

故障率理论在地震预报中的应用*

黄世奇 林纪曾
(广东省地震局)

摘要

本文把可靠性理论中故障率的概念引用于地震预报,建立了一族新的可靠函数

$$w_1(t) = \exp[-\lambda t^\alpha \cdot e^{c \cdot \sin(\omega t + \varphi)}].$$

新可靠函数具有如下功能:

1. 其参数 α 可作为判别各地震活动期(大释放期、剩余释放期及积累期)的数值判据: 当 $\alpha < 1$ 时为剩余释放期, 当 $\alpha = 1$ 时为积累期, 当 $\alpha > 1$ 时为大释放期。
2. 其故障率函数能较好地描述各活动期内地震活动的起伏变化, 并能进一步判断其地震活动的高低。
3. 当 $c = 0$ 时, 新可靠函数退化为怀布尔(Weibull, W)可靠函数, 即后者是前者的一个特殊情形。

用新的可靠函数对唐山 7.8 级地震、新丰江 6.1 级地震、滇东地震带及东南沿海地震带作了分析, 效果较好。

一、引言

基于下述两点, 我们把故障率的概念引用于地震预报:

1. 地震的三个活动期与元件三类故障的类比关系

地震是一个能量积累和释放的过程, 地震带内的地震活动在时间上存在着相对平静和显著活动交替出现的现象。在相对平静时期, 以积累应变能为主, 虽也发生一些地震, 但频度低, 强度小。而在显著活动时期, 则地震频度高, 强度大。地震活动的这种从一个高潮到另一个高潮之间的全过程, 可粗略地分成三个阶段, 即主震后的剩余释放期, 应变能积累期及大释放期。不同的活动期具有不同的地震活动性。在剩余释放期, 地震活动的趋势是逐步衰减的; 在应变能积累期, 地震活动保持在一个较低的水平上作随机起伏的变化; 而在大释放期, 其趋势是地震活动不断加强, 主震发生在此活动期的末尾, 是地震带最危险的时期。

在可靠性理论中, 元件发生故障也象地震一样要积累一定的破坏能量。一般说来, 故障可分成三类: 初始故障, 它们出现在工作开始阶段, 在此阶段中, 故障率从较高值下降; 随机故障, 它们出现在正常工作阶段, 故障率基本上为一常数; 衰老故障, 出现在工作后

* 1979年7月16日收到。

期,其故障率不断上升.典型的故障率曲线示于图1,图中的A段为初始故障,B段为随机故障,C段为衰老故障.

如果把地震各活动期按剩余释放期、能量积累期及大释放期这一顺序排列,则地震各

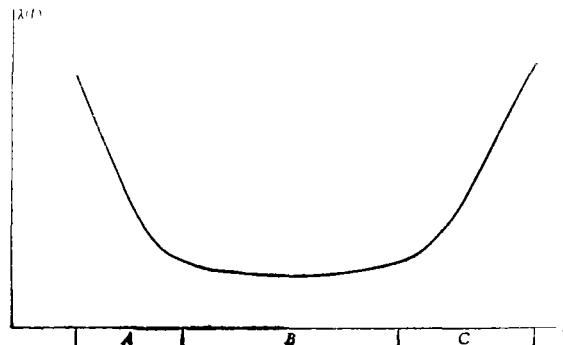


图1 三类故障的典型故障率曲线

活动期可以按顺序分别与元件的三类故障相类比:初始故障阶段中故障率的下降类似于剩余释放期中地震活动的逐步衰减,随机故障阶段中故障的随机出现类似于积累期中地震活动的随机起伏,衰老故障阶段中故障率的上升类似于大释放期中地震危险性的增高.若用故障率来表示各活动期内地震活动性的趋势,则其图形与图1相类似.

2. 故障率可作为地震活动性的一种度量

在可靠性理论中,故障率由下式定义:

$$\lambda(t) = \frac{1}{1 - F(t)} \cdot \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{1}{w(t)} \cdot \frac{dw(t)}{dt} \quad (1)$$

式中, $F(t)$ 为所考虑对象之寿命分布函数,而

$$w(t) = 1 - F(t) \quad (2)$$

称为可靠函数.

由于 $\frac{dw(t)}{dt}$ 是可靠函数的变化速度,根据(1)式, $-\lambda(t)$ 可看作是可靠函数相对的变化速度(相对于 $w(t)$).就地震活动性而言, $-\lambda(t)$ 是不发生地震的概率函数相对的变化速度,故 $\lambda(t)$ 可作为地震活动性高、低的一种度量.

由于故障率用可靠函数来定义,因此,我们转而介绍新可靠函数.

