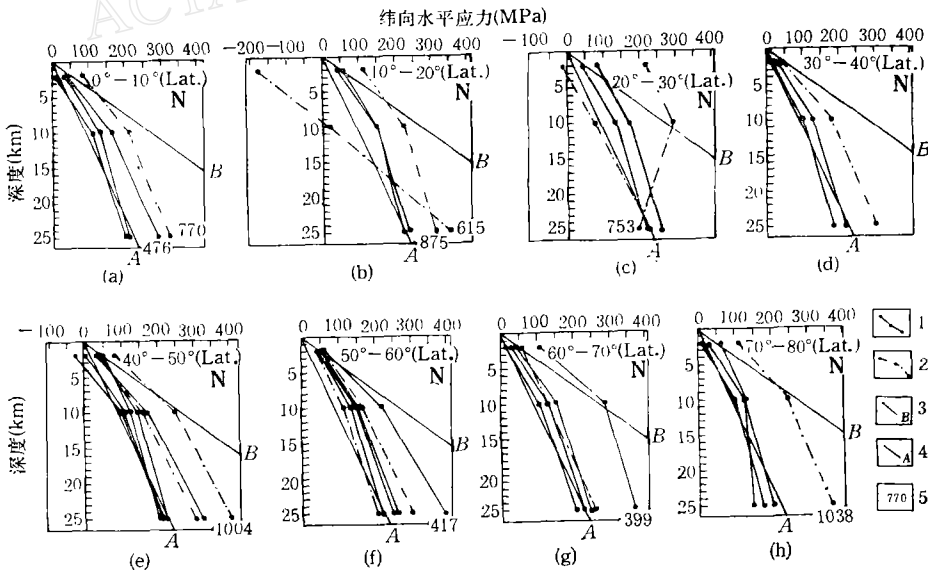


图4 纬向水平应力与深度的关系

1.大陆; 2.大洋; 3.海姆法则预测的垂直应力, $\sigma_v = 27H$; 4.侧向约束理论预测的水平应力, $\sigma_h = 9H$; 5.单元号

式中, σ_θ 的单位为 MPa, H 的单位为 km, r , s 和 n 的含义同式(1).

图 5 为经向水平应力 σ_ϕ 随深度的变化. 在 $H \leq 10\text{km}$ 时, σ_ϕ 随 H 的增加而增大, 线性回归方程为:

$$H \leq 10\text{km} \quad \sigma_\phi = 25.38 + 23.08H \quad r = 0.81 \quad s = 67.03 \quad n = 74 \quad (5)$$

这里, σ_ϕ 的单位是 MPa, H 的单位是 km, 其余符号同式(1). 进一步考察不同纬度地区 σ_ϕ 与 H 的关系, 我们有:

$$H \leq 10\text{km} \quad \text{纬度 } 0^\circ - 20^\circ \quad \sigma_\phi = 38.89 + 29.95H \quad r = 0.89 \quad s = 63.94 \quad n = 16 \quad (6)$$

$$21^\circ - 40^\circ \quad \sigma_\phi = 35.96 + 23.88H \quad r = 0.84 \quad s = 67.79 \quad n = 14 \quad (7)$$

$$41^\circ - 60^\circ \quad \sigma_\phi = 10.38 + 23.74H \quad r = 0.89 \quad s = 49.30 \quad n = 26 \quad (8)$$

$$61^\circ - 80^\circ \quad \sigma_\phi = 26.80 + 15.39H \quad r = 0.82 \quad s = 45.30 \quad n = 18 \quad (9)$$

在 $H \leq 25\text{km}$ 时, 不同纬度地区经向水平应力与深度的关系是不同的. 高纬度地区 σ_ϕ 是随着深度的增加而增大, 亦即 $\sigma_\phi(H = 25\text{km}) > \sigma_\phi(H = 10\text{km}) > \sigma_\phi(H = 2\text{km})$; 中纬度地区, $\sigma_\phi(H = 25\text{km}) \cong \sigma_\phi(H = 10\text{km}) > \sigma_\phi(H = 2\text{km})$; 低纬度地区, $\sigma_\phi(H = 10\text{km}) > \sigma_\phi(H = 25\text{km}) > \sigma_\phi(H = 2\text{km})$.

