

梁建文, 陈健琦, 巴振宁. 2012. 弹性层状半空间中无限长洞室对斜入射平面 SH 波的三维散射(I)——方法及验证. 地震学报, 34(6): 785-792.

Liang Jianwen, Chen Jianqi, Ba Zhenning. 2012. 3D scattering of obliquely incident SH waves by a cylindrical cavity in layered elastic half-space (I): Methodology and verification. *Acta Seismologica Sinica*, 34(6): 785-792.

弹性层状半空间中无限长洞室对斜入射平面 SH 波的三维散射(I) ——方法及验证^{*}

梁建文^{*} 陈健琦 巴振宁

(中国天津 300072 天津大学土木工程系)

摘要 利用间接边界元法, 求解了弹性层状半空间中无限长洞室对斜入射平面 SH 波的三维散射问题. 通过与文献结果进行对比, 验证了本方法的正确性. 与工程中常用的二维模型比较表明, 工程中将三维散射问题简单地分解为平面内问题和平面外问题的做法存在较大误差. 文中并研究了斜入射角度对散射的影响, 表明斜入射角度对地表位移幅值有着重要影响.

关键词 弹性层状半空间 无限长洞室 斜入射 平面 SH 波 三维散射 放大作用

doi:10.3969/j.issn.0253-3782.2012.06.005 中图分类号: P315.3⁺¹ 文献标志码: A

3D scattering of obliquely incident SH waves by a cylindrical cavity in layered elastic half-space (I): Methodology and verification

Liang Jianwen^{*} Chen Jianqi Ba Zhenning

(Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: 3D scattering of obliquely incident plane SH waves by a cylindrical cavity in a layered half-space is studied using indirect boundary element method. The validity of the approach is verified by comparison with other papers on this subject. Comparison with models used in engineering shows that the 3D scattering problem cannot be simply decomposed into in-plane and out-of-plane 2D problems, and the simple handling may bring about large errors. The effect of obliquely incident angle on the scattering is also studied, and the result shows that obliquely incident angle has a significant effect on 3D scattering.

Key words: layered elastic half-space; cylindrical cavity; obliquely incident; plane SH wave; 3D scattering; amplification

* 基金项目 国家自然科学基金项目(50978183, 50908156)和教育部博士点基金项目(200800560046)资助.

收稿日期 2011-12-06 收到初稿, 2012-04-23 决定采用修改稿.

[†] 通讯作者 e-mail: liang@tju.edu.cn

引言

地下洞室对弹性波的散射研究一直是工程地震学中引人关注的课题之一, 可采用波函数展开法(Lee, Trifunac, 1979)、边界积分方程法(Kobayashi, Nishimura, 1983)、间接边界元法(Manolis, Beskos, 1988)和波源法(Luco, De Barros, 1994)等求解。

值得指出的是, 上述研究均假定洞室位于均匀半空间中, 与实际有较大距离, 因为近地表场地多是层状的, 而且土层的动力特性对地震动的幅值和频谱均有显著的影响。因此, 研究层状半空间中洞室对弹性波的散射, 具有重要的意义。另外, 上述研究均局限在二维平面问题, 亦即假定波的传播方向与地下洞室轴线垂直。实际上(地震)波的传播方向与地下洞室轴线多存在一夹角, 这时地下洞室对波的散射是一个三维问题, 不能将其简单分解为出平面和平面内问题来求解。

目前, 地下洞室对斜入射平面波三维散射的研究还非常少(De Barros, Luco, 1993; Stamos, Beskos, 1996)。前者采用波源法, 后者采用直接边界元法。两者均采用移动点源的动力格林函数, 为避免点源的奇异性, 均存在最优点源位置的确定问题, 对解答精度有一定的影响。

本文作为研究的第一部分, 在作者的层状场地三维精确动力刚度矩阵(梁建文, 巴振宁, 2007a)和层状半空间中斜面荷载动力格林函数(梁建文, 巴振宁, 2007b)基础上, 给出了弹性层状半空间中无限长洞室对斜入射平面 SH 波的三维散射问题的一个间接边界元方法。由于土层的动力刚度矩阵是精确的, 且荷载可直接加在边界上而不会引起奇异性, 因此非常适合于波动问题的求解, 并可以获得非常高的计算精度。文中分析了入射角度对散射的影响, 并与二维模型进行了比较, 指出工程中将三维散射问题简单地分解为平面内问题和平面外问题的做法存在较大误差。文章的第二部分(梁建文等, 2013), 以基岩上单一土层为例, 详尽地研究了弹性层状半空间中洞室对斜入射平面 SH 波的散射问题, 分析了基岩与土层阻抗比、土层厚度以及阻尼等因素对散射的影响。

