

# 受压剪应力作用闭合裂纹的光弹性研究

王建华 宋锦良 冯德益 蒋淳  
(天津大学) (天津市地震局)

## 摘要

文中给出了受压剪应力作用闭合裂纹端部应力场的断裂力学解。提出了一种预制闭合裂纹的新方法。对闭合裂纹做了新的光弹性研究。分析了应力强度因子(SIF)及闭合裂纹表面摩擦力的变化。探讨了压剪闭合共线双裂纹之间奇异应力场的相互作用。用有限元法对压剪闭合裂纹 SIF 所做的计算说明,本文实验结果合理。最后,讨论了本文结果在震源研究中的某些应用。

关键词 震源物理;断裂力学;压剪裂纹;构造应力场

## 一、前言

研究压剪应力作用下裂纹的静态及动态过程,对探讨构造地震震源的形成机制具有重要的意义。Duda<sup>[1]</sup>, Bobolakis<sup>[2]</sup>, Hooke<sup>[3]</sup>, 赵豫生<sup>[4]</sup>等对这一问题做过不同程度的实验研究。在这些研究中,大多用狭长缺口模拟裂纹,用缺口端部的应力集中系数表征其应力场强度的变化。但是,对压剪裂纹做的断裂力学分析表明,问题并非是一个简单的应力集中。故本文的目的是对压剪闭合裂纹的静态过程作进一步研究。文中首先给出压剪闭合裂纹端部应力场的断裂力学解,进而对压剪闭合单裂纹及共线双裂纹作了新的光弹性研究。此外,文中还介绍了一种预制闭合裂纹的新技术,给出了 SIF 的有限元计算结果,以便与实验结果比较。最后讨论了本文结果在震源研究中的某些应用。

## 二、压剪闭合裂纹端部应力场的断裂力学解

当一个二维裂纹位于压剪应力场中时,裂纹的两个表面要压紧闭合,从而使裂纹失去了 I 型应力奇异性,而保留下 II 型应力奇异性。为了从理论上予以阐明,我们用 Williams 应力函数在围绕闭合裂纹端部的局部区域内进行分析<sup>[5]</sup>,则应力场的一般表达式为:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{xx} = & (-K_{II}/\sqrt{2\pi r}) \sin(\theta/2) [2 + \cos(\theta/2) \cos(3\theta/2)] \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} r^{\frac{n}{2}-1} f_n^1(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} r^{m-1} g_m^1(\theta) \end{aligned} \right.$$

1987 年 10 月 4 日收到本文初稿, 1989 年 2 月 8 日决定采用。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{yy} = (K_{II}/\sqrt{2\pi r}) \cos(\theta/2) \sin(\theta/2) \cos(3\theta/2) \\ \quad + \sum_{n=2}^{\infty} r^{\frac{n}{2}-1} f_n^2(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} r^{m-1} g_m^2(\theta) \\ \tau_{xy} = (K_{II}/\sqrt{2\pi r}) \cos(\theta/2) [1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] \\ \quad - \sum_{n=2}^{\infty} r^{\frac{n}{2}-1} f_n^3(\theta) - \sum_{m=1}^{\infty} r^{m-1} g_m^3(\theta) \end{array} \right. \quad (1)$$

式中,  $K_{II}$  是 II 型裂纹的 SIF,  $f_n^i(\theta)g_m^i(\theta)$  是含待定系数的已知函数,  $i = 1, 2, 3$ .

### 三、压剪闭合裂纹的光弹性实验

#### 1. 实验技术

首先介绍一种在环氧树脂板上预制闭合裂纹的新方法——粘结法。这种方法工艺简单, 预制出的裂纹闭合规则。在该方法的研究中, 重点解决了以下几个技术问题:

(1) 为消除粘接应力, 采用如下的粘接剂:

环氧树脂(6101):二乙烯三胺:磷苯二甲酸二丁脂=100:8—10:5(重量比)。

(2) 选用图 1 给出的粘接模型形状, 保证模型沿粘接缝有足够的抗破坏强度。

(3) 按下述粘接工艺, 保证粘好后的模型在预定部位形成闭合裂纹:

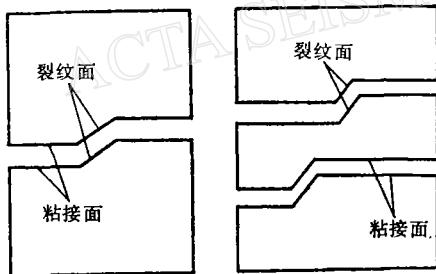


图 1 粘接模型形状

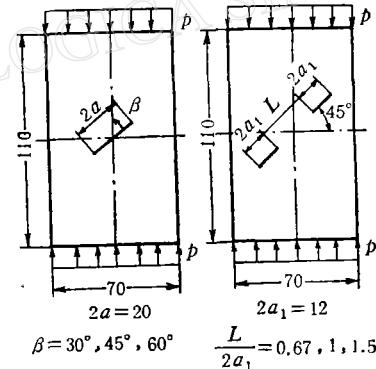


图 2 两组光弹试件(尺寸及受力方式)

a. 将一块光滑平整无初应力的板按图 1 形状割开, 用铣床加工裂纹面及粘接面后, 在预定裂纹部位的一个表面上薄薄地刮一层石蜡, 以形成裂纹。为防粘接试件时其表面被粘污, 又在试件表面涂一层聚苯乙烯甲苯形成保护膜。

b. 在粘接面及没有蜡层的裂纹面均薄薄地涂一层粘接剂。稍等片刻, 待粘度增加时, 将模型对合复位, 并在两端稍加压力(也可不加), 否则会在形成的闭合裂纹尖端处出现粘接应力条纹, 影响实验。

c. 将模型置于室温中, 固化 24 小时后, 放入 50°C 的烘箱内充分固化 6 小时即可。

d. 按试件的预定尺寸对其铣削成型, 使试件的两个受力面有良好的平行度, 以保证实验时, 试件受力面上形成均匀分布的外力。

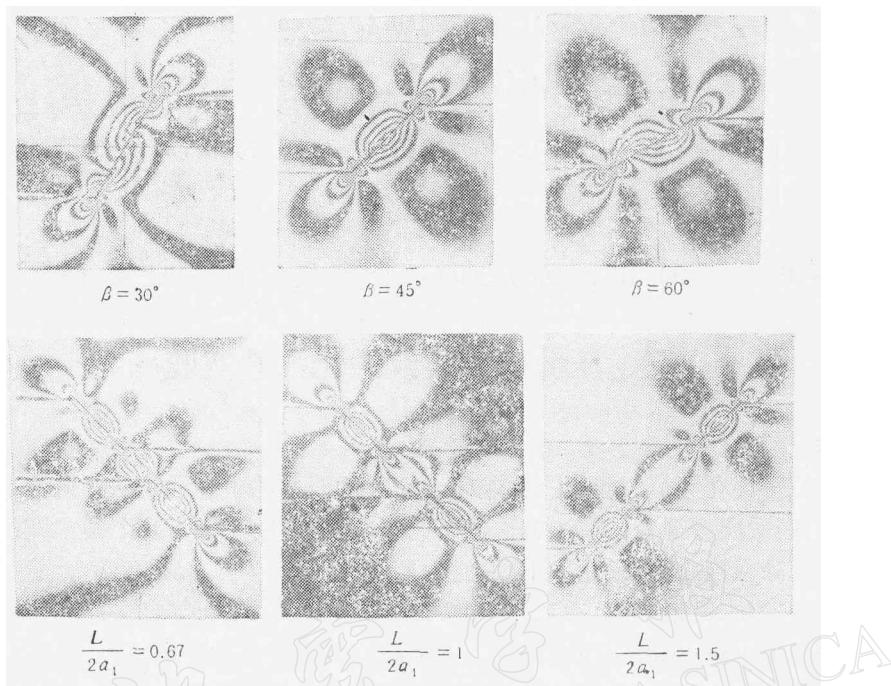
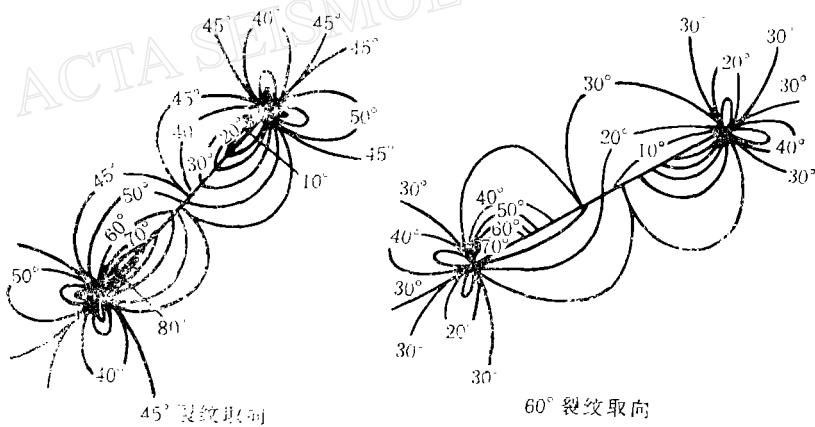


