

两类热弹性问题的准静态解及其 地震前兆场的时空分布特征^{*}

赵永安

(中国河北三河 101601 防灾技术高等专科学校)

摘要 控制内陆浅源地震孕育及发生的应力场可视为基本应力场与变化应力场的叠加, 后者往往起着重要的作用。本文讨论两类与地热有关的产生变化应力场的问题: 一类是局部高温区问题, 包括载热流体侵入竖直或水平裂隙的情况和存在静态局部高温区的情况; 另一类是断层在稳态扩展中出现位移间断的同时也释放热能的情况。将它们理想化为热弹性理论的三维准静态问题, 并给出各自的解。求得其在地表附近某平面上所产生的若干地震前兆附加场的近似表达式, 如温度场、体应变及地下水位场、垂直形变及地倾斜矢量场。讨论它们在该平面上的时空分布特征, 并就诸情况进行对比。为综合利用它们的前兆观测资料, 探索阶段性地震前兆信息提供某些可能的理论基础。

主题词 热弹性; 准静态解; 地震前兆场

引言

从力学角度看, 控制内陆浅源地震孕育过程的应力场可视为基本应力场和变化应力场的叠加。前者是这部分地壳在受到更大范围的区域动力作用, 如板块的挤压、地球自转及地幔物质流动等作用所产生的应力场。它决定了该地区地壳应力场的基本状况, 在相当长的时期内是较为稳定的; 后者是该部分地壳受到诸如外力的微小变化、上地幔物质的侵入以及区域内地震活动等影响所产生的附加应力场。这部分变化应力场对地震的孕育和发生起着重要的作用。

目前所见到的关于变化应力场及地震前兆场的理论研究, 基本上是以弹性力学或弹塑性力学为基础, 研究的是各种等温力学模型, 尚未考虑温度的作用或影响。因此, 严格地说, 它们不完全适用于受地热影响的那类地震预报问题的研究。然而, 观测事实表明, 多数地震发生前有热异常现象。这就使得地热与地震关系的研究成为人们日益关注的问题之一, 如 Dmowska(1975)、国家地震局《一九七六年唐山地震》编辑组(1982)、安镇文和朱传镇(1984)均从不同角度研究热应力对地震孕育过程的影响; Lachenbruck(1980)研究摩擦热、液压和断层运动阻尼的关系; 蔡永恩等(1987)利用震前断层蠕动模型, 对唐山地震前出现的地温异常做了探讨, 提出其一个可能原因是震前断层的加速蠕动; 王琳瑛和朱传镇(1984)讨论了唐山地震和海城地震前大范围内的地温变化, 指出其很可能是地下热液通过

* 1994-10-08 收到初稿, 1995-06-12 收到修改稿并决定采用。

裂隙上涌的结果。由于目前探测热异常现象的观测技术水平还较低，很多实际观测资料尚不能满足人们对地震预报研究的需要。因此，仅利用地热观测资料探索新的地震前兆信息会遇到一定的困难。本文讨论两类与地热有关的产生变化应力场的热弹性理论的三维准静态问题，将温度场与应变场作为耦合场，给出其解析表达式，讨论由此产生的若干地震前兆场（在地表附近）的时空分布特征，为综合利用多种前兆观测资料，探索阶段性的地震前兆信息提供可能的理论基础。

1 问题及其解

1.1 局部高温区问题

上地幔层中物质运动的复杂性及地壳中存在着错综复杂的断裂及裂隙，使得温度特高的上地幔物质在某些特定的地区能够涌进地壳的岩石层中，形成局部高温区。它不仅在断层发生错动时起着“让位”的作用，而且还在其附近形成附加应力场，影响未来震源附近的应力分布，或在特殊情况下激发地震。因此，高温区附近应是易于孕育大地震的地带。1976年唐山7.8级地震的极震区两端就有高温区存在（郭增建，秦保燕，1979）。

本文拟讨论三维局部高温区问题的两种主要情况：一种是载热流体的侵入问题。假设在地壳某处存在一条微裂隙，考查载热流体从一端侵入并缓慢地充满整条裂隙的过程；另一种是假定在地壳的某些地方存在静态的局部高温区问题。

为着重讨论热所产生的影响，在上述问题中可以假定体力及外载荷皆为零；在存在裂隙的问题中，还假定其相对两面间无相对位移。由于岩石的导热系数相当小，我们可视局部高温物质为热源的空间分布，且忽略其随时间的变化；又考虑到区域的外表面对地震孕育过程的研究不具有直接的意义，我们可以把其理想化为仅有热源存在的均匀、各向同性无限热弹性介质中的准静态问题，即

$$\begin{cases} \mu \nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) = \gamma \nabla \theta(\mathbf{x}, t) \\ \nabla^2 \theta(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\chi} \dot{\theta}(\mathbf{x}, t) - \eta \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\chi} Q(\mathbf{x}, t) \end{cases} \quad (1)$$

其初始条件为 $u_i(\mathbf{x}, 0) = 0$, $i=1, 2, 3$, $\theta(\mathbf{x}, 0) = 0$ 。

这里, λ, μ 是介质的 Lamé 常数; $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_t$, α_t 是线热膨胀系数; $\chi = \lambda_0/c_\epsilon$, λ_0 是热传导系数, c_ϵ 是常应变比热; $\eta = \gamma T_0/\lambda_0$, T_0 是初始绝对温度, $\theta = T - T_0$ 是相对温度; \mathbf{u} 是位移矢量, 字母上的点表示其对时间 t 的偏导数。

$Q(\mathbf{x}, t)$ 是热源强度函数。在载热流体侵入问题中，如取侵入端的端点为坐标原点，则就最简单的情况可按裂隙的方向，分别假定其有限扩展热源为

$$Q(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} Q_0 H(t - x_2/v) \delta(x_1) & \text{当 } 0 \leq x_2 \leq L \quad 0 \leq x_3 \leq W \quad t \geq 0 \text{ 时} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

$$Q(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} Q_0 H(t - x_3/v) \delta(x_1) & \text{当 } 0 \leq x_2 \leq W \quad 0 \leq x_3 \leq L \quad t \geq 0 \text{ 时} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