1 方法

计算模型如图 1 所示, 一任意截面形状无限长洞室(洞室截面沿轴向不变)埋置于弹性

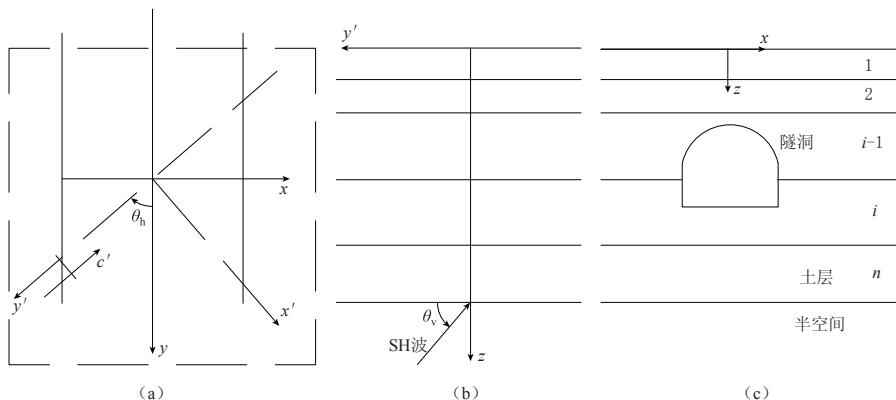


图 1 模型. (a) 平面图; (b) 断面图; (c) 洞室

Fig. 1 The model. (a) Plane; (b) Section; (c) Cavity

层状半空间中。层状半空间由 n 个土层和其下面的基岩半空间组成, 入射波为平面 SH 波, 其传播方向与坐标轴 z 决定的平面定义为($y'-z$)平面。在该平面内传播方向与 y' 轴的夹角为 θ_v , 而其传播方向在水平面内的投影与 y 轴的夹角为 θ_h (图 1a, b), SH 波在坐标轴 y' 反方向的视速度为 c' 。图 1c 为洞室截面示意图。基岩剪切波速为 c_s^r , 阻尼比为 ζ , 泊松比为 ν , 质量密度 ρ^r , 各土层的剪切波速为 c_{si}^l , 阻尼比为 ζ_i^l , 泊松比为 ν_i^l , 质量密度 ρ_i^l , 各土层厚度为 H_i ($i=1, n$)。

虽然无限长洞室可看作二维结构, 但由于波的入射方向与洞室的轴线不垂直, 其动力响应是三维的。考虑到洞室任意两个截面处动力响应幅值相同, 只是由于波在传播过程中, 洞室不同位置的动力响应相差一个相位, 这样可以只取洞室某一截面进行求解, 而得到整个三维半空间中任一点的动力响应。具体求解时, 由直接刚度法计算自由场响应(层状半空间、无洞室存在), 然后求解层状半空间中移动均布斜线荷载动力格林函数(模拟散射波场), 由洞室零应力边界条件求得移动荷载幅值, 最后叠加自由场响应和散射场响应, 可求得总的动力响应。

1.1 自由场计算

平面 SH 波斜入射下, 层状半空间自由场反应可采用直接刚度法求得。若将控制点选在基岩露头, 并记 u_0 , v_0 和 w_0 为基岩露头运动, 则荷载向量 $\{Q\}$ 中最后 3 个元素 P_{x_0} , P_{y_0} 和 P_{z_0} 可由式(1)确定, 其它元素为零。然后由直接刚度法, 通过式(2)可求得各土层界面位移构成的位移向量 $\{U\}$ 。

$$\begin{Bmatrix} P_{x_0} \\ P_{y_0} \\ iP_{z_0} \end{Bmatrix} = [S_{P-SV-SH}^r] \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ iw_0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\{Q\} = [S_{P-SV-SH}] \{U\} \quad (2)$$

