

有限断层破裂时空过程反演结果 误差的随机加权估计^{*}

艾印双 郑天愉 何玉梅

(中国北京 100101 中国科学院地球物理研究所)

摘要 针对非线性方法对有限断层破裂时空过程反演中存在的不唯一性问题,应用随机加权方法对反演结果进行误差估计.通过数值模型计算,定量揭示了滑动量、滑动角、破裂时间及上升时间在断层面的分辨率值分布.应用随机加权方法对台湾海峡地震及缅中边境地震的误差估计结果表明,对应两次地震破裂中心位置上的参数分辨率值最高,结果最可靠,而在边缘子断层处滑动量与上升时间的分辨率值较低.

关键词 有限断层 破裂时空过程 随机加权 分辨率

引言

在有限断层破裂时空过程反演中,同时反演断面上的滑动量、滑动角、破裂时间及上升时间是一个强非线性的反演问题.目前对于非线性反演结果的误差估计,在数学理论上还不完善.以往在对有限断层破裂时空过程反演结果的误差估计中,由于普遍存在反演结果的不唯一性(Das, Suhadole, 1996),人们试图对同一地震应用不同的反演方法、不同的数据资料以及不同的约束条件对所得结果进行对比、分析.若这些结果具有某些共同之处,说明所得结果是可信的(Hartzell *et al.*, 1996; Wald *et al.*, 1996).应用同一种方法、同样资料进行反演时,变换不同的约束条件,比较所得结果的各种范数,将某一最小范数解作为最终得到的反演结果(Zheng *et al.*, 1998),也是一种误差估计手段;但断面上许多具有不同时空分布特征的参数同时能对波形资料拟合得很好,这种只靠最小范数解的方法有其本身的局限性.另一种给出误差分析结果的是迭代最小二乘法,应用该方法在给出迭代最佳值的同时也给出分辨率矩阵(Cotton, Campillo, 1995),而分辨率矩阵是由给定初始协方差矩阵与初值经过多次迭代后得到的.因此,所得结果依赖于初值的选取,这也降低了反演结果的可信程度.

随着计算机技术的发展,基于数理统计的误差估计方法相继产生,其中最具代表性的是 Jackknife 方法和 Bootstrap 方法.Bootstrap 方法是 70 年代美国斯坦福大学 B. Efron 教授在总结前人研究成果的基础上提出的一种新的统计分析方法(Efron, 1979).这种方法的特点是直接利用样本数据,借助于近代计算机技术进行统计推断.对于总体的分布无需作

^{*} 国家自然科学基金资助项目(49674212).

1998-11-20 收到初稿, 1999-04-15 收到修改稿, 1999-04-20 决定采用.

任何分布假设,且能用于复杂的统计估计量.如 Tichelar 和 Ruff(1989)应用 Jackknife 与 Bootstrap 方法估计了两次智利地震的震源深度,给出了估计值的最佳值、方差和标准差;Sandvol 和 Hearn(1994)应用 Bootstrap 方法,研究了利用 SKS 波形反演与剪切波分裂有关参数的误差.继 Bootstrap 方法之后,郑忠国(1987)提出了另一种与 Bootstrap 平行的方法——随机加权法.该方法避免了 Bootstrap 方法繁琐的重复抽样过程,更易在计算机上实现.而应用该方法在实际中也取得了可喜的成果(郑忠国,1988;刘鹏程,郑天愉,1996;郑天愉,刘鹏程,1996).研究表明,在小样本的情况下,随机加权方法比 Bootstrap 方法的效果要好.

本研究采用自适应全局混合方法,对有限断层破裂时空过程进行反演(Ai *et al.*, 1998),并由随机加权方法给出反演结果的均值、方差、均方差与置信区间,由均方差在断层面的分布给出反演结果的分辨率.文中通过数值模型验证了这种误差估计方法的正确性,并通过两次实际地震的研究,给出了实际资料的处理结果.