其中, $H(t)$ 是 Heaviside 函数; $\delta(x)$ 是 δ 函数; Q_0 , v (流体延展速率), L, W 是常数, $L \gg W$ (图 1)。

式(2)和(3)分别对应于水平和竖直裂隙两种基本情况。由于式(1)满足叠加原理，斜裂隙问题作为它们的线性组合，其解可通过相应的叠加得到。

对于静态局部高温区问题,可简单假定

$$Q(x, t) = \begin{cases} Q_1 & \text{当 } x \in \Omega_1 = \{x \mid r_1^2 = (x_1 - a)^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq R_1^2\} \quad t \geq 0 \text{ 时} \\ Q_2 & \text{当 } x \in \Omega_2 = \{x \mid r_2^2 = (x_1 + a)^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq R_2^2\} \quad t \geq 0 \text{ 时} \\ 0 & \end{cases} \quad (4)$$

其中, Q_1 , Q_2 , a , R_1 和 R_2 为常数.

式(1)中的热源强度函数 $Q(x, t)$ 取式(2)、(3)和(4)的问题分别记为 I_{11} , I_{12} 和 I_2 .

借助于赵永安(1996)给出的该类问题解的一般公式,问题 I_{11} 的解为

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta(x, t) = \frac{\chi_1^{1/2} Q_0}{8\pi^{1/2} \chi} \int_0^t F_1(x_2, t, \tau) F_2(x_3, t-\tau) e^{-x_1^2/4\chi_1(t-\tau)} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \\ \dot{u}_j(x, t) = \frac{-m\chi_1^{3/2} Q_0}{8\pi^{1/2} \chi} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_0^t F_1(x_2, t, \tau) F_2(x_3, t-\tau) e^{-x_1^2/4\chi_1(t-\tau)} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \quad j = 1, 2, 3 \end{array} \right. \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{1}{\chi_1} &= \frac{1}{\chi} + m\eta \quad m = \frac{\gamma}{\lambda + 2\mu} \\ F_1(x_2, t, \tau) &= H(L - v\tau) [erf\left(\frac{x_2}{2\sqrt{\chi_1(t-\tau)}}\right) - erf\left(\frac{x_2 - v\tau}{2\sqrt{\chi_1(t-\tau)}}\right)] + \\ &\quad H(\tau - L/v) [erf\left(\frac{x_2}{2\sqrt{\chi_1(t-\tau)}}\right) - erf\left(\frac{x_2 - w}{2\sqrt{\chi_1(t-\tau)}}\right)] \\ F_2(x_3, t) &= erf\left(\frac{x_3}{2\sqrt{\chi_1 t}}\right) - erf\left(\frac{x_3 - w}{2\sqrt{\chi_1 t}}\right) \quad erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\eta^2} d\eta \text{ 是误差函数.} \end{aligned}$$

问题 I_{12} 的解有与式(5)相同的形状,只须交换 x_2 与 x_3 的位置,此处略去. 问题 I_2 的解已由赵永安(1996)给出.

1.2 断层稳态扩展的热输出情况

陈培善等(1977)研究表明,浅源大地震的破裂过程可粗略地划分为稳态扩展和失稳扩展两个阶段,其稳态扩展是十分缓慢的,且其速率变化很小.因此,我们可以将其理想化为准静态问题. 马宗晋等(1982)将中国九大地震前的主要热异常现象,与当地当时的天气变化实况资料,做了比较和分析,指出在一些地震前似乎不能排除有地下热输出的影响.

美国 1979 年在洛基山脉芬顿山断裂带人工钻探压裂实验也

表明,当断裂进入微破裂扩展阶段,能够获得温度高达 205°C、热流约为 0.2 W/m² 的长期热能输出(安镇文,朱传镇,1985).因此,我们在讨论断层稳态扩展问题时,除假定其存在位移间断外,还应假定存在与之相伴的有限扩展热源,其强度为 $Q(x, t)$,即该问题是寻求方程组(1)满足如下条件的解:

$$\begin{cases} u_i(x, t) = u_i^0(x, t) \quad i = 1, 2, 3 \quad \theta(x, t) = \Theta(x, t) \quad x \in A \quad t \geq 0 \\ u_i(x, 0) = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad \theta(x, 0) = 0 \quad x \in B \end{cases} \quad (6)$$

这里, A 是空间区域 B 的表面,包括一个外表面 S 和两个相邻的内表面 Σ^+ 和 Σ^- (模拟掩埋

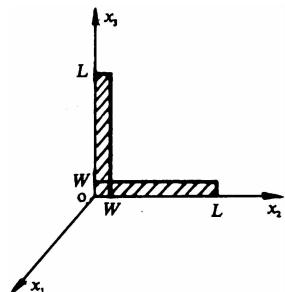


图 1 坐标系

断层的相对两面). 如问题 I , 取 B 为无限域, 并设 $\Sigma = \{x | x_1 = 0, 0 \leq x_2 \leq L, 0 \leq x_3 \leq W\}$.

如记

$$\Delta u(x, t) = u^0(x, t)|_{\Sigma^+} - u^0(x, t)|_{\Sigma^-}$$

可设

$$\begin{cases} \Delta u_2(x, t) = \begin{cases} D_0 H(t - x_2/v) & x \in \Sigma \quad 0 \leq t \leq L/v \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \\ \Delta u_1(x, t) = \Delta u_3(x, t) = 0 \quad x \in \Sigma \quad t \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$Q(x, t) = \begin{cases} Q_0 H(t - x_2/v) & x \in \Sigma \quad 0 \leq t \leq L/v \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

这里, D_0, Q_0 为常数. 记该问题为 II , 其解已由赵永安(1996)给出.