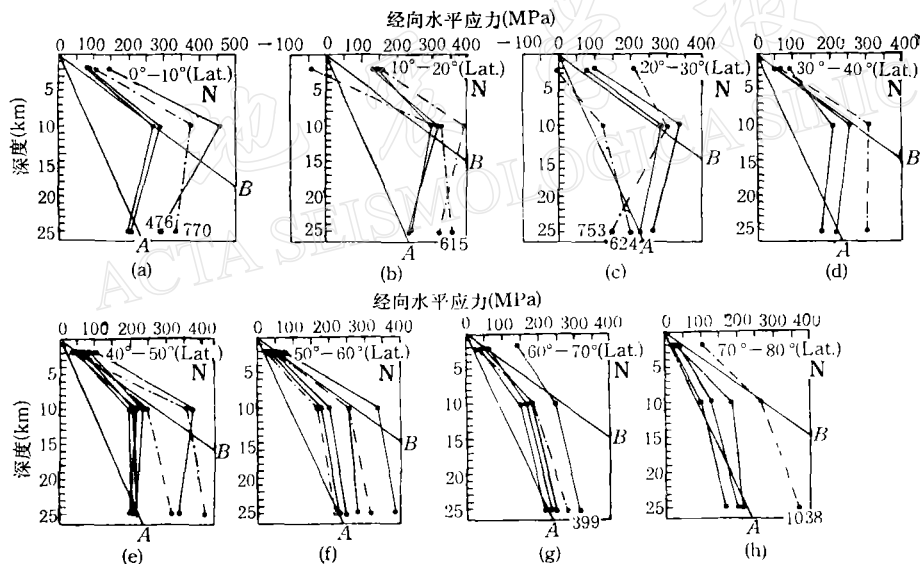


图 5 经向水平应力与深度的关系
(图例同图 4).

3. 两个水平应力之间的比值

最小水平应力与最大水平应力之间的比值 k 反映水平应力的各向异性. 比值 k 越小, 各向异性越显著; k 越大, 各向异性越不显著. 在此, 我们取 σ_θ , σ_ϕ 中较大的一个为最大水平应力 $\sigma_{h\max}$, 较小的一个为最小水平应力 $\sigma_{h\min}$, 并设 $k = \sigma_{h\min}/\sigma_{h\max}$.

从图 6 可知, 比值 $\sigma_\theta/\sigma_\phi$ 为 0.1—4, k 为 0.1—1. 深 2 和 10km 处的 k 值变化范围较大, 并显示出随纬度的增大而增大的趋势, 从低纬度地区的 0.3—0.4 到两极地区近于 1. 深 25km 处 k 值为 0.7—1, 一般为 0.9—1.

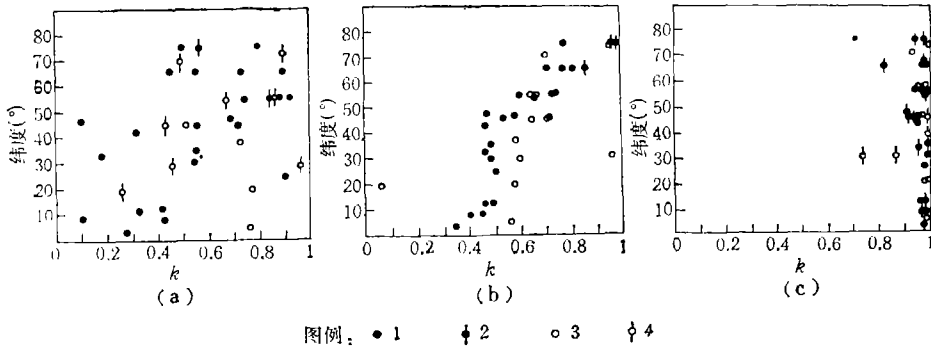


图 6 $k(k = \sigma_{hmin}/\sigma_{hmax})$ 随纬度的变化。假设 $\sigma_\theta, \sigma_\phi$ 分别为 $\sigma_{hmin}, \sigma_{hmax}$ 或 $\sigma_{hmax}, \sigma_{hmin}$
 1. $\sigma_\theta < \sigma_\phi$, 大陆单元; 2. $\sigma_\theta > \sigma_\phi$, 大陆单元; 3. $\sigma_\theta < \sigma_\phi$, 大洋单元; 4. $\sigma_\theta > \sigma_\phi$, 大洋单元
 (a)——深 2km 处; (b)——深 10km 处; (c)——深 25km 处

假设 $\sigma_\theta, \sigma_\phi$ 为两个水平主应力, 那么, 比值 $\sigma_\theta/\sigma_\phi$ 随着深度的变化从小于 1 到大于 1, 或从大于 1 到小于 1, 暗示最大水平主应力的方向随着深度的变化已旋转 90° 。