二、新可靠函数及其特征

如引言中1节所述,在不同的活动期内,地震活动性是不同的,特别是在大释放期,主震发生在此活动期的末尾,地震危险性最大.因此,如何识别地震的各活动期,对地震的危险性的估计具有重要意义.人为地确定一个标准以判别各地震活动期,显然带有很大的主观性,且各地区地震活动的强度和规律不同,这一标准也难于建立.

为解决这一问题,我们引用故障率的概念,建立了一族新的可靠函数,并从而得到一个简明的客观地判别地震各活动期的数值判据.同时,根据新可靠函数的故障率函数,还可以进一步研究各活动期内地震活动的起伏变化并判断其活动性的高低.

现分述如下:

1. 新可靠函数

如引言中2节所述,故障率可作为地震活动性的一种度量.采用故障率这一概念的

好处在于可直接应用可靠性理论中某些已有的成果。例如: 在可靠性理论中, 若某些元件的故障率可用怀布尔故障率函数 $\lambda(t) = \alpha \lambda t^{\alpha-1}$ 表示, 则当参数 α 改变时, 表示元件发生故障的原因发生改变。这点若应用于地震, 则当地震的故障率函数中的参数 α 改变时, 表示致震原因在量或质上发生了变化。如果这种推测得以证实, 那么, 对地震的研究是很有意义的。显然, 其故障率为单调函数的常用可靠函数是不能用来研究实际地震活动的起伏变化的。为了能描述这种起伏变化, 我们建立了一族新的可靠函数

$$w_1(t) = \exp[-\lambda t^\alpha \cdot e^{c \cdot \sin(\omega \ln t + \varphi)}], \quad (3)$$

$$(\alpha \geq 0, \lambda > 0, c \geq 0).$$

式中的 $\lambda, \alpha, c, \omega$ 及 φ 均为常参数, 且

$$\alpha - c\omega > 0. \quad (4)$$

其故障率为一波动函数, 能较好地反映地震活动的起伏变化。

在可靠性理论中, 要求由(1)式定义的故障率函数 $\lambda(t)$ 满足条件

$$\int_0^\infty \lambda(t) dt = \infty \quad (5)$$

且 $w(t)$ 为非增函数。

新函数 $w_1(t)$ 是满足这些条件的, 证明如下:

1) 由(1)式得函数 $w_1(t)$ 的故障率为

$$\lambda_1(t) = \lambda t^{\alpha-1} \{[\alpha + c \cdot \omega \cdot \cos(\omega \ln t + \varphi)] e^{c \cdot \sin(\omega \ln t + \varphi)}\} = \lambda t^{\alpha-1} f(t), \quad (6)$$

计及条件 $\alpha - c\omega > 0$, 我们看到 $f(t)$ 为非负有界函数, 故可求得正常数 K , 使得

$$f(t) > K,$$

从而

$$\lambda t^{\alpha-1} f(t) > \lambda t^{\alpha-1} \cdot K, \quad (7)$$

由于 $\alpha \geq 0$ 时

$$\int_0^\infty K \lambda t^{\alpha-1} dt = \infty, \quad (8)$$

所以

$$\int_0^\infty \lambda_1(t) dt = \int_0^\infty \lambda t^{\alpha-1} f(t) dt = \infty, \quad (9)$$

这就证明了条件(5)。

2) $w_1(t)$ 为非增函数。通过求导数运算, 得

$$w'_1(t) = w_1(t) \{[\alpha + c \omega \cdot \cos(\omega \ln t + \varphi)] \{-\lambda t^{\alpha-1} \cdot e^{c \cdot \sin(\omega \ln t + \varphi)}\} \} \quad (10)$$

显而易见, 由于

$$\alpha - c\omega > 0, \quad w_1(t) \geq 0,$$

故有

$$w'_1(t) \leq 0 \quad (11)$$

即 $w_1(t)$ 满足非增条件。

2. 新可靠函数中参数的计算

公式(3)是新可靠函数的一般形式, 要确定一个具体的函数, 还必须通过实测地震资料确定(3)式中的常参数。这些常参数可用最小二乘法求得; 或先用直线化的方法求 α 及 λ , 再用最小二乘法或试验法求 c, ω 及 φ 。现在较详细地介绍后一方法。

由

$$w_1(t) = e^{-\lambda t^\alpha \cdot e^{c \cdot \sin(\omega \ln t + \varphi)}}$$

两边取对数,得

$$\ln \frac{1}{w_1(t)} = \lambda t^\alpha \cdot e^{c \cdot \sin(\omega \ln t + \varphi)}, \quad (12)$$