2 若干地震前兆场的时空分布

如果将前述变化应力场再分为区域应力场和震源应力场. 那么, 问题 I₁ (I₁₁ 与 I₁₂) 和 I₂ 将给出产生区域应力场的两种具体形式. 如果在该地区有活动断层存在, 则断层端部的应力强度因子, 会由此附加应力场的出现而发生变化, 它可能促进地震孕育的发展, 或直接激发地震. 问题 II 给出的是地震孕育过程中的某个阶段所产生的温度-应变场, 它作为震源应力场的一种形式, 将可能促进断层的进一步扩展, 或激发断层的失稳扩展, 引发地震. 因此, 讨论这两类温度-应变场在地表附近的某些效应(地震前兆场), 对于探索地震前兆的阶段性信息是有意义的. 记 π_0 为地表附近的平面, $x_3 = x_{30}$, 又记 $r_{13} = [x_1^2 + x_{30}^2]^{1/2}$.

2.1 温度场

如果以 $\theta_H^L(x, t)$ 、 $\theta_H^W(x, t)$ 、 $\theta_H(x, t)$ 和 $\theta_s(x, t)$ 分别表示问题 I₁₁、I₁₂、I₂ 和 II 的温度, 则由它们的解, 其在 π_0 上可分别近似地表示为

$$\theta_H^L(x, t) \approx \frac{\chi_1^{1/2} Q_0 W v \alpha}{4 \pi^{3/2} \chi x_{30}^2} H(t - x_2^2/4\chi_1) t^{1/2} \frac{4\chi_1 t - (x_2 - v\alpha/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} \quad (9)$$

$$\theta_H^W(x, t) \approx \frac{\chi_1^{1/2} Q_0 W v \alpha}{4 \pi^{3/2} \chi x_{30}^2} H(t - x_2^2/4\chi_1) t^{1/2} \frac{4\chi_1 t - (x_2 - W/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} \quad (10)$$

$$\theta_H(x, t) \approx \frac{4\chi_1^{5/2} t^{5/2}}{\pi^{1/2} \chi} \left\{ \frac{R_1 Q_1}{r_1} \left[\frac{1}{(r_1 + R_1)^3} e^{-(r_1 + R_1)^2/4\chi_1 t} + \frac{1}{(r_1 - R_1)^2} e^{-(r_1 - R_1)^2/4\chi_1 t} \right] \right\} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \theta_s(x, t) \approx & \frac{\chi_1^{1/2} Q_0 W v \alpha}{4 \pi^{3/2} \chi x_{30}^2} \left[H(t - x_2^2/4\chi_1) t^{1/2} \frac{4\chi_1 t - (x_2 - v\alpha/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} - \right. \\ & \left. H(t - L/v)(t - L/v)^{1/2} \frac{4\chi_1(t - L/v) - (x_2 - L/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1(t - L/v)} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

其中, α 是参数, 当 $t \leq L/v$ 时, $\alpha = t$; 当 $t > L/v$ 时, $\alpha = L/v$. 在求得式(12)时, 注意到 $\eta m \chi_1 \ll 1$, 而略去了其相应的项. 这相当于在 II 中忽略了断层的位移间断对地表附近温度变化

的影响.

2.1.1 区域分布特征

由式(9)和(10)不难看出, I_{11}, I_{12} 在平面 π_0 上所产生的温度影响域各为一系列近似于椭圆形形状的区域. 式(9)的等值线——近似椭圆的中心 $(0, vt/2)$ 自点 $(0,0)$ 沿 x_2 轴的正向(载热流动的移动方向)逐渐移动至点 $(0, L/2)$, 其两半轴也随 t 增大, 且稍前时刻的椭圆总包含在其后椭圆的内部. 粗略地如图 2(实线)所示. 式(10)的等值线有类似的形式, 只是其中心总在点 $(0, W/2)$ 处, 即它自 $t=0$ 开始, 在 π_0 上生成一个以点 $(0, W/2)$ 为中心的随 t 不断扩大的近似于椭圆形形状的增温区.

对于 I_2 , 如果两个局部高温区相距足够远($2a \gg R_1 + R_2$), 则可忽略它们之间的相互影响. 由式(11)易知, $\theta_H(\mathbf{x}, t)$ 在 π_0 上的点 $A_1(a, 0), A_2(-a, 0)$ 附近的等值线, 各为以其为心的同心圆. 其影响域也随时间 t 的增加而扩大, 但主要取决于热源强度和距离.

关于 II, 注意到式(12)与式(9)的相似性, 其分布以时刻 $t^0 = L/v$ 划分为两个阶段. 在 t^0 之前, $\theta_s(\mathbf{x}, t)$ 的分布类似于 $\theta_H^L(\mathbf{x}, t)$ 的分布, 即在断层稳态扩展过程中, 平面 π_0 上产生一个自 $(0,0)$ 开始生长的、中心沿断层稳态扩展方向移动的(速率为 $v/2$)、不断向外扩展的近似于椭圆形形状的增温区(图 2 中实线所示). 在 t^0 之后, $\theta_s(\mathbf{x}, t)$ 的分布是不断加强和扩大的以点 $(0, L/2)$ 为中心的近似于椭圆形形状的增温区和一个自 t^0 在点 $(0, L/2)$ 开始生长并不断向外扩展且加强的近似于椭圆形形状的降温区(图 2 中虚线所示)的叠加.

2.1.2 关于时间的变化特征

对于平面 π_0 上一个确定的点 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_{30})$, 由式(9)~(11)不难看出, 只要温度的影响域自某一时刻 t 包含了这一点, 则无论对于 I 中的哪种情况, \mathbf{x} 处的附加温度总是 t 的单调增函数.