式中, $[S_{P-SV-SH}^r]$ 为基岩半空间三维精确动力刚度矩阵, $[S_{P-SV-SH}]$ 为层状半空间三维整体动力刚度矩阵, $\{U\}$ 为位移向量。其具体元素可参考梁建文和巴振宁(2007a)文章。求得各土层界面处位移后, 再通过各土层中上下行波的幅值与各土层界面处位移的关系求得各土层中上下行波的幅值, 最后再由位移和应力等动力响应与上下行波幅值之间关系即可求得层状半空间中任意点的动力响应。关于更为详细的层状半空间自由场反应的求解可参阅梁建文和巴振宁(2007a)文章。

考虑到引入边界条件方便, 将洞室表面各斜线单元面上的应力合成到沿 3 个坐标方向上, 即

$$\begin{cases} t_x^f = n_x \sigma_x^f + n_y \tau_{xy}^f + n_z \tau_{xz}^f \\ t_y^f = n_x \tau_{yx}^f + n_y \sigma_y^f + n_z \tau_{yz}^f \\ t_z^f = n_x \tau_{zx}^f + n_y \tau_{zy}^f + n_z \sigma_z^f \end{cases} \quad (3)$$

式中, t_x^f , t_y^f 和 t_z^f 为斜入射波 SH 波作用下沿 3 个坐标方向的应力; σ_x^f , σ_y^f , σ_z^f , τ_{xy}^f , τ_{xz}^f 和 τ_{yz}^f 为斜入射波作用下的应力张量; n_x , n_y , n_z 为斜线单元的法线向量。

1.2 弹性层状半空间中移动均布斜线荷载动力格林函数

本文采用层状半空间中移动均布斜线荷载的动力格林影响函数来模拟散射波。层状半空间中移动均布斜线荷载动力格林函数是指在层状半空间中作用沿某一方向移动均布斜线荷载时层状半空间中任一点引起的动力响应。

具体的求解方法为：首先求解三维层状半空间中均布斜线荷载的动力格林影响函数，然后对求得的均布斜线荷载动力格林影响函数沿移动方向（移动方向：洞室轴 y 轴；移动速度： $c_s^r / (\cos \theta_h \cos \theta_v)$ ）进行积分，便可求得层状半空间中移动均布斜线荷载动力格林影响函数。对于均布斜线荷载动力格林影响函数，可由层状半空间中斜面荷载动力格林函数（梁建文，巴振宁，2007b）退化而得。由于荷载只作用在某一土层内，在单元节点处引入一个附加界面，将作用分布荷载的土层固定在这两个界面上，计算满足这样条件的相应反力（外力）和土层内动力响应，该分析仅在作用荷载的土层内进行；然后，将反力以相反的方向作用到总体系上，由直接刚度法求解固定端面反力引起的动力响应；最后叠加土层内动力响应与固定端面反力动力响应，可求得总的动力响应，也即层状半空间中均布斜线荷载动力格林影响函数。

设 $[g_u(x, y, z)]$ 和 $[g_t(x, y, z)]$ 分别为位移和应力移动均布斜线荷载动力格林影响函数矩阵，则层状半空间中任一点的位移和应力可表示为

$$\begin{Bmatrix} u^p \\ v^p \\ w^p \end{Bmatrix} = [g_u(x, y, z)] \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^p & \tau_{xy}^p & \tau_{xz}^p \\ \tau_{yx}^p & \sigma_y^p & \tau_{yz}^p \\ \tau_{zx}^p & \tau_{zy}^p & \sigma_z^p \end{bmatrix} = [g_t(x, y, z)] \begin{Bmatrix} p_x & p_x & p_x \\ p_y & p_y & p_y \\ p_z & p_z & p_z \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式中， u^p 、 v^p 、 w^p 和 σ_x^p 、 σ_y^p 、 σ_z^p 、 τ_{xy}^p 、 τ_{xz}^p 、 τ_{yx}^p 、 τ_{yz}^p 、 τ_{zx}^p 、 τ_{zy}^p 分别为在移动均布斜线荷载作用下产生的位移和应力； p_x 、 p_y 、 p_z 为施加的 3 个方向虚拟移动荷载幅值。

考虑到引入边界条件方便，将洞室表面各斜线单元面上的应力合成到沿 3 个坐标方向上，即

$$\begin{cases} t_x^p = n_x \sigma_x^p + n_y \tau_{xy}^p + n_z \tau_{xz}^p \\ t_y^p = n_x \tau_{yx}^p + n_y \sigma_y^p + n_z \tau_{yz}^p \\ t_z^p = n_x \tau_{zx}^p + n_y \tau_{zy}^p + n_z \sigma_z^p \end{cases} \quad (6)$$