四、计算结果解释与讨论

以上介绍了三维有限元计算得到的地壳水平应力的概况。下面我们将通过与现有事实的比较对某些结果的合理性作出解释。

第一个问题是为什么同一深度上的经向水平应力随纬度的减小而增大? 在前面, 我们已经提到计算时的载荷包括引力、离心惯性力和温度变化。其中, 离心惯性力 F 是唯一与纬度有关的载荷:

$$F = mR \cos \phi \cdot \omega^2 \quad (10)$$

这里, m 是单元质量, R 是地球半径, ϕ 是纬度, ω 为地球自转角速度。式(10)表明, 离心惯性力是随着纬度的减小而增大的, 两极最小, 赤道最大。因此, 经向水平应力随纬度的减小而增大, 与离心惯性力有关。

第二个问题是水平应力如何随深度的变化而变化? 按照传统的认识, 地壳水平应力是由上覆岩重引起的, 并受横向变形制约^[4], 即:

$$\sigma_x = \sigma_y = \lambda \sigma_z \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad \sigma_z = \rho g H$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \rho g H \quad (12)$$

这里, σ_x, σ_y 为水平应力, σ_z 为垂直应力, λ 为侧向约束系数, μ 为泊松比, ρ 为岩石密度, g 为重力加速度, H 为深度。若 $\rho = 2.70 \text{ g/cm}^3$, $\mu = 0.25$, $\sigma_\theta = \sigma_x$, $\sigma_\phi = \sigma_y$, $\sigma_v = \sigma_z$, 则有:

$$\sigma_\theta = \sigma_\phi = \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_v = \frac{1}{3} \sigma_v = 9H \quad (13)$$