再取对数,得

$$\ln \ln \frac{1}{w_1(t)} = \ln \lambda + \alpha \ln t + c \cdot \sin(\omega \ln t + \varphi). \quad (13)$$

令

$$y = \ln \ln \frac{1}{w_1(t)}, \quad (14)$$

$$x = \ln t, \quad (15)$$

$$a = \ln \lambda, \quad (16)$$

$$b = \alpha, \quad (17)$$

则得

$$y = a + bx + c \cdot \sin(\omega x + \varphi), \quad (18)$$

显见

$$y = a + bx \quad (19)$$

为一直线方程. 以 $x = \ln t$ 为横坐标, $y = \ln \ln \frac{1}{w_1(t)}$ 为纵坐标点图, 则得到一条以 b 为斜率的直线.

上述直线中的常参数 a 、 b , 要以实测地震资料通过最小二乘法来确定. 为此, 我们先要计算地震寿命分布的概率估计值 $F^*(t)$. 所谓地震寿命是指以某一给定时刻 t_0 为时间起算点(例如, 前一活动过程中大释放期主震的发震时刻), 而在 t_0 后某一时刻 t 发生地震, 则该地震的寿命为 $t - t_0$. 假定在时刻 t_0 后有 n 个 M_0 级以上地震 (M_0 是某一指定的震级), 第 i 个地震的寿命用 t_i 来表示, 则地震寿命分布的概率估计值可由下式计算

$$F^*(t_i) = \frac{i}{n + 1}. \quad (20)$$

通过上式求得 $F^*(t_i)$ 后, 便可从(2)式计算 $w_1^*(t_i)$, 进而可通过(14)式求得 y_i , 由 x_i 、 y_i 通过最小二乘法可求 $y = a + bx$ 中的常参数 a 及 b , 继而可用最小二乘法或试验法求 c 、 ω 及 φ , 由公式(16)及(17)分别得 $\lambda = e^a$, $\alpha = b$. 这样可靠函数中的五个参数都求到了, 也就是通过实测地震资料确定了具体的 $w_1(t)$ 及 $\lambda_1(t)$.

3. 数值判据及对地震活动性的估计

根据前节所求得的常参数 α 的数值可判定所考虑的时段的地震活动属于那一活动期, 从新故障率函数 $\lambda_1(t)$ 可估计在同一活动期内地震活动的高低.

1) 判别各地震活动期的数值判据 *a. 数值判据:* 前节根据实测地震资料所算得的常参数 α 可作为判别地震活动各活动期的数值判据: 当可靠函数中的常参数 $\alpha < 1$ 时为剩余释放期, 当 $\alpha = 1$ 时为积累期, 当 $\alpha > 1$ 时为大释放期. 这一数值判据简单而明确, 它是根据地震资料算得的, 免除了人为地建立标准的主观性. 从这个判据所得到的结论与实际情况符合得很好(见后面例证部分). 图 2、图 3 及图 8 分别给出当 $\alpha = 1$ 、 $\alpha > 1$ 及 $\alpha < 1$ 时的故障率曲线. 图中虚线为新故障率函数 $\lambda_1(t)$, 实线为 $\lambda_1(t)$ 在 $c = 0$ 时的值, 记为 $\lambda(t)$ (即怀布尔故障率函数), 它可视为 $\lambda_1(t)$ 的趋势值. 从图上看到, 当 $\alpha = 1$ 时(即积累期), $\lambda_1(t)$ 的趋势值 $\lambda(t)$ 为一常数; 当 $\alpha > 1$ 时(即大释放期), 趋势值 $\lambda(t)$ 单调上

升;当 $\alpha < 1$ 时(即衰减期),其趋势值 $\lambda(t)$ 单调下降.

这样,根据实测地震资料求得新可靠函数中的常参数 α ,应用上述数值判据,便可简单而明确地判断所考虑时段的地震活动属于那一活动期;

b. 从一个活动期过渡到另一活动期的时刻的确定:当所考虑的时段包含两个活动期或三个活动期时,如何决定从一个活动期过渡到另一活动期的时刻,则是比判别各活动期更为困难的问题,且人为的主观性更大.在本文所述方法中,当出现这种情况时,则文章第 2 部份中的 2 节所述的用最小二乘法拟合直线 $y = a + bx$ 的点聚图上,将分别呈现两条或三条具有不同斜率的直线,相邻两条直线交点的横坐标即为从一活动期过渡到另一个活动期的转折时刻.

确定这些转折时刻是很有意义的,通过它们可以较为客观地估计各个活动期的长短.当资料积累较多时,便可通过它们求出有意义的统计参数,从而有利于对主震发震时间的估计.