1 随机加权方法

郑忠国(1987)以研究样本期望值的误差为例,提出了随机加权方法.设 x_1, x_2, \dots, x_n 为一组相互独立的观测数据, $\mathbf{V}=(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 为一随机向量,该向量服从 Dirichlet 分布 $D(1, 1, \dots, 1)$,且 $v_1+v_2+\dots+v_n=1$.将随机权 v_1, v_2, \dots, v_n 加在 x_1, x_2, \dots, x_n 上,获得样本的加权平均估计量

$$x = \sum_{i=1}^n v_i x_i \quad (1)$$

通过蒙特卡罗模拟产生 N 组随机权向量,相应计算 N 个估计量,由这些估计量可以研究样本期望值的统计特征.将 v_1, v_2, \dots, v_{n-1} 由小到大重新排序,得到 v_1, v_2, \dots, v_{n-1} 的次序统计量 $v_{(1)}, v_{(2)}, \dots, v_{(n-1)}$.记 $v_{(0)}=0, v_{(n)}=1$,则 $v_i=v_{(i)}-v_{(i-1)}, i=1, 2, \dots, n$ 的联合分布为 $D(1, 1, \dots, 1)$, $\mathbf{V}=(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 就是所求的服从 Dirichlet 分布的权向量.

对于地球物理的非线性反演,将非线性反演问题经过一定的线性化处理后,观测数据与反演参数之间可以大致表示成如下的形式:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{e} \quad (2)$$

式中, \mathbf{B} 为观测数据向量, \mathbf{X} 为待求解的地球物理参数向量, \mathbf{A} 为 \mathbf{B} 与 \mathbf{X} 之间的关系矩阵, \mathbf{e} 为随机误差向量,包括观测资料及反演方法的近似化处理带入的误差.对于有限断层的反演问题,观测数据向量 \mathbf{B} 包括反演时所用的每一台站的数据.在利用宽频 P 波资料研究有限断层破裂时空过程的反演问题时,采用目标函数的表达式(Hartzell, Liu, 1996)

$$E = \sum_{i=1}^{N_s} w_i \left\{ 1 - \frac{2\text{Re} \sum_{f=1}^{N_f} OY^*}{\sum_{f=1}^{N_f} OO^* + \sum_{f=1}^{N_f} YY^*} \right\}_i + w_c \cdot (\text{约束条件}) \quad (3)$$

其中,目标函数的计算是在频率域内进行的, O 为实际记录, Y 为合成地震图; N_s 是台站个数, N_f 是频率数, w_i 是反映第 i 个台站记录质量的权系数,取值在 $[0, 1]$ 之间; w_c 为约束条件的权重, $*$ 号代表复共轭.因此,应用随机加权方法估计有限断层面上各参数误差的步骤如下:

(1) 以式(3)作为目标函数,由自适应全局混合反演(Ai *et al.*, 1998)求出震源参数的最佳解向量 $\hat{\mathbf{X}}$.

(2) 产生一服从 Dirichlet 分布的随机向量 $\mathbf{V}=(v_1, v_2, \cdots, v_n)$, 用其分量替代式(3)中第 1 项求和号内的权系数 w_i , 得到随机加权的目標函数

$$E = \sum_{i=1}^{N_S} v_i \left\{ 1 - \frac{2\text{Re} \sum_{\ell}^{N_f} OY^*}{\sum_{\ell}^{N_f} OO^* + \sum_{\ell}^{N_f} YY^*} \right\}_i + w_c \cdot (\text{约束条件}) \quad (4)$$

由该目标函数反演得到有限断层参数的解向量 $\hat{\mathbf{X}}^*$.

(3) 重复步骤(2)至所需的样本容量 $N-1$.

(4) 由以上所得到的 N 个估计量 $\hat{\mathbf{X}}_i^*$, 可以计算断层面上滑动量、滑动角、破裂时间及上升时间等参数最佳解的均值、方差、标准差及置信区间. 样本的均值及标准差分别为

$$\bar{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{X}}_i^* / N \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{S}} = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{\mathbf{X}}_i^* - \bar{\mathbf{X}})^T (\hat{\mathbf{X}}_i^* - \bar{\mathbf{X}}) \right]^{1/2} \quad (6)$$

根据均值、方差和标准差的定义,可以得到各参数在断层面的分辨率. 设子断层的数目为 M , 由随机加权方法反演得到的断层面上—特定参数 a , 设该参数在子断层上的均值和标准差分别为 $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \cdots, \bar{a}_M$ 和 $a_1^S, a_2^S, \cdots, a_M^S$; 相对均方差 $\sigma_i = a_i^S / \bar{a}_i, i=1, 2, \cdots, M$; 相对均方差的最大值和最小值分别为 \max, \min . 定义该参数在第 i 个子断层上的分辨率为

$$\eta_i = 1 - \frac{\sigma_i - \min}{\max - \min} \quad i = 1, 2, \cdots, M \quad (7)$$

η_i 的值分布于 $[0, 1]$ 之间, 该值越大说明分辨率越高, 越小说明分辨率越低. 事实上按这様定义: 相对均方差越小, 结果相对可靠; 相对均方差越大, 结果相对不可靠.