对于 II 则不然, 由式(12)可知, 当其增温区包含了 \mathbf{x} 以后, 由于 t^0 以后降温区的出现、扩大和加强, 迟早要影响到这一点. 因此, \mathbf{x} 处的附加温度 $\theta_s(\mathbf{x}, t)$ 先随 t 单调增加, 在 t^* 达到最大值, 然后单调减小并逐渐趋近于零. 由式(12)可近似确定.

$$t^* \approx \frac{1}{6\chi_1} [r_{13}^2 - 5(x_2 - L/2)^2] \quad (> L/v) \quad (13)$$

式(13)表明, 其所对应的附加温度曲线达到峰值的时刻 t^* 与点 \mathbf{x} 所处的位置(尤其是深度)有关. 假设在地面某处 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_{30})$ 的观测点可从两个不同的深度获取地温观测资料, 设其分别为 $\mathbf{x}^0 = (x_1, x_2, x_{30} - h_1)$ 和 $\mathbf{x}_0 = (x_1, x_2, x_{30} - h_2)$ ($h_2 > h_1$), 则由式(12)不难断定, II 在 \mathbf{x}^0 和 \mathbf{x}_0 所产生的附加温度曲线的形状是相似的, 但它们达到其各自峰值的时刻

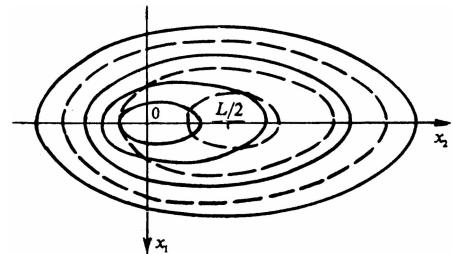


图 2 π_0 上 θ_H 和 θ_H^L 的等值线

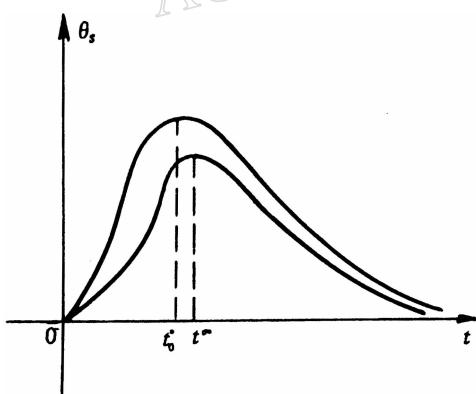


图 3 同一位置不同深度的 θ_s-t 曲线

t^{0*} 和 t_0^* 是不同的(近似如图 3 所示). 可近似估计 $\Delta t = t^{0*} - t_0^* \approx \frac{1}{3\chi_1}(h_2 - h_1)x_{30}$, Δt 通常不可忽略(因为 $x_{30} \gg 1$). 它表明较浅层的附加地温曲线在较晚的时刻达到其最大值. 这是该问题附加温度曲线的重要特征.

2.2 体应变与地下水位

如记问题 I₁₁, I₁₂ 和 I₂ 所产生的体应变分别为 $e_H^L(x, t)$ 、 $e_H^W(x, t)$ 和 $e_H(x, t)$, 则由它们的解, 可求得其在平面 π_0 上的近似表达式分别为($t \geq 0$)

$$e_H^L(x, t) \approx -\frac{m\chi_1^{1/2}Q_0Wv\alpha t^{1/2}}{4\pi^{3/2}\chi x_{30}^2}H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1}) \frac{4\chi_1 t - (x_2 - v\alpha/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} \quad (14)$$

$$e_H^W(x, t) \approx -\frac{m\chi_1^{1/2}Q_0Wv\alpha t^{1/2}}{4\pi^{3/2}\chi x_{30}^2}H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1}) \frac{4\chi_1 t - (x_2 - W/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} \quad (15)$$

$$e_H(x, t) \approx -\frac{4m\chi_1^{5/2}t^{5/2}}{\pi^{1/2}\chi} \left\{ \frac{R_1 Q_1}{r_1^2} \left[\frac{1}{(r_1 + R_1)^2} e^{-(r_1 + R_1)^2/4\chi_1 t} + \frac{1}{(r_1 - R_1)^2} e^{-(r_1 - R_1)^2/4\chi_1 t} \right] + \frac{R_2 Q_2}{r_2^2} \left[\frac{1}{(r_2 + R_2)^2} e^{-(r_2 + R_2)^2/4\chi_1 t} + \frac{1}{(r_2 - R_2)^2} e^{-(r_2 - R_2)^2/4\chi_1 t} \right] \right\} \quad (16)$$

如果将问题 II 所产生的体应变表示为 $e_S(x, t) = e_S^{(D)}(x, t) + e_S^{(Q)}(x, t)$. 其中, $e_S^{(D)}$ 和 $e_S^{(Q)}$ 分别表示该问题中由式(7)或式(8)单独作用所产生的体应变. 那么, 根据该问题的解及叠加原理, 它们在 π_0 上可分别表示为

$$e_S^{(D)}(x, t) \approx -\frac{3\mu D_0 v\alpha}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left[\frac{1}{(x_{30} - W)^4} - \frac{1}{x_{30}^4} \right] x_1 (x_2 - v\alpha/2) \quad (17)$$

$$e_S^{(Q)}(x, t) \approx -\frac{m\chi_1^{1/2}Wv\alpha}{4\pi^{3/2}\chi x_{30}^2} \left[H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1}) t^{1/2} \frac{4\chi_1 t - (x_2 - v\alpha/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} - H(t - L/v)(t - L/v)^{1/2} \frac{4\chi_1(t - L/v) - (x_2 - L/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1(t - L/v)} \right] \quad (18)$$

我们在计算 $e_S^{(D)}$ 的近似表达式时, 略去了该问题解中含 $\eta m\chi_1$ 的那一项. 这相当于我们忽略了位移间断式(7)所产生的那部分附加温度场引起的次生位移场对体应变的影响.

陈绍绪(1988)指出地下水位 Δh 与体应变 e 有如下关系:

$$\Delta h = -e/S_s \quad (19)$$

其中, S_s 称为单位储存系数, 有 10^{-8} 量级.

2.2.1 局部高温区问题

注意到式(14)~(16)分别与式(9)~(11)相类似, 知 I₁₁, I₁₂ 及 I₂ 所产生的体应变在 π_0 上的分布与相应问题的温度分布一致, 即前述各增温区分别对应于相应问题体应变的压缩区, 或地下水位的升高区. 对位于压缩区内的任一确定的点, 其体应变值或地下水位都是 t 的单调增函数.