2) 对同一活动期内地震活动性的判断 前节介绍了判别各地震活动期的数值判据,本节介绍如何判断在同一活动期内地震活动性的高低.前已指出,由于新可靠函数的故障率曲线 $\lambda_1(t)$ 为波动曲线,故能描述在同一活动期内地震活动的起伏变化.不仅如此,我们还可以通过 $\lambda_1(t)$ 对所考虑时段内地震活动的高低作出判断.其方法是计算 $\lambda_1(t)$ 及其趋势值 $\lambda(t)$ (即怀布尔故障率函数,亦即在 $c = 0$ 时 $\lambda_1(t)$ 的值).若对于所考虑的时间 t ,所算得的 $\lambda_1(t) > \lambda(t)$,则地震活动性较高;若 $\lambda_1(t) < \lambda(t)$,则地震活动性低(见例证部分故障率曲线图).据此可对地震危险性作出中期甚至短期估计.

为便于叙述,在故障率曲线图上,我们把 $\lambda_1(t) > \lambda(t)$ 的部分称为波峰时段,而把 $\lambda_1(t) < \lambda(t)$ 的部分称为波谷时段.从图上可以看到,大多数地震发生在波峰时段,表明理论与实际的基本一致.

三、例 证

1. 唐山 7.8 级地震

1976 年唐山 7.8 级地震,属于没有前震的类型,应用前述方法,计算了唐山 7.8 级地震前的地震序列的可靠函数 $w_1(t)$ 及故障率函数 $\lambda_1(t)$. 所用资料从 1966 年 2 月 8 日起至 1975 年 6 月 22 日,四级以上 ($M_L \geq 4$) 地震共 35 个,资料取自北京市地震队编的《京、津、唐、张地区 $M_L \geq 3$ 以上地震目录》. 根据计算得的参数 α 的数值,我们发现,唐山 7.8 级地震前有从随机故障(能量积累期)进入到衰老故障(大释放期)的跃变,判别指标 α 从 1970 年以前的 1.0024 跃变到 1970 年以后的 2.5507. 计算方法采用前面所述方法, α 、 λ 的值由最小二乘法确定. 其故障率曲线见图 2 及图 3,图 2 为能量积累期,相应的 $\alpha = 1.0024$,图 3 为大释放期,相应的 $\alpha = 2.5507$. 图中的虚线为新故障率曲线 $\lambda_1(t)$,实线为 $\lambda_1(t)$ 的趋势值,即怀布尔故障率函数, \times 号的横坐标为发生地震的时刻. 我们看到: 1) 趋势值 $\lambda(t)$ 反映了在一个活动期内地震活动的单调趋势, 2) 新故障率函数 $\lambda_1(t)$ 为波动函数,反映了地震活动的起伏变化过程. 对所考虑的时间 t ,依据文章第 2 部份中第 3 节的 2) 所述,计算 $\lambda_1(t)$ 及 $\lambda(t)$,便可判断七时地震活动的相对高低. 实际上,大多