这样，层状半空间中任一斜线单元上沿坐标方向的应力为

$$\begin{Bmatrix} t_x^p \\ t_y^p \\ t_z^p \end{Bmatrix} = [g_t(x, y, z)] \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} \quad (7)$$

式中， $[g_t(x, y, z)]$ 为转化后的应力格林函数； t_x^p 、 t_y^p 和 t_z^p 为移动均布斜线荷载作用下产生的沿 3 个坐标方向的应力。

1.3 边界条件

洞室边界面上零应力条件可表示为

$$\int_s [W(s)]^T \begin{Bmatrix} t_x^p(s) \\ t_y^p(s) \\ t_z^p(s) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} t_x^f(s) \\ t_y^f(s) \\ t_z^f(s) \end{Bmatrix} ds = 0 \quad (8)$$

式中, $[W(s)]$ 为权函数, 可取为单位矩阵, 使积分能在每个单元上独立进行; t_x^f , t_y^f 和 t_z^f 为斜入射 SH 波产生的洞室边界各斜线单元上沿 3 个坐标方向的应力。将式(3)和式(7)代入式(8), 最后得到层状半空间中任一点的总位移为

$$\begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u^f(x, y, z) \\ v^f(x, y, z) \\ w^f(x, y, z) \end{Bmatrix} + [g_u(x, y, z)][T_p]^{-1}\{T_f\} \quad (9)$$

式中

$$[T_p] = \int_s [W(s)]^T [g_t(x, y, z)] ds \quad (10)$$

$$\{T_f\} = \int_s [W(s)]^T \begin{Bmatrix} t_x^f(s) \\ t_y^f(s) \\ t_z^f(s) \end{Bmatrix} ds \quad (11)$$

2 方法验证

为验证本文方法的正确性, 图 2 给出了本文计算结果与 De Barros 和 Luco (1993) 给出的均匀半空间中地下圆形洞室在平面 SH 波斜入射时地表位移幅值结果的比较。计算中, 洞室半径为 a , 埋深 $h/a=2.0$, 半空间泊松比 $\nu=1/3$, 阻尼比 $\zeta=0.01$. SH 波无量纲入射频率 $\eta=\omega a/\pi c_s=0.5$. 图中连续结果为本文计算结果, 离散结果为 De Barros 和 Luco (1993) 的计算结果。从图中可以看出, 本文计算结果与文献结果非常吻合, 验证了本文方法的正确性。

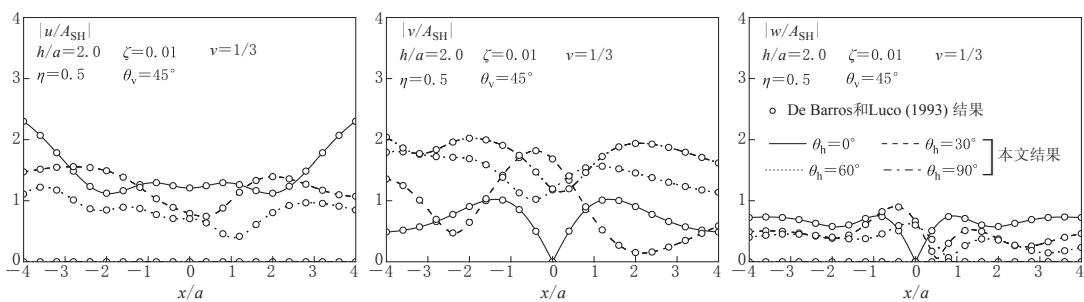


图 2 本文计算结果与 De Barros 和 Luco (1993) 结果的比较

Fig. 2 Comparison between the result of this study and that of De Barros and Luco (1993)