2.2.2 断层稳态扩展问题

先讨论 $e_S^{(D)}$ 和 $\Delta h_S^{(D)}$ (对应于 $e_S^{(D)}$ 的地下水位). 对于确定的时刻 t , 当 $0 < t < L/v$ 时, 平面 π_0 上的直线 $x_1 = 0$, $x_2 - vt/2 = 0$ 将其分成 4 个区域. 由式(17)和(19)可知, 在 I, III 区

上 $e_s^{(D)}(\mathbf{x}, t) < 0$, $\Delta h_s^{(D)}(\mathbf{x}, t) > 0$, 即其是体应变的压缩区、地下水位的上升区; 在 II, IV 上, $e_s^{(D)}(\mathbf{x}, t) > 0$, $\Delta h_s^{(D)}(\mathbf{x}, t) < 0$, 即这两个区域是体膨胀区, 地下水位下降。此时, $e_s^{(D)}(\mathbf{x}, t)$ 、 $\Delta h_s^{(D)}(\mathbf{x}, t)$ 的等值线都近似是以直线 $x_1=0$ 和 $x_2-vt/2=0$ 为渐近线的双曲线。当 $t \geq L/v$ 时, 直线 $x_1=0$ 和 $x_2-L/2=0$ 将 π_0 分成 4 个区域, $e_s^{(D)}(\mathbf{x}, t)$ 及 $\Delta h_s^{(D)}(\mathbf{x}, t)$ 在 π_0 上的分布类似于 $t < L/v$ 时的情况。其等值线仍近似地以前二直线为渐近线的双曲线。如图 4 所示。

对于平面 π_0 上确定的点 \mathbf{x} , $e_s^{(D)}(\mathbf{x}, t)$ 及 $\Delta h_s^{(D)}(\mathbf{x}, t)$ 关于 t 的变化规律依 \mathbf{x} 所在 π_0 上的位置分为两种基本情况。直线 $x_1=0$, $x_2=0$, $x_2-L=0$ 将平面 π_0 分成 6 个区域(图 4)。 \mathbf{x} 位于带形区以外的任一区域内属于第 1 种情况。在这里, 当 $0 < t < L/v$ 时, $e_s^{(D)}$ 或 $\Delta h_s^{(D)}$ 均为 t 的单调函数; 当 $t \geq L/v$ 时, 它们皆保持为常数。其在各区域内的符号分布及变化如图 4 所示。 \mathbf{x} 位于带形区内属第 2 种情况。在这里, $e_s^{(D)}$ 或 $\Delta h_s^{(D)}$ 都不再是 t 的单调函数。以带 I 区为例, 其又被直线 $x_2=L/2$ 分为上下两部分。对位于带 I 区(上)中的 \mathbf{x} , 当 $0 < t < x_2/v$ 时, $e_s^{(D)} < 0$, 且单调减, $\Delta h_s^{(D)} > 0$, 且单调增; 在 $t=x_2/v$ 时各达到其最小值或最大值; 当 $x_2/v < t < L/v$ 时, $e_s^{(D)} < 0$, 但单调增, $\Delta h_s^{(D)} > 0$, 而单调减; 当 $t \geq L/v$ 时, 都为常数。对于带 I 区(下)的点 \mathbf{x} , $e_s^{(D)}$ 或 $\Delta h_s^{(D)}$ 关于 t 的变化规律与上半带形区的情况相同, 只是它们各在 $t=2x_2/v$ 变为 0 后取相反的符号(近似如图 5)。这相当于在带 I 区内, 随着稳态扩展的发育, π_0 上的膨胀区从 $x_2=0$ 以 $v/2$ 的速率沿断层扩展方向逐渐扩展, 直到稳态扩展结束($t=L/v$)时, 扩展到 $x_2=L/2$ 为止。对于带 II 区内的点有完全类似的情况, 但其符号则相反。

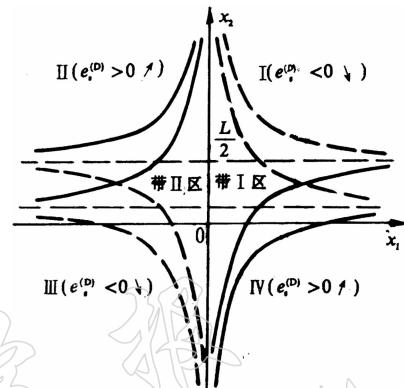


图 4 π_0 上 $e_s^{(D)}$ 的等值线及分布

再讨论 $e_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$ 。注意到式(18)的右端与式(12)仅差一个常数因子, 知 $e_s^{(Q)}$ 在 π_0 上有与 θ_s 类似的时空分布规律, 即对于确定的 $t > 0$, $\theta_s(\mathbf{x}, t)$ 的增温区对应于 $e_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$ 的压缩区和 $\Delta h_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$ 的上升区; 对于影响域内确定的点 \mathbf{x} , 其附加体应变 $e_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$ 经历一个由加强到减弱, 并逐渐消失的过程, 在时刻 t^* 达到峰值; $\Delta h_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$ 也有类似的情况。

最后讨论 $e_s(\mathbf{x}, t) = e_s^{(D)}(\mathbf{x}, t) + e_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$ 。当 $0 < t \leq L/v$ 时, 由于 $m = \frac{\gamma}{\lambda + 2\mu} = \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \alpha_t$, α_t 是介质

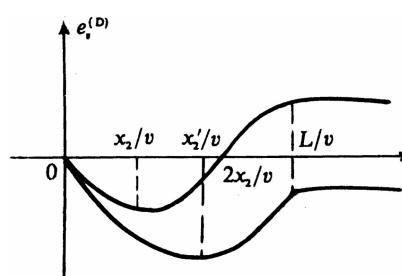


图 5 带 I 区内不同点的 $e_s^{(D)}$ - t 曲线

的线膨胀系数, 此时有 $\alpha_t \ll 1$; 又注意到 $e_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$ 关于 x_{30} 的衰减阶次高于 $e_s^{(D)}$ 的阶次。因此, $e_s(\mathbf{x}, t)$ 显示出 $e_s^{(D)}(\mathbf{x}, t)$ 的时空分布特征。当 $t > L/v$ 时, 由于 $e_s^{(D)}(\mathbf{x}, t)$ 关于 t 为常数, $e_s(\mathbf{x}, t)$ 关于 t 的变化规律就显现出 $e_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$ 的特征。对于 $\Delta h_s(\mathbf{x}, t) = \Delta h_s^{(D)}(\mathbf{x}, t) + \Delta h_s^{(Q)}(\mathbf{x}, t)$, 可进行类似讨论。

2.3 垂直形变与地倾斜矢量

通常所称的垂直形变, 实际上是位移矢量 \mathbf{u} 的竖直分量 u_3 ; 而地倾斜矢量 ψ 则是视 u_3

为平面数量场时的梯度, 即 $\psi = \text{grad} u_3$. 因而, 由前述两类问题的解, 可分别求出其在 π_0 上的近似表达式, 并进行讨论.