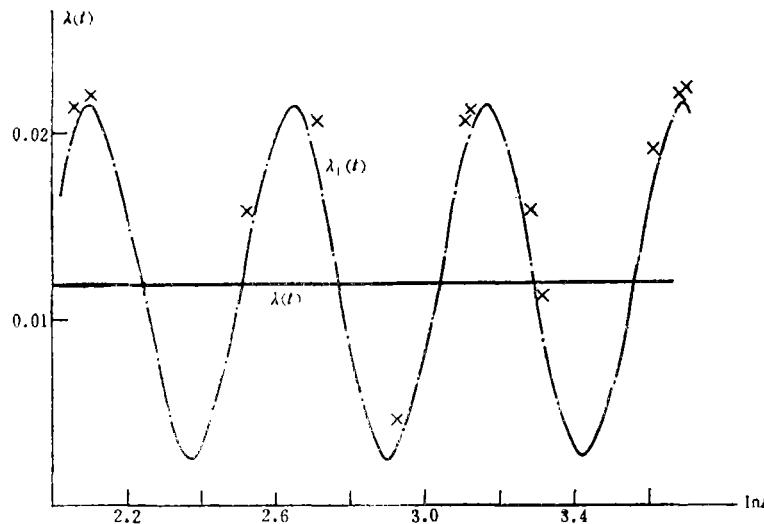


图 2 唐山地震前能量积累期故障率曲线

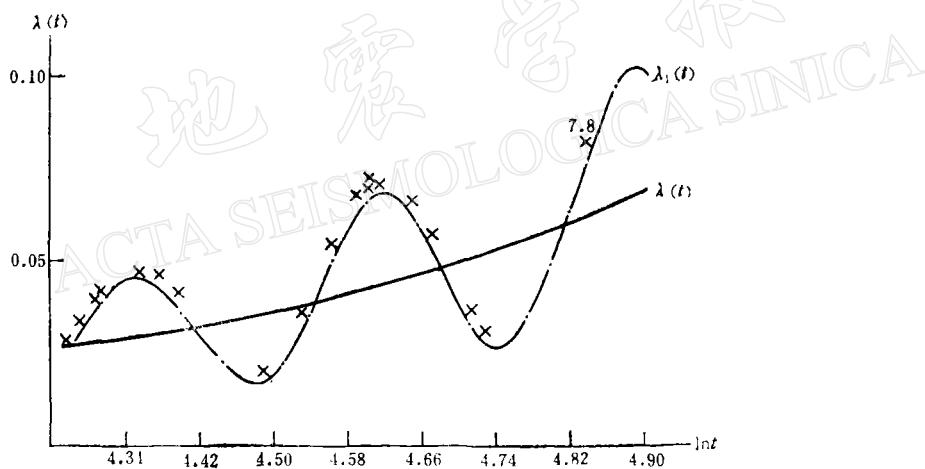


图 3 唐山地震前大释放期故障率曲线

数地震发生在波峰时段内,说明理论与实际是相符的。

尽管唐山 7.8 级地震,属无前震类型,但若用本文所述方法,则从大震前五年开始,该地区已从能量积累期进入到大释放期,预示着存在发生大震的背景,随后在故障率相当高的波峰时段内发生 7.8 级地震,发震时的 $\lambda_1(t) > \lambda(t)$ ($\lambda_1(t) = 0.080$, $\lambda(t) = 0.063$).

2. 新丰江 6.1 级地震

用本文所述方法处理了新丰江 6.1 级地震的前震及余震资料。