3 算例与分析

3.1 三维散射与二维散射的比较

为说明地下洞室对入射平面 SH 波的三维散射与二维散射之间的差异, 并探讨将斜入

射平面 SH 波分解到洞室截面平面内，按二维情况进行计算可能存在的问题，图 3 给出了均匀半空间中圆形洞室在 SH 波斜入射下，将其分解到洞室截面平面内的计算结果与直接用二维模型计算结果的比较。计算中，洞室半径为 a ，埋深 $h/a=2.0$ ，半空间材料泊松比 $\nu=1/3$ ，无阻尼(实际取非常小的阻尼，阻尼比 0.001)。无量纲入射频率 $\eta=\omega a/\pi c_s=0.25, 0.5, 1.0$ 和 2.0 。三维散射情况，水平入射角度为 $\theta_h=45^\circ$ ，竖向入射角度分别为 $\theta_v=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 和 90° ，图中无量纲位移幅值为 $|v/(A_{SH} \sin\theta_h)|$ 。二维模型分别取入射角度为 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 和 90° ，二维模型无量纲位移幅值为 $|v/A_{SH}|$ 。

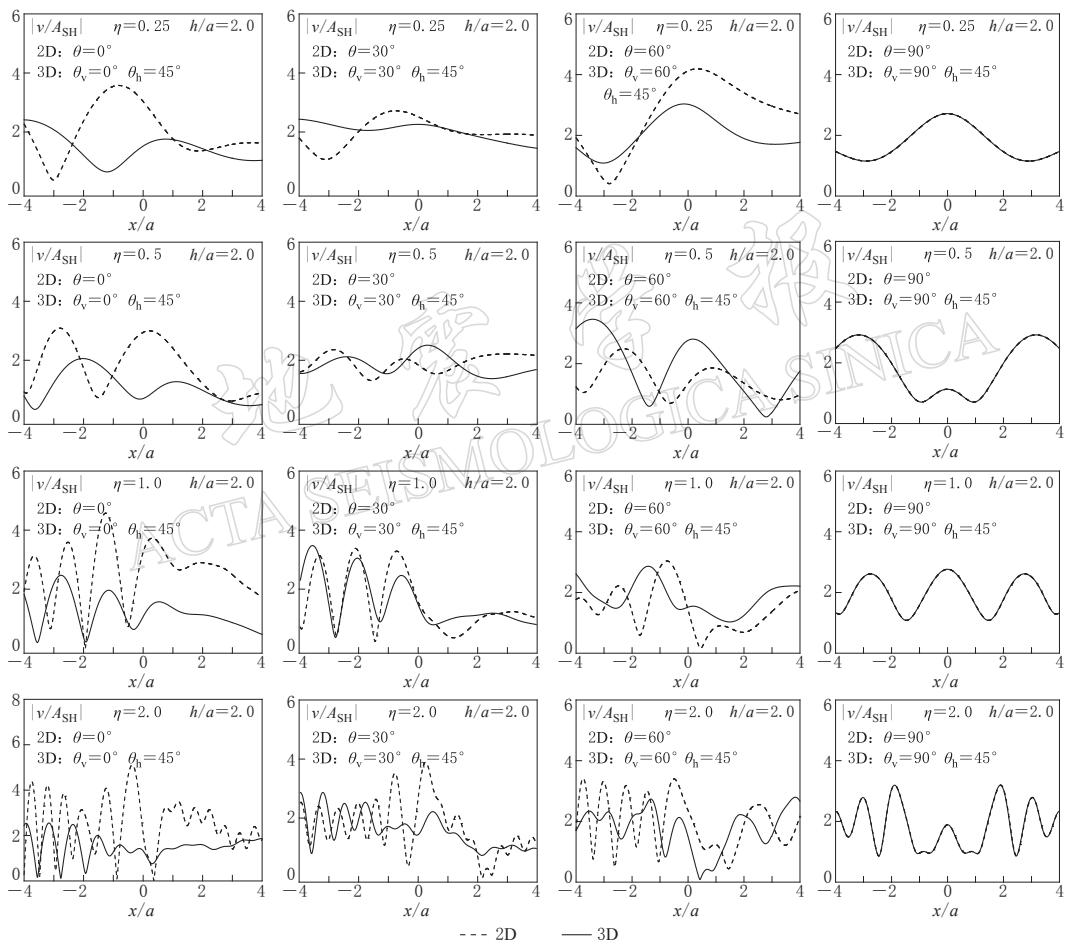


图 3 二维散射与三维散射的比较

Fig. 3 Comparison between 2D scattering and 3D scattering

从图 3 中可以看出，对于非垂直入射 SH 波($\theta_v \neq 90^\circ$)三维散射时，洞室上方地表位移幅值与二维情况存在较大差异，说明实际工程中按将三维问题分解为二维求解存在较大误差；仅当 SH 波垂直于洞室轴线入射时($\theta_v=90^\circ$)，才可将入射波分解到洞室截面方向和垂直洞室截面方向，进而分别按平面内问题和平面外问题进行求解。

