

# 地下水位变化引起地面形变的可能机理\*

王六桥 李善因

(新疆维吾尔自治区地震局)

## 摘 要

本文主要探讨了对承压水层上的单井,以定流量 $Q$ 抽水时造成地面形变的可能机理。抽水形成了降落漏斗,漏斗区域内的动水压力降低导致了水层的沉降,这就等于给水层上的盖层施加了一个横向分布的载荷。若把覆盖层看做一个弹性薄板,因而计算出抽水引起的地面垂直形变、水平形变及附加应力等量值。

## 一、引 言

排除干扰因素,提取地震前兆信息,是当前地震预报研究的重要措施。胡惠民等<sup>[1]</sup>的工作,证实了抽取地下水会产生地面形变,其数量之大,远远超过一次地震的地面形变前兆信息。由于该工作属于野外试验观测范畴,所以结果是可信的。试验人员还对抽水所引起地面形变的原因进行了探讨。大家都知道,产生过灾害性地震的京、津、唐地区,一些多震的工、农业区及城市地区,是监测预报地震的重点地区,而这些地区也是因工、农业用水而抽取地下水最严重的地区。这势必给前兆观测手段,例如大地测量手段产生严重干扰。但我们又不能因监测预报地震而停止正常的生产活动,因而必须找到抽水引起地面变形的主要因素,建立各影响量之间的定量关系,以便排除它。为此,在试验、观测的基础上,同时开展理论研究,是很必要的。

## 二、抽水全过程中地下水位の時、空分布

设从一个均质各向同性、等厚、在平面上无限扩展以及没有越流补给的水平承压含水层的一口井中(图1),以固定流量 $Q$ 抽水。设变化的水头为 $H$ ,在柱坐标情况下,承压水流向井内作非稳定流动时的微分方程为<sup>[2]</sup>,

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} = \frac{s}{T} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1)$$

相应边条件为

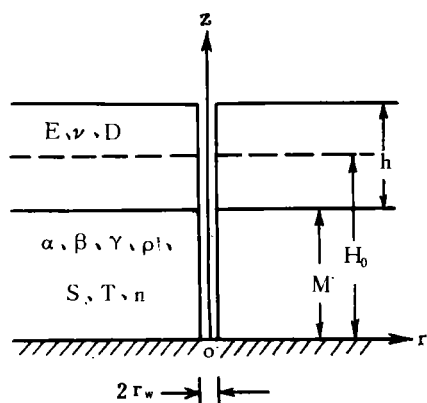
$$H(\infty, t) = H_0 \quad t < 0, \quad (2)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left( r \frac{\partial H}{\partial r} \right) = \frac{Q}{2\pi T} \quad t > 0, \quad (3)$$

\* 1982年8月7日收到初稿,1983年5月11日收到修改稿。

初始条件为  $H(r, 0) = H_0 \quad t = 0 \text{ 及 } r_w < r < \infty$  (4)

$H_0$  为抽水前承压水头值,  $r_w$  为抽水井孔半径,  $S$ 、 $T$  分别为水层的贮水系数、导水系数,  $r$  为以抽水井为中心的径向距离,  $t$  为抽水开始起算的时间. 根据(2)、(3)、(4)式求解方程(1)得



$$H = H_0 - \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \quad (5)$$

其中  $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$ , 此为泰斯公式, 它表示以井轴为中心的降水漏斗. 因抽水而导致以井轴为中心的地下水位下降, 在抽水井处下降最大, 离井越远, 水位下降逐渐减小, 当  $r = R$  时, 水位下降为零,  $R$  称为影响半径. 抽水时间越长, 漏斗的范围就越大.