1) 前震 采用资料从 1960 年 7 月 18 日起(自这时起具有较完备的仪器记录)到 1962 年 3 月 19 日 6.1 级地震前止, 3.5 级以上 ($M_s \geq 3.5$) 地震共 26 个。从计算得的参数 α 的数值表明, 新丰江这一时期内的地震活动均处于衰老故障期(大释放期), 但为复合型结构。1961 年底以前的 $\alpha = 1.267$, 1962 年以后的 $\alpha = 17.097$, 表明 6.1 级地震前

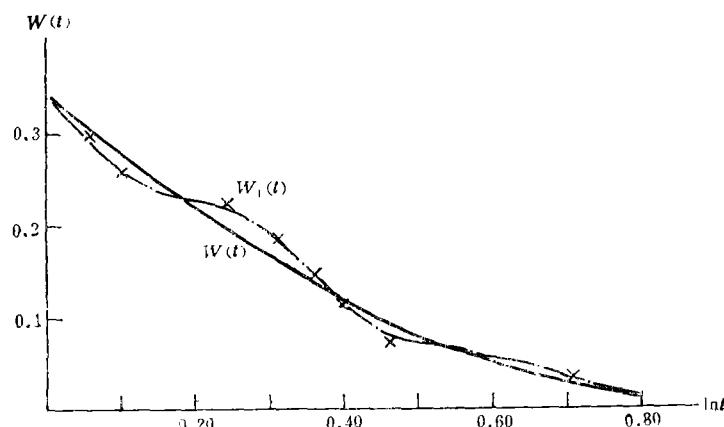
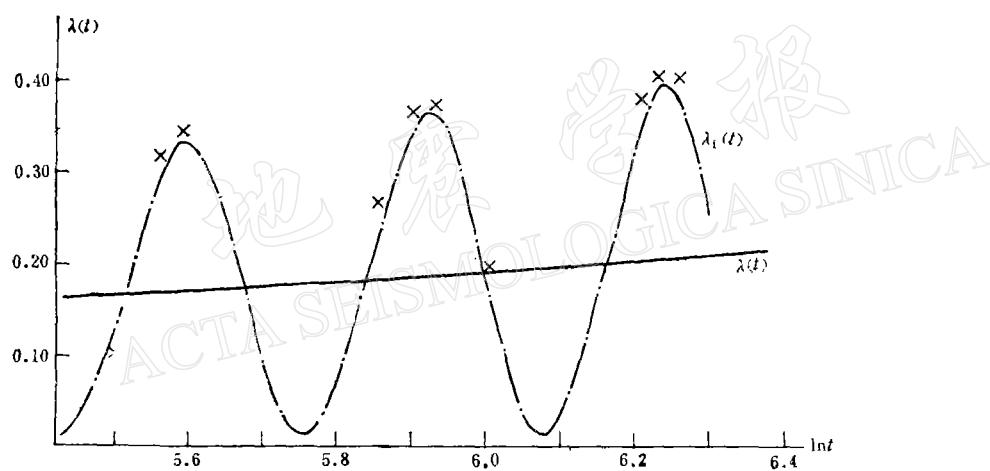
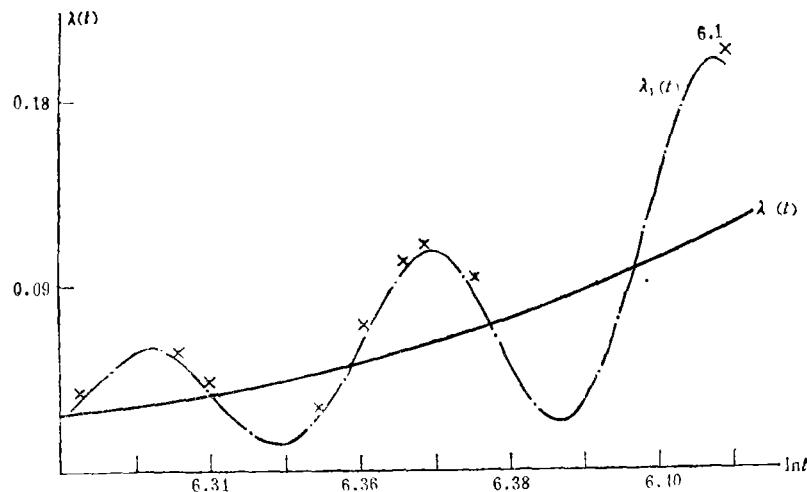