图 3 典型的等差线

图 4  $45^\circ, 60^\circ$  裂纹的两族等倾线

## 2. 实验内容

本实验包括两组，其一是在与主压应力方向呈  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  三个典型方向上含有闭合单裂纹的试件；其二是在与主压应力方向呈  $45^\circ$  的方向上含有不同间距的共线闭合双裂纹的试件（见图 2）。

在 409-II 光弹仪上完成全部实验。用一台油压机（最大加力吨位为 3.5 吨）给试件施加单向压缩，这时裂纹受压剪应力作用。用荷重传感器配合 YJ-16 应变仪做测力装置，保证测力误差小于 0.5%。为研究闭合裂纹 SIF 及其表面摩擦力的变化，分别记录不同载荷条件下的等差线及  $45^\circ, 60^\circ$  取向闭合裂纹周围的等倾线，见图 3 及图 4。

## 四、实验数据整理

### 1. 压剪闭合裂纹 SIF 的计算方法

用改进级数法<sup>[6]</sup>计算单裂纹的 SIF。由应力场公式(1)得该法的控制方程为:

$$(n f_\sigma / d) = (A_0 K_{II} / \sqrt{r}) + D_1 \quad r \leq r_0 \text{ (靠近裂纹尖端处)}$$

$$(n f_\sigma / d) = (B_1 / \sqrt{r}) + \sum_{N=2}^{\infty} B_N (r^{\frac{1}{2}})^{N-2} \quad r \geq r_0 \text{ (远离裂纹尖端处)} \quad (2)$$

这里,  $B_N$  是待定系数,  $A_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (4 - 3\sin^2\vartheta)^{\frac{1}{2}}$ ,  $d$  是模型厚度,  $f_\sigma$  是材料条纹值,  $K_{II}$  与  $B_N$  之间的关系由两区域的连续条件确定如下:

$$K_{II} = \frac{1}{A_0} \{ B_1 - (\sqrt{r_0})^2 [B_3 + 2\sqrt{r_0} B_4 + \dots + (N-2) \sqrt{r_0}^{N-3} B_N + \dots] \} \quad (3)$$

实际计算时, 将式(2)截断为不同的有限项, 依据计算结果的相对稳定性, 由式(3)确定最终结果。

计算共线闭合双裂纹的SIF时, 由于裂纹尖端条纹较少, 故采用全场多点超定法计算。

### 2. 压剪闭合裂纹表面摩擦力的确定方法

由光弹性原理, 等倾线与要研究截面上的剪应力关系为:

$$\tau_{xy} = (n f_\sigma / 2d) \sin 2(\hat{x}\sigma_1) \quad (4)$$

这里,  $(\hat{x}\sigma_1)$  是研究点主应力  $\sigma_1$  与参考坐标系  $x$  轴之间的夹角。故根据实测的等倾线及相应的等差线, 由上式即可确定出闭合裂纹表面上的摩擦力。