2 随机加权方法的数值检验

为了检验随机加权方法的效果, 构成如下模型: 将断层面沿断层的走向和倾向划分成 $5 \times 5 = 25$ 块子断层, 每一子断层的面积为 $2.0 \text{ km} \times 2.0 \text{ km}$, 破裂中心深度为 9 km . 滑动量、各子断层的滑动角、破裂时间及上升时间如图 1 所示, 破裂中心对应最大滑动量 (5 m) 和最小上升时间 (1 s). 滑动量从破裂中心由大到小、上升时间从破裂中心由小到大向四周均匀分布. 利用震中距 $14^\circ \sim 90^\circ$ 范围内 17 个 GDSN 台站的宽频 P 波资料进行反演, 采样率为 0.1 s , 震中及台站分布如图 2 所示. 格林函数的计算采用改进的广义反射透射系数及离散波数方法(姚振兴, 纪晨, 1997), 由震源参数模型计算得到的各台站上波形作为已知记录, 利用自适应全局混合反演方法(Ai *et al.*, 1998)求其最佳解, 反演结果如图 3 所示. 由最佳解可以看出, 滑动量与上升时间在破裂中心处与模型对应得很好, 但在断层面边缘子断层处, 误差比较大.

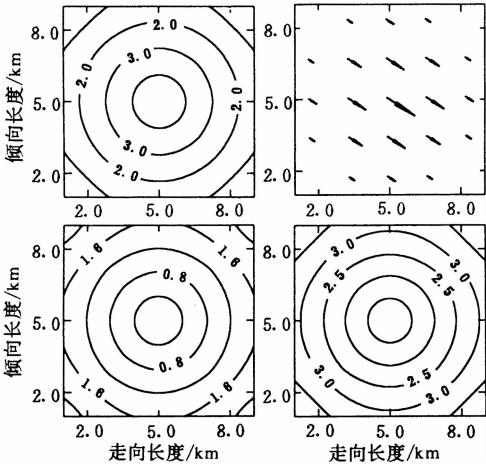


图 1 对应震源模型尺度为 10 km×10 km 时滑动量(左上)、滑动角(右上)、破裂时间(左下)及上升时间(右下)分布图。滑动量单位为 m, 破裂时间及上升时间单位为 s, 横坐标为沿断层走向长度(km), 纵坐标为沿断层倾向长度(km)

断层处各参数的分辨率值较低, 这一结果与反演结果的最佳值相符, 表明应用随机加权方法对有限断层破裂时空过程的反演结果进行误差估计是可行的。

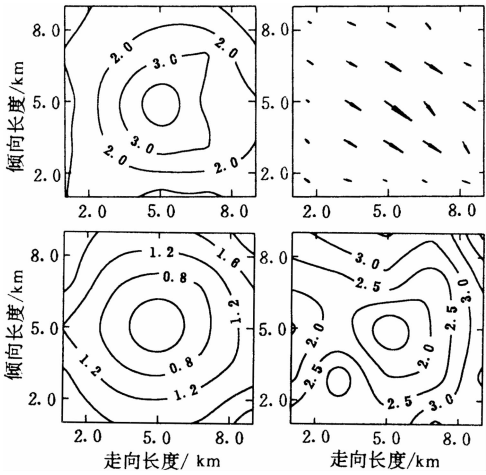


图 3 对图 1 模型反演得到的结果 (图例说明同图 1)

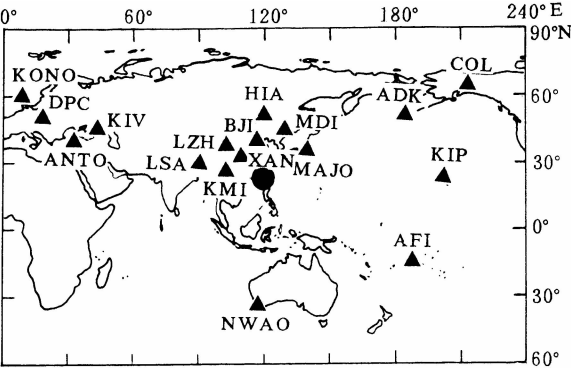


图 2 数值检验所用震中及台站分布图

应用随机加权的误差估计方法对图 1 所对应的模型进行了分析, 在样本容量分别为 100, 120, 130 时, 各参数在断层面上的分辨率分布图基本一致, 因此, 可认为样本容量等于 130 时就足够了。所得各参数在断层面上的分辨率分布结果如图 4 所示。从图上可以看出, 反演得到的各参数在破裂中心处的分辨率值最高, 而在边缘子