图4 新丰江大释放期的可靠函数

图5 新丰江大释放期前期的故障率曲线 ($\alpha = 1.267$)图6 新丰江大释放期后期的故障率曲线 ($\alpha = 17.097$)

两个月开始, 本区产生地震的原因发生了很大的变化。其可靠函数及故障率函数的曲线示于图 4、图 5 及图 6。图 4 为可靠函数的曲线 (相应的 $\alpha = 17.097$), 虚线为新可靠函数 $w_1(t)$, 实线是 $w_1(t)$ 在 $c = 0$ 时的特殊情形 (即怀布尔可靠函数), \times 号为实测数据。从图上看到, 新可靠函数与实测资料的拟合度比怀布尔可靠函数好得多。图 5 为大释放期前期 (相应的 $\alpha = 1.267$) 的故障率曲线, 图 6 为大释放期后期 ($\alpha = 17.097$) 的故障率曲线, 所用符号意义与唐山震例同。两图均表明, 例 1 中所述 1)、2) 两点是明显的。83% 的地震发生在波峰时段, 6.1 级地震发生在峰顶 (发震时 $\lambda_1(t) = 0.193$, $\lambda(t) = 0.118$, $\lambda_1(t) > \lambda(t)$), 反应较好。

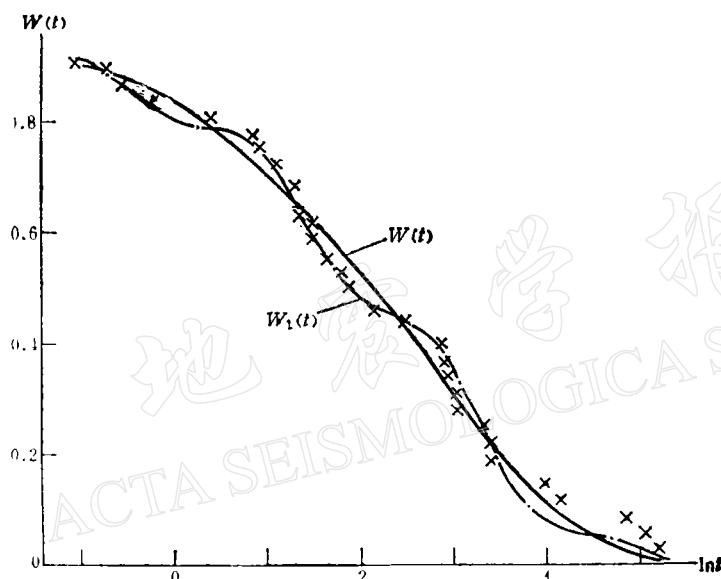


图 7 新丰江剩余释放期的可靠函数

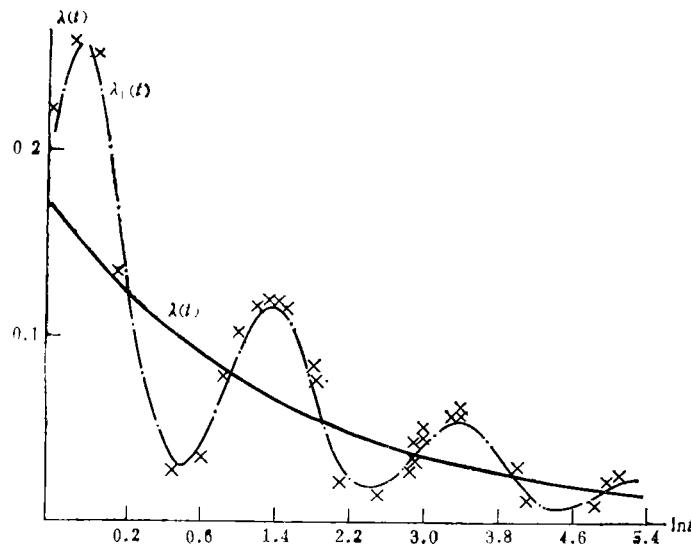


图 8 新丰江剩余释放期的故障率曲线

2) 余震 取新丰江 6.1 级主震后四级以上($M_s \geq 4$)地震(到 1977 年底止)共 31 个, 其可靠函数及故障率函数示于图 7 及图 8. 判别指标 $\alpha = 0.615$, 属剩余释放期(与实际情况相符). 图 7 为可靠函数, 图 8 为故障率函数. 我们看到, $\lambda(t)$ 单调下降, 表明地震活动单调下降的趋势. 而新故障函数 $\lambda_1(t)$ 除表明该阶段地震活动下降的趋势外, 还反映了在此阶段内地震活动的起伏变化情况. 74% 的地震发生在波峰时段内, 表明理论与实际是基本相符的. 目前新故障率函数仍处于波峰时段 ($\lambda_1(t) > \lambda(t)$), 局部极大值(峰顶)约在 1980 年, 故在此期间前后, 仍存在发生 $M_s \geq 4.0$ 地震的危险性.