2.3.1 载热流体侵入问题

对于 I_{11} , 在 π_0 上, 当 $t > 0$ 时有

$$u_3 \approx \frac{m\chi_1^{3/2} Q_0 W v_\alpha t^{3/2}}{2\pi^{3/2} \chi x_{30} r_{13}^4} H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1}) [4\chi_1 t - (x_2 - v_\alpha/2)^2] e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \psi_1 \approx -\frac{m\chi_1^{1/2} Q_0 W v_\alpha t^{1/2} x_1}{4\pi^{3/2} \chi x_{30} r_{13}^4} H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1}) [4\chi_1 t - (x_2 - v_\alpha/2)^2] e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} \\ \psi_2 \approx -\frac{m\chi_1^{3/2} Q_0 W v_\alpha t^{3/2}}{\pi^{3/2} \chi x_{30} r_{13}^4} H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1}) [x_2 - v_\alpha/2] e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} \end{cases} \quad (21)$$

关于 $u_3(x, t)$. 比较式(20)与式(14)不难发现, 其时空分布与同一情况的地下水位的分布相类似.

关于 $\psi(x, t)$. 对于确定的 $t > 0$, $\psi(x, t)$ 作为平面矢量场, 由式(21)不难求得其矢量线的近似方程为

$$x_1^2 \approx C^2 (x_2 - v_\alpha/2)^2 \exp[-(x_2 - v_\alpha)^2/4\chi_1 t]$$

这里, C 为积分常数. 不难看出, 该曲线上任一点的切矢量 $\psi(x, t)$ 的方向总指向 $u_3(x, t)$ 凸区的中心, 即点 $(0, v_\alpha/2)$.

对于 $u_3(x, t)$ 凸区内任一确定的点 x , $\psi(x, t)$ 关于 t 的变化可用其矢端曲线 $X_1 = \psi_1(x, t)$, $X_2 = \psi_2(x, t)$ 来描述. 可验证其切矢量 $\tau(x, t)$ 与 $\beta = \{[4\chi_1 t - (x_2 - \frac{v_\alpha}{2})^2]x_1, 4\chi_1 t (x_2 - \frac{v_\alpha}{2})\}$ 共线. 从而可见, 当且仅当 x 满足条件 $0 < x_2 < L/2$ 时, 其相应的矢端曲线才出现峰值(相当于冯锐(1978)地倾斜矢量图的“打结”).

对于 I_{12} , u_3 及 ψ 有类似的时空分布特征. 只是 ψ 在任一确定点处的矢端曲线均不出现峰值.

2.3.2 静态的局部高温区问题

$$u_3(x, t) \approx \frac{8m\chi_1^{7/2} t^{7/2} x_{30}}{\pi^{1/2} \chi} \left\{ \frac{R_1 Q_1}{r_1} \left[\frac{1}{(r_1 + R_1)^4} e^{-(r_1 + R_1)^2/4\chi_1 t} + \frac{1}{(r_1 - R_1)^4} e^{-(r_1 - R_1)^2/4\chi_1 t} \right] + \frac{R_2 Q_2}{r_2} \left[\frac{1}{(r_2 + R_2)^4} e^{-(r_2 + R_2)^2/4\chi_1 t} + \frac{1}{(r_2 - R_2)^4} e^{-(r_2 - R_2)^2/4\chi_1 t} \right] \right\} \quad (22)$$

关于垂直形变 $u_3(x, t)$. 式(22)表明, $u_3(x, t)$ 在 π_0 上的时空分布与该问题地下水位的时空分布有类似的特征.

关于地倾斜矢量 $\psi(x, t)$. 当 t 固定时, $\psi(x, t)$ 作为 π_0 上的平面矢量场, 其矢量线在点 $A_1(a, 0)$ 和 $A_2(-a, 0)$ 附近各近似为射线

$$x_1 - a = Cx_2 \quad \text{或} \quad x_1 + a = Cx_2$$

C 为积分常数. 其切矢量 $\psi(x, t)$ 总指向其各自的中心 A_1 或 A_2 .

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1(x, t) \approx -\frac{4m\chi_1^{5/2}t^{5/2}x_{30}}{\pi^{1/2}\chi} \left\{ \frac{R_1Q_1(x_1-a)}{r_1^3} \left[\frac{1}{(r_1+R_1)^3} e^{-(r_1+R_1)^2/4\chi_1 t} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1}{(r_1-R_1)^3} e^{-(r_1-R_1)^2/4\chi_1 t} \right] + \frac{R_2Q_2(x_1+a)}{r_2^3} \times \right. \\ \left. \left[\frac{1}{(r_2+R_2)^3} e^{-(r_2+R_2)^2/4\chi_1 t} + \frac{1}{(r_2-R_2)^3} e^{-(r_2-R_2)^2/4\chi_1 t} \right] \right\} \\ \psi_2(x, t) \approx -\frac{4m\chi_1^{5/2}t^{5/2}x_{30}}{\pi^{1/2}\chi} \left\{ \frac{R_1Q_1x_2}{r_1^3} \left[\frac{1}{(r_1+R_1)^3} e^{-(r_1+R_1)^2/4\chi_1 t} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1}{(r_1-R_1)^3} e^{-(r_1-R_1)^2/4\chi_1 t} \right] + \frac{R_2Q_2x_2}{r_2^3} \left[\frac{1}{(r_2+R_2)^2} e^{-(r_2+R_2)^2/4\chi_1 t} + \right. \\ \left. \left. \frac{1}{(r_2-R_2)^3} e^{-(r_2-R_2)^2/4\chi_1 t} \right] \right\} \end{array} \right. \quad (23)$$

当 x 固定时(在 A_1 或 A_2 附近), $\psi(x, t)$ 作为 t 的矢函数, 其矢端曲线在 A_1 或 A_2 附近各为直线

$$X_1 = \left(\frac{x_1 - a}{x_2} \right) X_2 \quad \text{或} \quad X_1 = \left(\frac{x_1 + a}{x_2} \right) X_2$$

其切矢量 $\tau(x, t)$ 关于 t 是常矢量.