由公式(5)还可以给出抽水一旦停止时井水位的恢复过程, 此时可用剩余降深  $S'_w$  描述,  $S'_w = H_0 - H'$ ,  $H'$  为恢复水头, 此时

$$S'_w = \frac{Q}{4\pi T} \left[ \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du - \int_{u'}^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \right] \quad (6)$$

其中  $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$ ,  $u' = \frac{r^2 S}{4Tt'}$ ,  $t$  为从抽水开始起算的时间,  $t'$  为从停止抽水开始计算的时间. 根据(5)、(6)式可以计算抽水开始后任一时刻  $t$  在  $r$  处的观测井水位降深值, 以及抽水停止后至水位恢复前任一时刻  $t'$ 、距离  $r$  处水位的恢复程度.

### 三、水位变化与含水层的压缩

承压水层单位面积上上覆岩层的总压力应当等于作用于层内固体骨架上的压力  $\sigma'_z$  和层内动水压强  $p$  之和, 即

$$\sigma_z = \sigma'_z + p = \text{const} \quad (7)$$

$$\text{或} \quad d\sigma'_z = -dp \quad (8)$$

$$\text{因为} \quad H = z + p/\gamma \quad (9)$$

$$z \text{ 为常数, 因而} \quad \Delta p = \gamma \cdot \Delta H \quad (10)$$

当从地层内抽水, 致使层内水头降低  $\Delta H$  后, 由(10)式可知, 水承受上覆岩层的压力将减小  $\gamma \cdot \Delta H$ , 这部分压力将转加到水层固体骨架上, 水层受到此附加压力将受到压缩, 根据虎克定律有

$$\Delta M = \frac{M}{E_s} \Delta p = \alpha M \Delta p = \alpha M \gamma \Delta H \quad (11)$$

$$\text{贮水系数} \quad s = \rho g M (\alpha + n\beta) \quad (12)$$

将  $\alpha$  换为承压水层的参数, 则(11)式变为

$$\Delta M = (s - n\beta\gamma) M \cdot \Delta H \quad (13)$$

由图 1 可知,  $M$  为水层厚度,  $\Delta M$  为抽水造成的水层压缩量,  $\alpha$  为孔隙固体介质等效体积压缩系数,  $\gamma$  为水的比重,  $\rho$  为水的密度,  $n$  为水层的孔隙度,  $\beta$  为水的体积压缩系数. 公式(13)说明水层的压缩量  $\Delta M$  与水位的变化量  $\Delta H$  成正比, 由(5)式

$$\Delta H = H_0 - H = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du$$

代入(13)式, 得到

$$\Delta M = (s - n\beta\gamma)M \cdot \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \quad (14)$$

它表示抽水造成的水位变化产生的水层垂直压缩变形, 压缩量  $\Delta M$  的时空展布, 完全与抽水造成的水位变化之时空分布一致.

必须说明, 由于本文将覆盖层粗略地近似为弹性薄板, 当水层压缩的同时薄板也相应变形, 因此在开始抽水直至含水层内水压稳定的过程中,  $\sigma_z$  将不是常数, 而是时间和空间的函数, (7)式将不满足, (14)式也将更为复杂. 但是考虑到从抽水直至含水层内水压趋于稳定过程这一时间很短, 抽水造成的地面沉降过程有一个滞后效应, 对于承压水层此滞后时间将比潜水水层长得得多. 因此, 在从抽水直至含水层内水压趋于稳定的这一过程中, 由于滞后效应, 可以认为薄板并未变形, (7)式仍近似成立. 弹性薄板是在滞后时间过去后再受到一个由于水层压缩而造成的负载应力的作用才开始变形的. 这种简化是符合实际情况的.