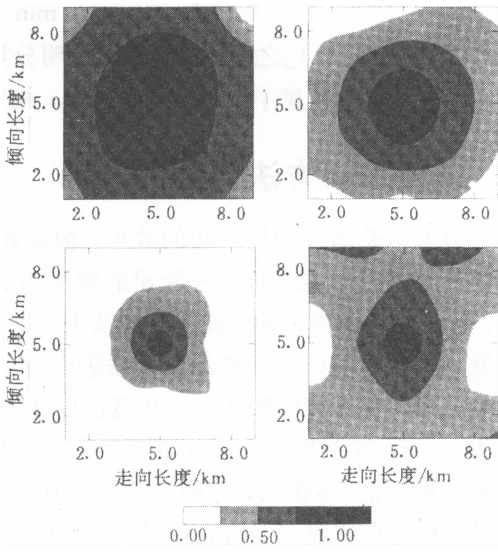


图 4 应用随机加权方法所得模型各参数分辨率分布图(图例说明同图 1)

3 实际地震记录有限断层反演的随机加权误差估计

随着全球宽频带数字地震台网及区域地震台网的相继建立,现已可记录到不同震中距、不同频率的各种波形资料.由于强地面运动记录可以用来推断断层面上破裂过程的细节,而远场体波资料可以提供断层位置和破裂总持续时间的信息,因此,对于中等以上强度的地震,目前大多数有限断层的反演都是应用强地面运动和远场体波数据联合进行的(Hartzell, Liu, 1996; Wald *et al.*, 1996).Hartzell 等(1991, 1996)的研究结果表明,单独使用远场宽频带数字地震记录,用波形反演方法也可以获得有限断层破裂过程的基本特征,这为研究缺乏近场记录的地震震源过程提供了可能.本文应用远场宽频 P 波数据对震源的破裂时空过程进行研究,数据采样率为 0.1 s,长度为 50 s.在反演参数上,每一子断层上有 4 个待反演的变量,即滑动量 ΔA 、滑动角 λ 、从破裂中心传播到断层面元的破裂时间 t 和破裂的上升时间 τ .每一参数的变化都有其特定的取值范围,它们由各种物理的先验信息及点源模型的反演结果综合决定.破裂中心固定为某一子断层的中点,破裂由中心向四周传播.目标函数选用公式(3)的形式.约束条件除规定滑动值 $\Delta A \geq 0$ 外,还加入了平滑与矩最小约束.

3.1 1994 年 9 月 16 日台湾海峡地震震源破裂过程的随机加权估计

1994 年 9 月 16 日 6 时 16 分 18 秒(世界时),在中国台湾海峡发生了一次强烈地震($M_s=7.3$).该地震发生在澎湖岛西南地区,震中附近没有 6 级以上地震的历史记录,因而十分引人注目.

郑天愉和刘鹏程(1996)应用全球数字地震台网(GDSN)和中国数字地震台网(CDSN)的宽频和长周期 P 波资料反演了该地震的点源地震矩张量,由矩张量确定了该地震的震源参数.反演结果表明,该地区处于以 SN 向水平拉张为主的地震应力状态.它是一次均匀单一破裂事件.由点源给出的震源参数结果具有其本身的局限性,为了更详细了解震源参数在平面上的时空分布情况,需要对该地震进行有限断层的反演.通过数值试验及对实际地震资料的反演时发现,震源深度误差对反演结果影响很大.因此,在进行点源震源参数的反演时,必须经过反复试错以寻求最佳震源深度解(艾印双, 1998).震中及台站的分布如图 2 所示.反演结果表明,滑动量主要集中在中心大致 200 km² 的方形区域内.图 5 为所选定节面上各参数的反演结果(Zheng *et al.*, 1998),即滑动量、滑动角、破裂时间及上升时间的分布.在破裂中心很小的区域具有非常大的矩释放,最大滑动量为 14 m.滑动量由破裂中心向四周逐渐减少.破裂中心的上升时间最小,为 0.5 s.由破裂中心向四周上升时间逐渐增大,在边缘子断层处最大上升时间达到 5 s 左右.从滑动角的分布上看,各子断层的滑动角与由点源模型所得到的滑动角基本吻合.滑动量、上升时间及破裂时间的空间分布表明,该次事件的破裂模式可表征为由接近震中的一凹凸体开始破裂,尔后滑动量和滑动速率向四周迅速减小.