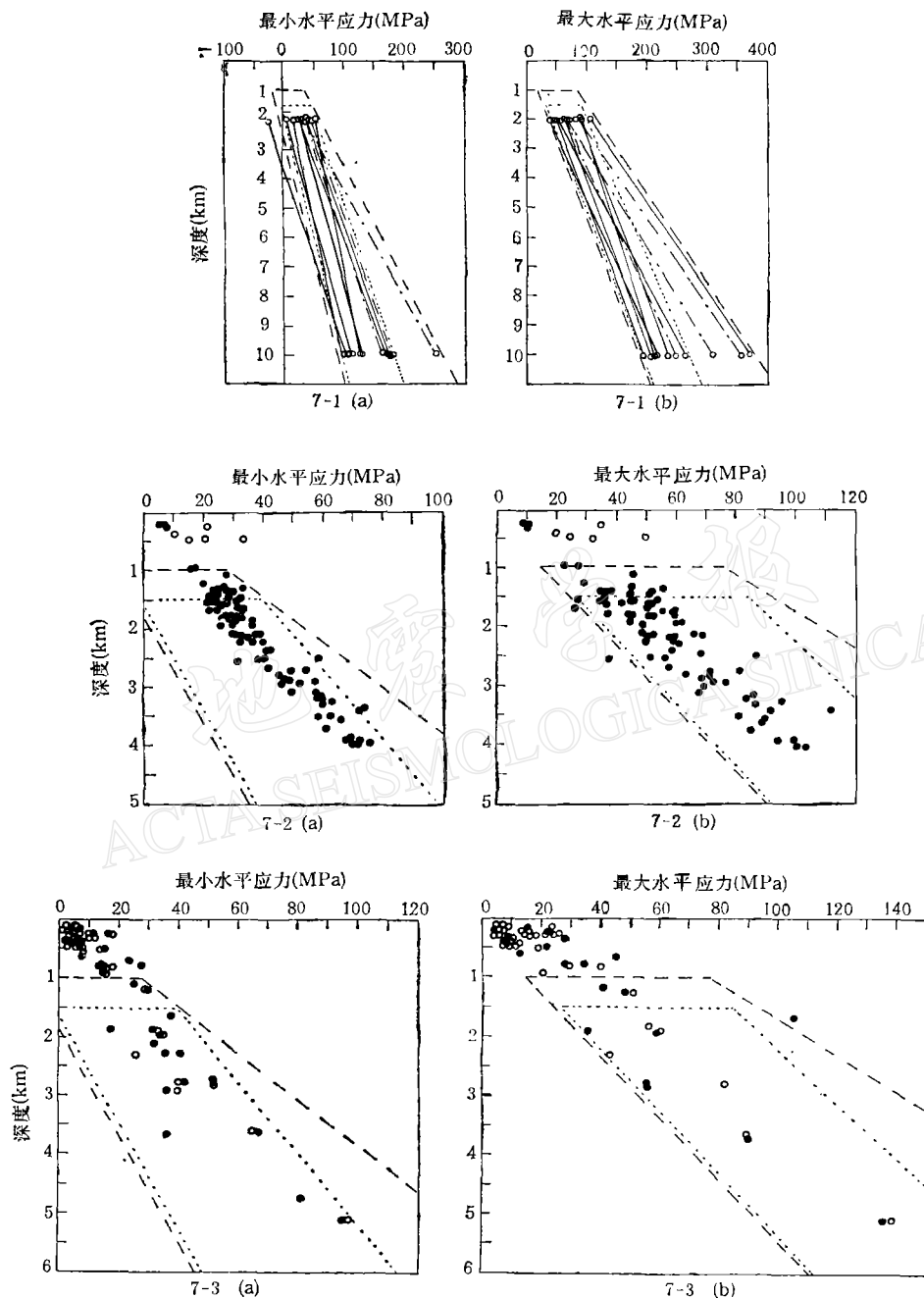


图 7 水平应力随深度的变化

7-1 三有限元计算得到的最小水平应力、最大水平应力随深度的变化[纬度为 30° — 50° 。实线为大陆单元,虚线为大洋单元,虚线框包括所有点的应力范围(个别特例点除外),点线框示大陆单元应力的主要变化范围] 7-2 中国境内北纬 30° — 50° 之间原地应力测量得到的最小水平应力、最大水平应力随深度的变化及与本文计算结果的比较(空心圈为应力解除法测定值,金属矿区据文献[11];实心圈为油田水井水压致裂法测定值,据文献[12,13,14];虚线框、点线框同图 7-1) 7-3 美国境内北纬 30° — 50° 之间原地应力测量得到的最小水平应力、最大水平应力随深度的变化及与本文计算结果的比较(空心圈为水压致裂法测定值,据文献[15];实心圈为水压致裂法和应力解除法测定值,据文献[4]。虚线框和点线框同图 7-1)

这里, σ_θ 和 σ_ϕ 的单位是 MPa, H 的单位是 km. 在世界各地的原地应力测量证实^[4-8], 式(12)或(13)在地壳浅部是不成立的. 本文计算结果也证实, 此理论在上部地壳范围内是不成立的.

简单的计算表明, 式(12)假设的主要条件包括材料为线弹性介质以及水平方向的应变为零. 本文计算得到的 25km 深处(下层实体单元体心位置)的水平应力与式(12)预测值一致, 且 σ_θ 与 σ_ϕ 几乎相等, 就是由于假设 40km 深处(下层实体单元底面)的位移被全部约束引起的. 也正是由于这一假设, 导致 25km 深处的 σ_ϕ 与纬度无关. 考虑到水平应力的多源性, 地壳底部水平应力具有一定的位移量, 以及粘滞性地幔对下部地壳的应力增强作用^[9], 我们认为, 25km 深处的水平应力将比本次计算值要大(指平均值), 尤其是中、低纬度地区的经向水平应力, Liu (1977, 1978)^[10] 曾假定地壳是弹性壳层, 地幔是具有牛顿粘滞性的层状粘性流体, 利用 $13 \leq n \leq 25$ 阶球谐函数导出了太平洋、非洲和亚洲地区地幔对流产生的壳下应力场, 并指出, 由于地幔对流产生的壳下压应力和张应力的量级为 10MPa.

为了确定本次计算结果与实际资料的吻合程度, 收集了美国和中国(纬度 $30^\circ-50^\circ$)的原地应力测量结果. 选择美国和中国是因为前者的地应力测量数据非常丰富, 而且不少数据是在较深处得到的; 后者则有大量的油井水压致裂资料. 图 7-1 为本文计算得到的深度为 10km 以内, 纬度 $30^\circ-50^\circ$ 之间, 大陆和大洋单元的最大水平应力($\sigma_\theta, \sigma_\phi$ 中较大的一个)和最小水平应力($\sigma_\theta, \sigma_\phi$ 中较小的一个)随深度的变化. 图 7-2 是中国境内水平应力随深度的变化, 这些数据除极少数几个是在金属矿区用应力解除法得到的外, 其余均是在油田地区采用油井水压致裂法得到的. 图 7-3 为美国境内水平应力随深度的变化, 这些数据大多是用水压致裂技术得到的, 分别取自 McGarr 等(1978)^[4] 和 Haimson (1978)^[15] 的汇编, 由于两种汇编方法有些差异, 故本文同时采用, 其中不少数据实为同一次测量结果. 一般认为, 水压致裂法得到的最小水平应力的误差为 10%, 最大水平应力的误差可达 25%^[16]. 显而易见, 图 7-1, 7-2 和 7-3 是非常一致的.