2.3.3 断层稳态扩展问题

记 $u_3(x, t) = u_3^{(D)}(x, t) + u_3^{(Q)}(x, t)$, $\psi(x, t) = \psi^{(D)}(x, t) + \psi^{(Q)}(x, t)$

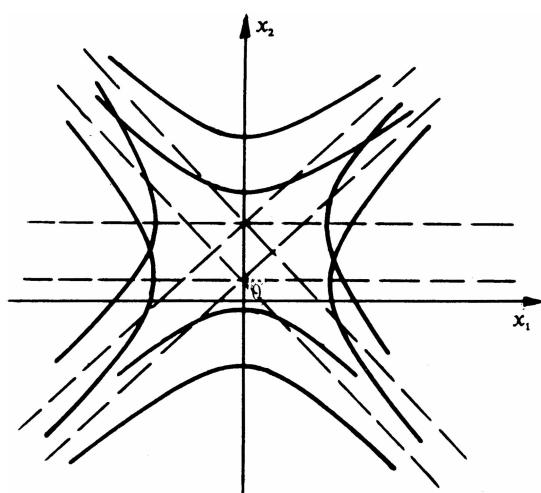
则

$$u_3^{(D)}(x, t) \approx \frac{(\lambda + \mu)D_0v\alpha}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left[\frac{1}{(x_{30} - W)^3} - \frac{1}{x_{30}^3} \right] x_1 (x_2 - v\alpha/2) \quad (24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1^{(D)}(x, t) \approx \frac{(\lambda + \mu)D_0v\alpha}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left[\frac{1}{(x_{30} - W)^3} - \frac{1}{x_{30}^3} \right] (x_2 - v\alpha/2) \\ \psi_2^{(D)}(x, t) \approx \frac{(\lambda + \mu)D_0v\alpha}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left[\frac{1}{(x_{30} - W)^3} - \frac{1}{x_{30}^3} \right] x_1 \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\begin{aligned} u_3^{(Q)}(x, t) &\approx \frac{m\chi_1^{3/2}Q_0Wv\alpha}{2\pi^{3/2}\chi x_{30}r_{13}^2} \left[H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1})t^{3/2} \frac{4\chi_1 t - (x_2 - v\alpha/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} - \right. \\ &\quad \left. H(t - L/v)(t - L/v)^{3/2} \frac{4\chi_1(t - L/v) - (x_2 - L/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1(t - L/v)} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1^{(Q)}(x, t) \approx -\frac{m\chi_1^{1/2}Q_0Wv\alpha x_1}{4\pi^{3/2}\chi x_{30}r_{13}^2} \left[H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1})t^{1/2} \frac{4\chi_1 t - (x_2 - v\alpha/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} - \right. \\ \left. H(t - L/v)(t - L/v)^{1/2} \frac{4\chi_1(t - L/v) - (x_2 - L/2)^2}{r_{13}^2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1(t - L/v)} \right] \\ \psi_2^{(Q)}(x, t) \approx -\frac{m\chi_1^{3/2}Q_0Wv\alpha(x_2 - v\alpha/2)}{\pi^{3/2}\chi x_{30}r_{13}^4} \left[H(t - \frac{x_2^2}{4\chi_1})t^{3/2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1 t} - \right. \\ \left. H(t - L/v)(t - L/v)^{3/2} e^{-r_{13}^2/4\chi_1(t - L/v)} \right] \end{array} \right. \quad (27)$$

图 6 π_0 与 $\psi_s^{(D)}$ 的矢量线

线出现一个峰值。

3 结果与讨论

前述有关地震前兆场在地表附近某平面 π_0 上的时空分布, 可归纳为如下具有可比性的定性特征:

(1) 围绕 I_1, I_2 的源区(指热源的分布区域在 π_0 上的投影)都出现增温区、体应变的压缩区、地下水位的上升区和垂直形变的凸起区。就同一问题而言, 它们的形状都是类似的, 并且其影响域都随时间 t 的增加而增大, 但是, 就不同问题而言, 其形状则存在差异。

(2) II 所产生的温度场分布类似于 I_{11} 的情况。但是, 其在扩展过程中所产生的体应变、地下水位及垂直形变皆呈“象限性”的四区域分布, 并存在与断层扩展方向垂直的具有“过渡”性质的两个半带形区域, 其宽度等于扩展长度 L ; 在扩展完成以后, 将再叠加一个相应的附加场, 其分布类似于温度场。1976 年唐山地震前, 该地区垂直形变的“下沉呈北东向条带分布, 有一个由南向北东伸展的过程; 上升则呈东西向分布, 有一个由北向南的扩展过程”(国家地震局《一九七六年唐山地震编辑组, 1982)。似乎显现出断层稳态扩展的特征。

(3) I_1, I_2 及 II 所产生的地倾斜矢量 $\psi(x, t)$ 在 π_0 上的矢量线(固定 t), 在其源区附近分别近似地为指数曲线、射线和双曲线。对 I_1, I_2 , 其 ψ 的方向总是指向它们各自源区的中心; 而 II 所产生的 ψ 则不尽然, 一般不指向其源区, 只有特殊位置上的 ψ 才指向源区。但是, 在扩展完成以后, 又附加较弱的矢量 ψ , 指向源区。II 的 ψ 在 π_0 上的分布与冯锐(1978)“关于倾斜矢量空间分布的设想”相吻合图 7。