对这一反演结果,我们用随机加权方法对其进行误差估计.图 6 为进行 120 次随机加权后得到的各参数在断层面上的分辨率分布图(100 次随机加权结果与其基本相同).从图上可以看出,在破裂中心很大的一个区域内,滑动量的分辨率较高,边缘子断层处较低.上升时间的分辨率分布较为分散,除破裂中心很小的一区域为高值区外,四周的值为高低交替分布.造成这一结果可能是由于上升时间参数比较敏感,因而造成在断层面上的分布

比较零乱.

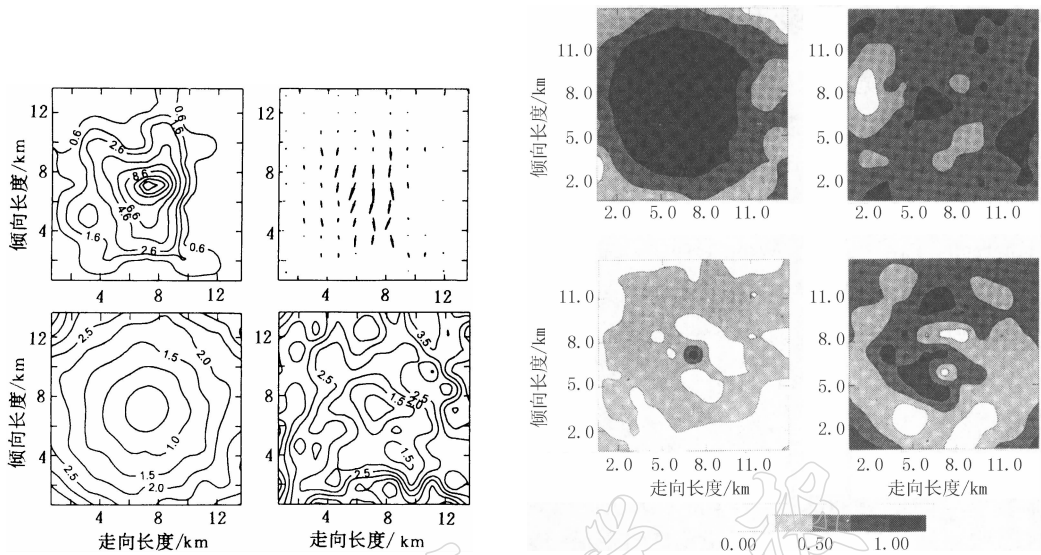


图 5 台湾海峡地震有限层破裂过程. 滑动量单位为 m, 破裂时间及上升时间为 s. 图例说明同图 1

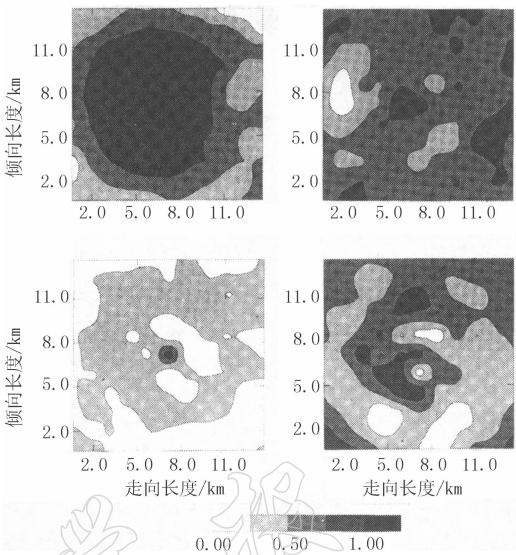


图 6 应用随机加权方法得到台湾海峡地震各参数分辨率分布图(图例说明同图 1)

3.2 1994 年 1 月 11 日缅中边境地震震源破裂过程及随机加权误差估计

1994 年 1 月 11 日 00 时 51 分 59.3 秒(世界时), 在缅中边界的青藏高原附近(25. 24° N, 97. 29°E)发生了一次中等强度($M_s=6.3$)的地震. 该地震位于印度板块与欧亚板块的边界地区, 这对于缝合线及其周围地震的震源过程以及理解大陆板块间的相互作用的研究, 均有着十分重要的意义.