## 五、实验结果及其分析

### 1. 闭合裂纹表面摩擦力分布随外力增长变化的趋势

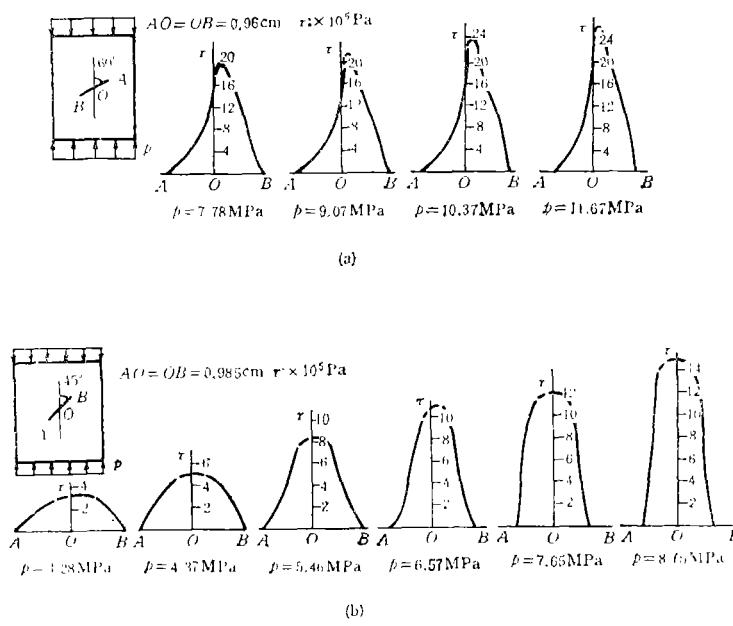


图 5 闭合裂纹表面摩擦力随外力增长变化的趋势

图 5 给出了  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  取向的闭合裂纹表面上摩擦力的分布随外力的增长而变化的情况。由此看出, 在这个过程中, 裂纹表面上的摩擦区逐渐向中部集中, 而靠近尖端的裂纹表面, 摩擦力逐渐减小, 最终成为自由表面。所以, 对与主压应力方向斜交的闭合裂纹端部应力场强度起阻碍作用的是其中部产生的摩擦力。上述结论虽然是在本文特定的裂纹尺度下取得的, 但是, 摩擦力的这种变化趋势是与实验时的加力方式及裂纹的初始状态相对应的, 裂纹尺度的影响并不显著。

## 2. 压剪闭合裂纹 SIF 的变化

图 6 给出了三种取向闭合单裂纹 SIF 随外力增长而变化的曲线。由图 6 看出, 尽管闭合裂纹表面存在摩擦力, 但在本文研究的前题条件下, SIF 与外力之间仍具有线性关系。这意味着随外力增长, 摩擦力对尖端应力场强度的影响是线性的。

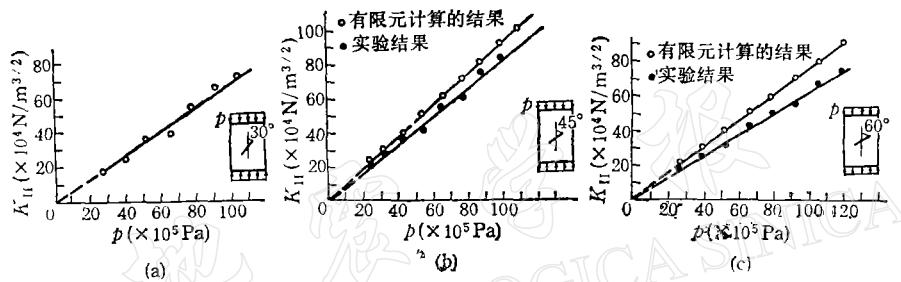


图 6 闭合裂纹 SIF 的实验及计算结果

## 3. 共线闭合双裂纹之间奇异应力场的相互作用

裂纹之间奇异应力场相互作用的强度如何, 是确定裂纹之间扩展合并的必要前提。对无限平面内的两个受拉剪应力作用等长共线双裂纹所做的研究表明, 当裂纹间距大于裂纹长度时, 裂纹之间奇异应力场的相互作用可以略去。把这一结果作为参考, 考察两个压剪闭合共线双裂纹之间奇异应力场的相互作用。结果见表 1。由此可知, 相对于理想无限平面内的两个拉剪裂纹讲, 本实验所研究的有限平面内的两个共线压剪闭合裂纹之间奇异应力场的相互作用程度有所增强, 且当裂纹间距大于裂纹长度的 1.5 倍时, 这种相互作用可以略去。因此, 在本文的实验条件下, 裂纹闭合并不减弱它们之间奇异应力场相互

表 1 压剪应力作用下闭合共线双裂纹之间奇异应力场的相互作用

$L/2a_1$	0.667			1.00			1.50		
$p$ (MPa)	8	9	10	8	9	10	8	9	10
$K_{IIa}$	58.8	68.0	74.4	59.6	68.2	74.3	60.4	68.8	75.9
$K_{IIb}$	55.3	64.5	69.7	56.9	65.5	71.8	58.5	66.9	74.1
$K_{IIa}/K_{IIb}$	1.06	1.06	1.07	1.05	1.04	1.04	1.03	1.03	1.02
平均值	1.06			1.04			1.03		
参考值	1.04			1.02			1.01		