Vetter 和 Ryall (1983)^[17] 从地应力测量结果、岩石力学实验和地震学研究, 估计美国大盆地西部地区深 10km 处最小水平应力为 140 ± 10 MPa, 最大水平应力为 270MPa.

假定地球是连续的均匀弹性球体, 由重力(不包括离心惯性力)产生的水平应力在地壳范围内约为 10^5 MPa^[18].

五、结 语

对全球应力场的三维有限元计算的结果是比较令人鼓舞的. 这些结果再次提醒我们, 对地壳应力场的分析必须从三维角度考虑. 三维(如再加上时间, 则为四维)有限元计算也许最终能解决诸如: 地幔对流是否存在、地壳运动的主导性、地震与地应力的关系等一系列重大问题.

本文得到潘立宙教授的指导, 在计算中得到五机部计算中心任小鹤同志的大力帮助(计算采用 SAP6 通用程序). 谨致谢忱.

参 考 文 献

- [1] Zhang Xiaoping and Shao Jianguo, Three-dimensional finite element analysis of crustal stress field on a global scale, *Proceedings of the International Symposium on Rock Stress and Rock Stress Measurements*, Stockholm, 1986, 139—148.
- [2] Cook, R. D., *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 27—109, 1974, John Wiley.
- [3] 张允真、曹新富, 弹性力学及其有限元法, 473—607, 1983, 中国铁道出版社.
- [4] McGarr, A. and N. C. Gay, State of stress in the earth's crust, *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, 1978, **6**, 405—436.
- [5] Hast, N., The state of stress in the upper parts of the earth's crust, *Tectonophysics*, 1969, **8**, 169—211.
- [6] Lindner, E. N. and J. A. Halpern, In-situ stress in North America: A compilation, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 1978, **15**, 183—203.
- [7] A. B. 裴伟等, 国家地震局地震地质大队情报资料室译, 地壳应力状态, 1—102, 1978, 地震出版社.
- [8] Brown, E. T. and E. Hoek, Trends in relationships between measured in situ stresses and depth, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 1978, **15**, 211—215.
- [9] Bott, M. H. P. and J. N. Kuznir, The origin of tectonic stress in the lithosphere, *Tectonophysics*, 1984, **105**, 1—13.
- [10] Liu, H. S., Mantle convection pattern and subcrustal stress field under Asia, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1978, **16**, 247—256.
- [11] 廖椿庭等, 金川矿区应力测量与构造应力场, 29—35, 1985, 地质出版社.
- [12] 丁健民、梁国平、唐山、天津和沧州地区的油井水力压裂应力测量, *地震学报*, 1985, **7**, 361—373.
- [13] 丁健民、梁国平、郭启良, 山东渤海沿岸地区深部应力测量——主应力大小的测定, *地震学刊*, 1986, **2**, 1—8.
- [14] 刘建中、李自强, 从水压致裂结果讨论华北地区构造应力场, *地震地质*, 1986, **8**, 1, 75—81.
- [15] Haimson, B. C., Crustal stress in the continental United States as derived from hydrofracturing tests, In: Heacock, J. G. (editor), *The Earth's Crust—Its Nature and Physical Properties*, *Geophysical Monograph*, 1977, **20**, 576—592.
- [16] 陈家庚、曹新玲、李自强, 水压致裂法测定华北地下深部应力, *地震学报*, 1982, **4**, 350—361.
- [17] Vetter, U. R. and A. S. Ryall, Systematic change of focal mechanism with depth in the Western Great Basin, *J. Geophys. Res.*, 1983, **88**, B10, 8237—8250.
- [18] 钱伟长、叶开源, 弹性力学, 335—336, 1980, 科学出版社.

HORIZONTAL STRESSES IN THE EARTH'S CRUST CAUSED BY GRAVITY AND TEMPERATURE EFFECT

ZHANG XIAOPING AND SHAO JIANGUO

(*Institute of Geomechanics, Chinese Academy of Geological Sciences*)

Abstract

Considering the three-dimensional inhomogeneity of the earth's crust, three dimensional finite element method is applied to an analysis of the earth's crustal stress field, gravity (including gravitation and centrifugal force) and temperature effect being taken for the external load. Results:

- (1) The crust is absolutely dominated by compressive stress;
- (2) The latitudinal horizontal stress increases with increase in depth, and is independent of latitude;
- (3) The longitudinal horizontal stress oncreases with increase in depth, and decreases with increase in latitude at the same depth;
- (4) The degree of anisotropy of horizontal stress decreases with increase of latitude;
- (5) In the surficial and upper layers of the crust, high horizontal stress is widespread.