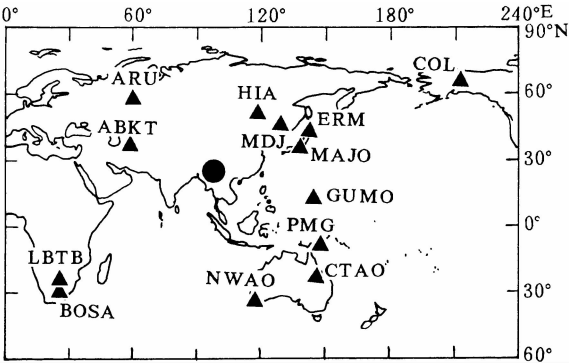


图 7 中缅边境地震震中及台站分布示意图

的研究, 均有着十分重要的意义.

研究该地震的破裂时空过程时, 首先利用点源反演确定该地震的总体特征, 然后采用自适应混合反演方法 (Ai *et al.*, 1998), 研究震源的详细破裂过程. 震中及台站分布如图 7 所示. 点源反演结果表明, 这次地震的矩张量解以双力偶成分为主, 由矩张量解确定的最佳双力偶两个节面分别为走向 $\theta_1=272^\circ$ 、倾角 $\delta_1=42^\circ$ 和走向 $\theta_2=56^\circ$ 、倾角 $\delta_2=54^\circ$, 这次事件是带有走滑分量的正断层, 其张应力轴的俯角为 6.6° , 压应力轴的俯角为 70.3° . 该地震的地震矩值达 $0.18\times10^{19} \text{ N}\cdot\text{m}$, 但震源过程持续的时间仅为 3 s, 是一次快速的简单破裂过程.

裂中心最大滑动量为 3.8 m，滑动量由破裂中心向四周逐渐减少，破裂中心的上升时间为 1.0 s，由破裂中心向四周上升时间逐渐增大，在边缘子断层处最大上升时间达到 7 s 左右。由滑动量、上升时间及破裂时间的空间分布表明，该次事件基本特征与海峡地震相似，破裂模式可表征为由接近破裂中心的一凹凸体开始破裂，之后，滑动量和滑动速率向四周迅速减小。

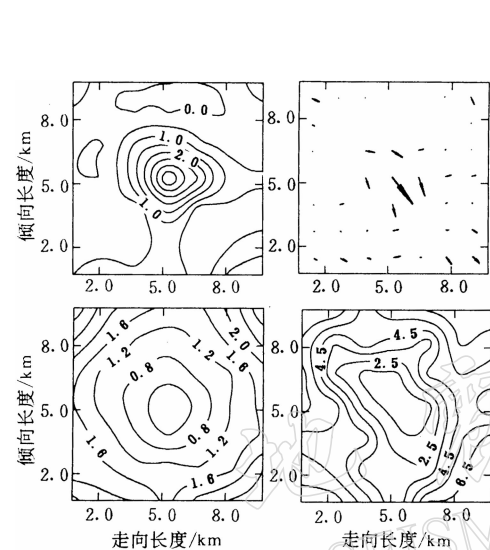


图 8 缅中边境地震有限断层破裂过程。
滑动量单位为 m，破裂时间及上升
时间单位为 s。图例说明同图 1

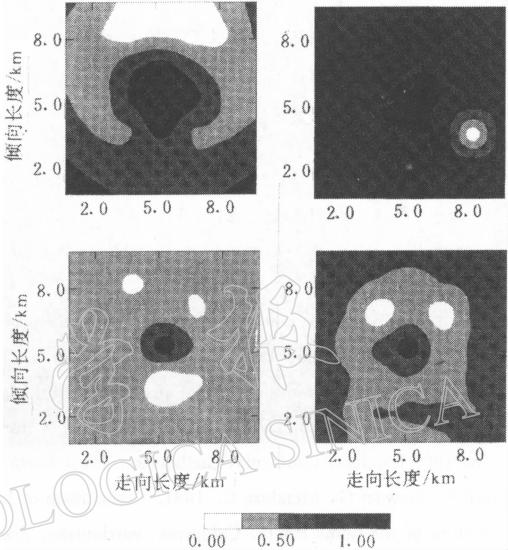


图 9 应用随机加权方法得到缅中边境地震
各参数分辨率分布图(图例说明同图 1)