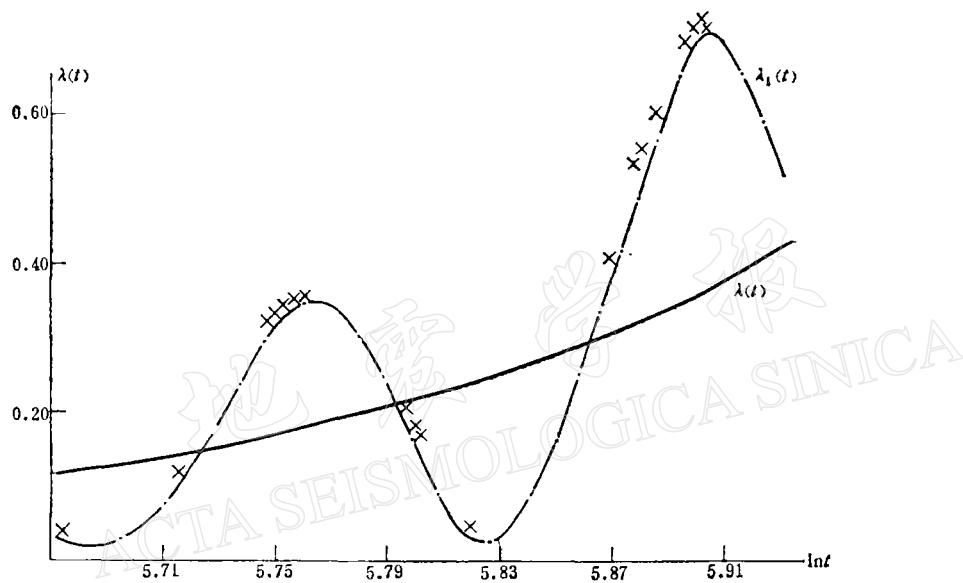


图 9 东南沿海地震带的故障率曲线

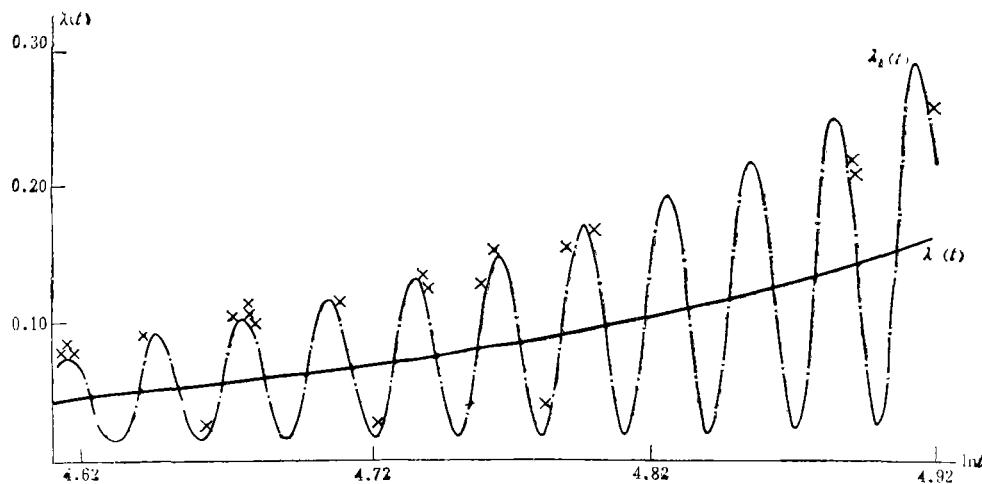


图 10 濱东地震带的故障率曲线

3. 东南沿海地震带

采用资料范围为福建、广东及桂东南沿海地震带, 1605 年以后 $M_s \geq 5$ 地震共 39 个, 计算得 $\alpha = 5.977$, 故目前该区地震活动属大释放期, 其故障率函数如图 9 所示. $\lambda_1(t)$ 的趋势值 $\lambda(t)$ 单调上升, 表明该区发生 $M_s \geq 5$ 地震的危险性在增大. $\lambda_1(t)$ 总的趋势也是上升的, 其起伏变化基本上反映了地震活动的起伏变化, 72% 的地震发生在波峰时段. 目前新故障率函数 $\lambda_1(t)$ 仍处于波峰时段, 故仍存在发生 $M_s \geq 5$ 地震的危险性.

4. 滇东地震带

本节考虑滇东地震带, 资料取自昆明地震大队编的《西南三省地震目录》. 取本地震带内自 1870 年到 1970 年峨山 7.7 级地震前五级以上 ($M_s \geq 5$) 地震, 分析表明, 该地震带约自 1933 年进入大释放期, 其判别参数 $\alpha = 5.24$, 其故障率曲线如图 10 所示. 在此期间内, 共有五级以上地震 21 个, 其中 18 个发生在波峰时段, 占 86%; 在波谷时段发震的有三个, 仅占 14%. 这些数字表明, 新故障率函数能较好地符合地震活动的实际情况. 7.7 级地震发生在峰顶附近, 发震时的 $\lambda_1(t) = 0.254$, $\lambda(t) = 0.165$, 故 $\lambda_1(t) > \lambda(t)$.

四、结语

1. 新可靠函数 $w_1(t)$ 中的常参数 α 可作为判别各活动期的数值判据, 据此可对地震活动的中、长期趋势作出估计.
2. 新故障率函数能较好地描述地震活动的起伏过程. 从 $\lambda_1(t)$ 及 $\lambda(t)$ 的值可对地震活动的高低作出估计, 从而可作出中期甚至短期预报.
3. 当 $c = 0$ 时, 新可靠函数退化为怀布尔可靠函数, 故后者是前者的一个特殊情形.

参 考 文 献

- [1] R. E. Barlow, F. Proschan, MATHEMATICAL THEORY OF RELIABILITY, John Wiley and Sons, New York, 1965.
- [2] 王梓坤, 概率论基础及其应用, 科学出版社, 1976.
- [3] 广五所译, 可靠性基础数学, 国防工业出版社, 1977.

AN APPLICATION OF THE THEORY OF FAILURE RATE TO EARTHQUAKE PREDICTION

HUANG SHI-QI LIN JI-ZENG

(Guangdong Bureau of Seismology)

Abstract

The concept of failure rate in the theory of reliability has been introduced to the study of earthquake prediction, and an attempt has been made to draw a set of new reliability function

$$W_1(t) = \exp[-\lambda t^\alpha \cdot e^{c \cdot \sin(\omega \ln t + \varphi)}]$$

It is found that:

1. The parameter α may take as a numerical criterion to judge the three stages of seismic activity, i.e. $\alpha < 1$ for the residual energy release stage, $\alpha = 1$ for the energy accumulation stage and $\alpha > 1$ for the principal energy release stage.
2. The failure rate function can represent adequately the fluctuation of the seismic activity in each of the stages mentioned-above and can be used to judge the activity level in each stage.
3. When $c = 0$, the new reliability function will be degenerated into the Weibull reliability function, that is, the latter is a special case of the former.

A test has been made by applying the new reliability function to the Tangshan Earthquake ($M_s = 7.8$), the Xinfengjiang Earthquake ($M_s = 6.1$), and to the seismicity of the seismic zones of Eastern Yunnan and of SE China coastal region with satisfactory results.