3.2 水平入射角度对地表位移幅值的影响

为研究斜入射水平入射角度对地下洞室附近地表位移幅值的影响，图 4 给出了平面 SH 波水平入射角度不同时，均匀半空间中地下洞室附近地表位移幅值。图 4 计算参数与

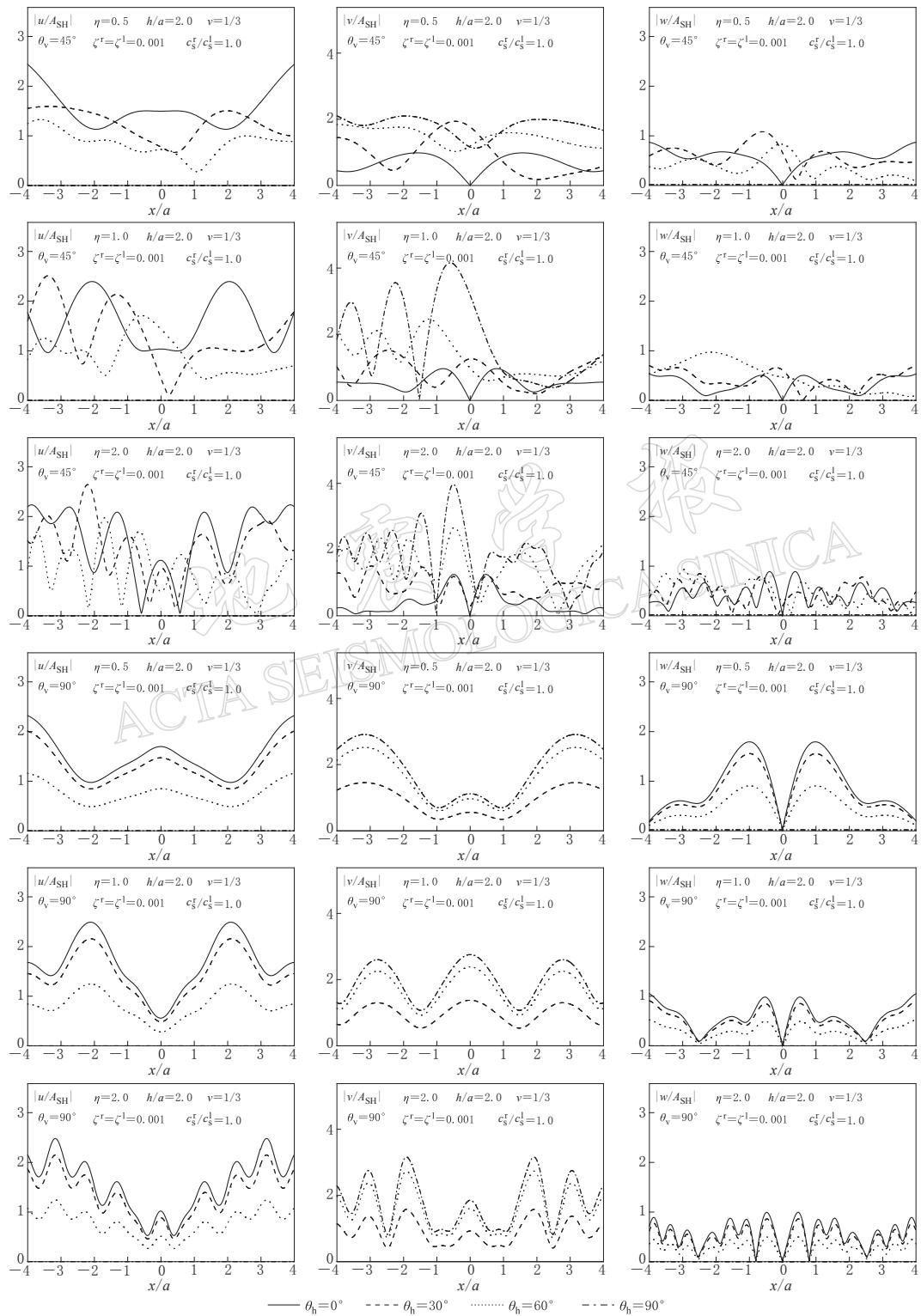


图 4 水平入射角度不同时洞室附近地表位移幅值

Fig. 4 Surface displacement amplitudes near cavity for different horizontal incident angles