同样，应用随机加权方法对该反演结果进行了误差估计。图 9 为进行 150 次随机加权后得到的滑动量、滑动角、破裂时间及上升时间在断层面的分辨率分布图。从图上可以看出，在破裂中心位置很大区域内滑动量的分辨率值都很高，边缘子断层处最小。上升时间的分辨率在破裂中心位置高，在边缘子断层处最低。破裂时间的分辨率在整个断层面的分布较为均匀。滑动角的分辨率分布较为零乱。

4 结论

通过数值试验表明，随机加权方法得到的有限断层反演各参数的分辨率值与反演得到的各参数的最佳值相一致，即对应滑动量值大的区域分辨率值较高，而对应滑动量值比较小的区域分辨率值较低。

通过对两次实际地震的研究表明，两次地震的震源机制相近，皆为正倾事件。随机加权误差估计显示了这样的总体特征：对应正倾事件，断层面上滑动量最大值所在区域，由反演得到的各参数分辨率值最高，由自适应全局混合反演得到的结果最为可靠；而对应滑动量值比较小的区域，反演得到的各参数分辨率值较低，结果的可靠性相对要低一些。

参 考 文 献

- 艾印双. 1998. 有限断层破裂时空过程反演及误差估计: [学位论文]. 北京: 中国科学院地球物理研究所, 50~53
- 刘鹏程, 郑天愉. 1996. 震源最佳反演结果误差的随机加权估计. 地球物理学报, **39**(3): 365~372
- 姚振兴, 纪晨. 1997. 时间域内有限地震断层的反演问题. 地球物理学报, **40**(5): 691~701
- 郑天愉, 刘鹏程. 1996. 1994年9月16日台湾海峡地震及其构造背景研究. 地球物理学报, **39**(1): 68~79
- 郑忠国. 1987. 随机加权法. 应用数学学报, **10**(3): 247~253
- 郑忠国. 1988. 随机加权法在线性模型中的应用. 系统科学与数学, **8**(2): 151~166
- Ai Yinshuang, Liu Pengcheng, Zheng Tianyu. 1998. Adaptive hybrid global inversion algorithm. *Science in China (Series D)*, **28**(2): 137~143
- Cotton F, Campillo M. 1995. Frequency domain inversion of strong motions: application to the 1992 Landers earthquake. *J Geophys Res*, **100** (B3): 3 961~3 975
- Das S, Suhadole P. 1996. On the inverse problem for earthquake rupture: The Haskell type source model. *J Geophys Res*, **101**: 5 725~5 738
- Efron B. 1979. Bootstrap method: Another look at the Jackknife. *Ann Statist*, **7**(1): 1~26
- Hartzell S, Liu P C, Mendoza C. 1996. The 1994 Northridge, California, earthquake: investigation of rupture velocity, rise time, and high-frequency radiation. *J Geophys Res*, **101**(B9): 20 091~20 108
- Hartzell S, Liu P C. 1996. Calculation of earthquake rupture histories using a hybrid global search algorithm: application to the 1992 Landers, California, earthquake. *Phys Earth Planet Inter*, **95**: 79~99
- Hartzell S, Stewart G, Mendoza C. 1991. Comparison of L1 and L2 norms in a teleseismic waveform inversion for the slip history of the Loma Prieta, California, earthquake. *Bull Seism Soc Amer*, **81**: 1 518~1 539
- Sandvol E, Hearn T. 1994. Bootstrapping shear-wave splitting errors. *Bull Seism Soc Amer*, **84**: 1 971~1 977
- Tichelar B, Ruff L J. 1989. How good are our best models? Jackknifing, Bootstrapping, and Earthquake Depth. *EOS*, **70**: 605~606
- Wald D J, Heaton T H, Hudnut K W. 1996. The slip history of the 1994 Northridge, California, earthquake determined from strong-motion, teleseismic, GPS, and leveling data. *Bull Seism Soc Amer*, **86**(1B): S49~S70
- Zheng T Y, Ai Y S, Chen Q Z. 1998. The 16 september 1994 Taiwan Strait earthquake: a simple rupture event starting as a break of asperity. *Phys Earth Planet Inter*, **107**: 269~284