关于垂直形变 $u_3^{(D)}(x, t)$ 及 $u_3^{(Q)}(x, t)$, 不难看出, 它同该问题的地下水位有类似的时空分布规律。关于 $\psi^{(Q)}(x, t)$, 其矢量线和矢端曲线则与前述问题 I_{11} 的情况相近, 这里均不再赘述。

对于 $\psi^{(D)}(x, t)$, 当 t 确定时, $\psi^{(D)}(x, t)$ 作为 π_0 上的平面矢量场, 其矢量线可近似地表示为双曲线(图 6)

$$x_1^2 - (x_2 - v\alpha/2)^2 = C$$

C 是积分常数。

对于确定的 x , $\psi^{(D)}(x, t)$ 的矢端曲线仅为 $0 \leq t \leq L/v$ 的一段弧。其切矢量 τ 平行于 $\{(x_2 - vt), x_1\}$, 是 t 的函数, 当且仅当 x 位于前述的带形区域内时, 其矢端曲

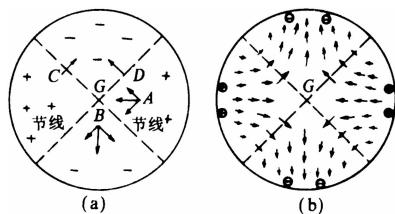


图 7 地表位移和地表倾斜[引自

冯锐(1978)]

(a)震源附近的位移分布;(b)震源附近的地倾斜分布

(4) 对于影响域内的任一点 x , I_1, I_2 所产生的 $\theta, e, \Delta h$ 及 u_3 在该处关于 t 的变化都是单调的。而 II 则不然, 它产生的 θ 在 x 关于 t 非单调且有峰值, 其达到峰值的时刻 t^* 与 π_0 所处的深度及 x 的位置有关; $e, \Delta h$ 及 u_3 关于 t 的变化也依 x 的位置而异: 当 x 位于带形区以外时, 它们在 $0 < t < L/v$ 时的变化是单调的, 在 $t > L/v$ 时, 变化不单调, 且在 t^* 达到峰值; 当 x 位于带形区内时, 它们关于 t 非单调, 在 $t = x_2/v$ 时达到峰值, 在 $t = t^*$ 时再达到一次峰值。

王琳瑛和朱传镇(1984)给出了1976年唐山地震前的唐山气象台以0 cm为边界条件的80 cm和40 cm距平差值曲线, 这两条曲线具有基本相似的形状, 前者在较早时刻达到峰值(图8)。这一特征似乎与 II 的温度曲线相对应(见图3)。

(5) 对于影响域内的任一点 x , 考查前述诸问题在该处所产生的地倾斜矢量 $\psi(x, t)$ 的矢端曲线。发现它们除 I_{11} 和 II 在那些前述特殊位置出现峰值外, 都不出现峰值。因此, 矢端曲线出现峰值似乎意味着其附近有热液侵入或有稳态扩展发生。可类似讨论其它有关前兆场, 这里不再赘述。

本文未涉及所述情况对地震孕育过程的影响, 仅讨论了它们所产生的附加前兆场在地表附近的时空分布特征——理想化模型的结果。由于地震孕育过程以及影响震前观测资料因素的多样性、复杂性。因此, 须结合震例对其进行深入地研究, 才能探索出那些与地热有关的地震孕育类型的阶段性的前兆信息。而本文所述诸解可为其资料的反演提供一些方法。

感谢朱凤鸣、郭履灿、张少泉、王玉秀等同志对原稿提出宝贵意见。

参 考 文 献

- 安镇文, 朱传镇, 1984. 地热与地震关系的研究(一). 地震学报, 6(2): 211~222
 安镇文, 朱传镇, 1985. 地热异常与地震孕育和发生的关系. 地震研究, 8(4): 541~548
 蔡永恩, 殷有泉, 王仁, 1987. 地震前断层蠕动与地温异常的探讨. 地震学报, 9(2): 167~175
 陈培善, 谷继成, 李文香, 1977. 从断裂力学观点研究地震的破裂过程和地震预报. 地球物理学报, 20(4): 185~201
 陈绍绪, 1988. 地震强度和震中的综合物理预报. 中国地震, 4(1): 29~33
 冯锐, 1978. 地倾斜与地震. 北京: 地震出版社. 220~225, 236~237
 郭增建, 秦保燕, 1979. 震源物理. 北京: 地震出版社. 175~176
 国家地震局《一九七六年唐山地震》编辑组, 1982. 1976年唐山地震. 北京: 地震出版社. 146, 412~414
 马宗晋, 1982. 1966~1976年中国九大地震. 北京: 地震出版社. 126
 王琳瑛, 朱传镇, 1984. 唐山地震和海城地震前地温的异常变化. 地震研究, 7(6): 649~656
 赵永安, 1996. 热弹性理论准静态问题解的一般公式及其应用. 应用数学, 9(2): 153~157
 Lachenbruch A H, 1980. Frictional heating, fluid pressure and the resistance to fault motion. *J. Geophys Res.*, 85: 6 097
 ~ 6 112
 Dmowska R, 1975. Connection between thermal stresses and earthquake processes. *Publications of the Institute of Geophysics Polish Academy of Sciences*, 86: 1~45

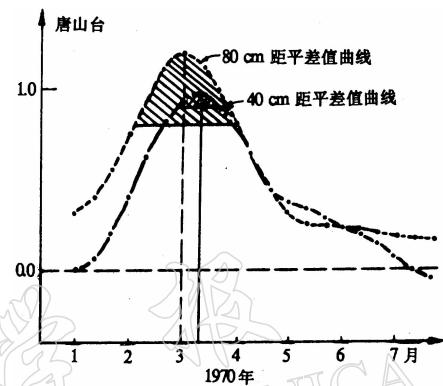


图8 唐山气象台以0 cm为边界条件的80 cm、40 cm距平差值曲线(图中明显可见80 cm异常幅度高于40 cm,且相位超前, 阴影部分为超出两倍方差的异常点)

[引自王琳瑛和朱传镇(1984)]