注:  $b$ —裂纹的外尖端;  $a$ —裂纹的内尖端;  $2a_1$ —裂纹的长度;  $L$ —共线裂纹之间的距离。 $K_{II}$  单位:  $\times 10^4 \text{ N/m}^{3/2}$ ,  $p$  是主应力。

作用的强度。这表明,压剪应力的作用也会导致裂纹扩展合并,形成大裂纹。

## 六、压剪闭合裂纹 SIF 的有限元计算

迄今为止,对有限平面内压剪闭合裂纹的 SIF 缺少可供比较的理论解与数值解。为此,选取  $45^\circ$  及  $60^\circ$  的闭合裂纹试件的计算模型做了有限元计算。分别采用 8 结点及 12 结点的等参元做单元划分,且在裂纹尖端布置若干个奇变元及过渡元<sup>[8]</sup>,以获得该处的应力奇异性。全部计算均在 DPS8 型机使用 POLO-FINITE 结构分析程序完成。根据此程序计算的  $J$  积分,由下式确定 SIF  $K_{II}$ 。

$$K_{II} = \sqrt{JE} \quad (E \text{ 是模型材料的弹性模量}) \quad (5)$$

计算结果见图 6。由该图看出,随载荷增加,计算结果比实验结果偏大,显然,这是由于裂纹表面有摩擦力的缘故。为了有一个定量的认识,按图 5 给出的摩擦力分布,定义一个等效摩擦力:

$$\tilde{\tau} = \frac{1}{2a} \int_0^{2a} \tau(x) dx \quad (2a \text{ 是裂纹的长度}) \quad (6)$$

这个力对尖端奇异应力场强度的阻碍作用可按裂纹表面作用有均匀切向载荷问题计算,结果见表 2 及表 3。由表 2 及表 3 可知,按上述处理方法,当载荷增加时, SIF 的实验值与计算值接近。这说明,本文实验方法可靠,结果合理。

表 2  $45^\circ$  闭合裂纹表面  $\tilde{\tau}$  的阻碍作用 ( $K_{II}$  单位:  $\times 10^3 \text{ N/m}^{3/2}$ )

$p(\text{MPa})$	4.464	5.571	6.072	7.809	8.928
$\tilde{\tau}(\text{MPa})$	0.268	0.345	0.446	0.525	0.613
$\sqrt{\pi a} \tilde{\tau} (\times 10^3 \text{ N/m})$	4.711	6.073	7.842	9.241	10.78
$K_{II}$ (实验值)	36.33	43.53	53.07	61.78	73.46
$K_{II}$ (计算值)	40.47	50.51	60.77	70.80	80.95

表 3  $60^\circ$  闭合裂纹表面  $\tilde{\tau}$  的阻碍作用 ( $K_{II}$  单位:  $\times 10^3 \text{ N/m}^{3/2}$ )

$p(\text{MPa})$	7.937	9.259	10.58	11.91
$\tilde{\tau}(\text{MPa})$	0.759	0.792	0.826	0.882
$\sqrt{\pi a} \tilde{\tau} (\times 10^3 \text{ N/m})$	13.18	13.75	14.35	15.32
$K_{II}$ (实验值)	49.79	55.55	66.47	77.14
$K_{II}$ (计算值)	59.99	70.99	80.50	91.98

## 七、初步结论与讨论

本文提出了一种有效的预制闭合裂纹的新方法。进而根据线弹性断裂力学理论,用光弹性方法定量研究了压剪闭合单裂纹及共线闭合双裂纹端部应力场及其某些特征。结果表明:

1. 在一定载荷范围内, SIF 与外载荷之间仍为线性关系。故摩擦力对 SIF 的影响是线性的。与有限元计算结果比较说明,这是合理的。

2. 在同一载荷作用下, SIF 依赖于裂纹相对于压力方向的走向, 当裂纹走向为  $45^\circ$  时, SIF 的值最大。

3. 随载荷增加, 闭合裂纹表面摩擦区逐渐向中部集中, 从而使裂纹中部的摩擦力成为阻碍裂纹扩展的主要因素。

4. 压剪共线闭合双裂纹之间奇异应力场相互作用的强度, 并不因裂纹表面存在摩擦力而明显减弱, 且当间距大于裂纹长度的 1.5 倍时, 相互作用的影响可以略去。

以上结果可用来解释震源研究中的某些现象。举例如下:

1. 闭合断层可能是构造地震震源的一种模式。随外围构造应力的增加, 断层端点附近的 SIF 也逐渐增加, 达到一定强度时, 断层就要扩展, 从而引发地震。当若干闭合断层间距较小时, 则可以扩展串通成一个大断裂。在同样的构造应力作用下, 断裂走向与构造应力方向近似呈  $45^\circ$  角时, 最容易发生错动。因而不少大地震的震源机制方向与发震构造方向基本一致; 但若该地区没有近似呈  $45^\circ$  方向的闭合断层时, 其它走向的闭合断层也可能被错开而发震。

2. 随构造应力的增加, 闭合断裂表面摩擦区逐渐向中部集中, 而尖端应力场强度减弱, 这可能是大震前地震活动形成空区(或空段)的一个可能的物理机制。

3. 若一个断裂带上有多个闭合断裂存在, 则只有在它们的间距大于闭合断裂长度的若干倍时(本文结果为 1.5 倍), 其相互作用才可以略去, 即是说, 才可以单独发震。故强震之间应有一定的空间距离。例如, 1966 年以来相继发生的邢台 7.2 级, 渤海 7.4 级, 海城 7.3 级和唐山 7.8 级等四次七级以上强震, 其间的震中迁移距离都为 400km 左右, 其震源机制主压, 主张应力轴方向的变化也不大<sup>[9]</sup>。如果两个断裂间的距离足够小, 以致有较大的相互作用存在, 就可能在同一断裂带上的两个邻近的断裂处产生双震。1976 年松藩和龙陵的双震震源机制有可能就是这样。如果有很多间距足够小的闭合断裂集中在一个小区, 它们之间的相互作用就可导致震群的产生。

当然, 对震源机制的进一步阐明, 还有待于分析闭合断裂的扩展过程, 这正是今后要继续进行的工作。

## 参 考 文 献

- [1] Duda, S. J., 1965. The stress around a fault according to a photoelastic model experiment. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, **9**, 4, 399—410.
- [2] Bobolakis, E. G., 1973. Study of the brittle fracture process under uniaxial compression. *Tectonophysics*, **18**, 231—248.
- [3] Hoke, E., Bieniawski, Z. T., 1984. Brittle fracture propagation in rock under compression. *Int. J. Fracture*, **26**, 276—294.
- [4] 赵豫生, 1986. 大理岩试件中裂缝的逆向共轭剪破裂。地震学报, **8**, 191—195。
- [5] 王建华, 1989. 压剪应力作用下裂纹端部应力场的分析。地震研究, **12**, 125—136。
- [6] Watanabe, K., 1977. A new photoelastic approach to crack problems, *Japan. Proc. of 27th for Applied Mechanics*, **27**, 21—36.
- [7] Eftis, J., 1984. Influence of load biaxiality on fracture characteristics of two collinear crack. *Int. Fracture*, **24**, 1, 59—80.
- [8] 徐博侯, 1984. 提高应力强度因子计算精度的三个方法。固体力学学报, **1**, 1—10。
- [9] 梅世蓉主编, 1982. 1976 年唐山地震, 1—15, 地震出版社。

# PHOTOELASTIC STUDY OF CLOSED CRACK UNDER COMPRESSION AND SHEAR

WANG JIANHUA and SONG JINLIANG

(Tianjin University)

FENG DEYI and JIANG CHUN

(Seismological Bureau of Tianjin)

## Abstract

The fracture mechanics solution of the stress field near the tip of a closed crack under compression and shear is given and a new method for prefabricating closed cracks is developed in this paper. The compression-shear closed crack is studied by means of photoelasticity, and the changes of both the stress field near the crack tip and the distribution of friction on the closed crack are studied. Furthermore, the interaction of the singular stress field between two initially closed collinear cracks is also studied by photoelasticity. The stress intensity factor (SIF) of the compression-shear closed crack is computed by the finite element method. It shows that the results in the paper are correct. Finally, some applications in the research on the seismic focus are discussed.