图 3 相同, 无量纲频率的定义也与图 3 相同。图 4 计算中, 竖向入射角度分别为 $\theta_v=45^\circ$ 和 90° ; 水平入射角度分别为 $\theta_h=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 和 90° ; 无量纲频率为 $\eta=0.5, 1.0$ 和 2.0 。无量纲位移幅值是地表位移幅值与入射 SH 波位移幅值 A_{SH} 的比值。

从图 4 可以看出, 随着入射频率的升高, 地表位移幅值逐渐变得复杂。地表位移幅值受水平入射角的影响非常大, 随着水平入射角度 θ_h 的逐渐增大, 整体上 x 方向水平位移幅值和 z 方向竖向位移幅值逐渐减小, 而 y 方向水平位移幅值逐渐增大。这是因为随着 θ_h 的逐渐增大, 波的入射方向逐渐移向 x 轴方向, 但是入射 SH 波其振动方向是出平面振动。当垂直入射角度 $\theta_v=45^\circ$ 、水平入射角度 $\theta_h=0^\circ$ 时, 洞室两边的地表位移幅值对称。当水平入射角度 $\theta_h=90^\circ$ 时, 地表无 x 方向和 z 方向地表位移, 此时相当于 SH 波与洞室轴垂直入射, 亦即出平面情况, 因此只有在出平面 y 方向上有位移。当 SH 波竖向入射角度 $\theta_v=90^\circ$ 时, 各方向地表位移幅值均与洞室轴(y 轴)对称, 且此时地表位移空间分布与水平入射角度无关, 而 x 方向水平位移幅值正比于 $\sin\theta_h$, y 方向和 z 方向位移幅值正比于 $\cos\theta_h$ 。

4 结论

本文在作者的三维层状场地精确动力刚度矩阵和层状半空间中斜面荷载动力格林函数基础上, 建立了求解二维结构三维散射问题的间接边界元方法, 并求解了弹性层状半空间中无限长洞室对入射平面 SH 的三维散射问题。以均匀半空间中地下洞室为例, 研究了洞室对入射平面 SH 波的三维散射与二维散射之间的差异, 并分析了水平入射角度对地表位移幅值的影响。

研究表明, 地下洞室对地震波的二维散射与三维散射之间存在本质差别, 工程中将三维散射问题简单地分解为平面内问题和平面外问题的做法存在较大误差。水平入射角度对地表位移幅值有着较大的影响, 需要引起足够的重视。

参 考 文 献

- 梁建文, 巴振宁. 2007a. 三维层状场地的精确动力刚度矩阵及格林函数[J]. 地震工程与工程振动, 27(5): 7–17.
- 梁建文, 巴振宁. 2007b. 三维层状半空间中斜面均布荷载动力格林函数[J]. 地震工程与工程振动, 27(5): 18–26.
- 梁建文, 陈健琦, 巴振宁. 2013. 弹性层状半空间中无限长洞室对斜入射平面 SH 波的三维散射(Ⅱ): 数值结果与分析[J]. 地震学报, 35(待发表).
- De Barros F C P, Luco J E. 1993. Diffraction of obliquely incident waves by a cylindrical cavity embedded in a layered viscoelastic half-space[J]. *Soil Dyn Earthq Eng*, 12(3): 159–171.
- Kobayashi S, Nishimura N. 1983. Analysis of dynamic soil-structure interactions by boundary integral equation method [M]// Lascaux P ed. *Numerical Methods in Engineering*. Paris: Pluraris: 353–362.
- Lee V W, Trifunac M D. 1979. Response of tunnels to incident SH-waves[J]. *J Eng Mech-ASCE*, 105(4): 643–659.
- Luco J E, De Barros F C P. 1994. Dynamic displacements and stresses in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in a half-space[J]. *Earthq Eng Struct Dyn*, 23(3): 321–340.
- Manolis G D, Beskos D E. 1988. *Boundary Element Methods in Elastodynamics*[M]. London: Unwin Hyman: 98–110.
- Stamos A A, Beskos D E. 1996. 3-D seismic response analysis of long lined tunnels in half-space[J]. *Soil Dyn Earthq Eng*, 15(2): 111–118.