#### 四、水层压缩与地面形变——覆盖层的考虑

水层的压缩势必导致与其整合的覆盖层变形, 从而在地表造成形变. 由于覆盖层结构及组成因地而异, 非常复杂, 我们将覆盖层暂时考虑为一个弹性薄板, 此时无疑是提出了两种假设前提, 即(1)覆盖层的水平尺度远大于它的厚度; (2)它是由一种均一的弹性介质组成的, 并设介质的泊松比为  $\nu$ , 杨氏模量为  $E$ , 这样板的抗弯刚度  $D$  也就确定了. 在实际观测中, 当抽水经过若干小时后, 水位下降明显减慢, 此时漏斗状地下水位分布趋于稳定, 影响半径  $R \gg r_w$ , 覆盖层可近似看做中心无孔的薄板. 降落漏斗在地面的投影为圆, 水层的沉降只在这个圆形区域内发生, 相当于一个周边固定的圆形薄板, 受到一个由中心向边缘减小到零的横向载荷  $P(r)$  的作用, 这是一径向轴对称变形场问题, 其边条件也是对称的, 此时采用

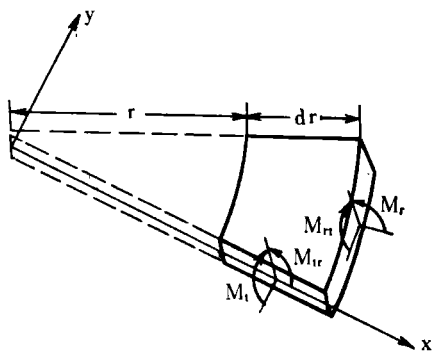


图 2 弹性圆薄板的极坐标

极坐标如图 2, 坐标原点选在圆板中心板厚一半的地方,  $z$  轴取铅直方向向下, 在图 2 的坐标情况, 板因载荷的作用而产生的垂直位移  $W$  与  $\theta$  无关, 其方程为<sup>[3]</sup>:

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} \right) = \frac{P(r)}{D} \quad (15)$$

板所受的力矩  $m$ 、剪力  $q$  为

$$m_r = -D \left[ \frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dW}{dr} \right] \quad (16a)$$

$$m_t = -D \left[ \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} + \nu \frac{d^2 W}{dr^2} \right] \quad (16b)$$

$$q_r = -D \frac{d}{dr} \left[ \frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} \right] \quad (16c)$$

采用  $r = R$  处圆板边缘固定边条件

$$(W)_{r=R} = 0 \quad (17a)$$

$$\left( \frac{dW}{dr} \right)_{r=R} = 0 \quad (17b)$$

作用在板上的横向载荷  $P(r) = \gamma \cdot \Delta H$ ,

$$P(r) = \frac{\gamma Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \quad (18)$$

当抽水时间足够长时有

$$\int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \cong -0.577216 - \log u = -0.577216 - \log \frac{S}{4Tt} - 2 \log r$$

则有

$$\frac{P_{(r)}}{D} = A + B \log r \quad (19a)$$

其中

$$A = \frac{\gamma Q}{4\pi TD} \left( -0.577216 - \log \frac{S}{4Tt} \right) \quad (19b)$$

$$B = -\frac{\gamma Q}{2\pi TD} \quad (19c)$$

且有

$$[P_{(r)}]_{r=R} = P_{(R)} = 0 \quad (19d)$$

$$[P_{(r)}]_{r=0} = P_{(0)} = \text{const} \quad (19e)$$

$P_{(0)}$  有界, 同时还有

$$\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dW}{dr} \right) \quad (19f)$$

由方程(15)得到

$$W = \left( \frac{2A - 3B}{128} \right) r^4 + \frac{B}{64} r^4 \log r + \frac{C_1}{4} r^2 (\log r - 1) + \frac{C_2}{4} r^2 + C_3 \log r + C_4 \quad (20)$$

由(16c)式知

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dW}{dr} \right) \right] = \frac{d}{dr} \left( \frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} \right) = -\frac{q_r}{D}$$

代入(20)式

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dW}{dr} \right) \right] = \frac{(2A - B)}{4} r + \frac{B}{2} r \log r + \frac{C_1}{r} = -\frac{q_r}{D} \quad (21)$$

对于中心无孔圆薄板, 在  $r = 0$  处, 由(21)式得到剪力  $q_r \rightarrow \infty$ , 这是不可能的, 除非(21)式中的  $C_1 = 0$ . 同理, 由(20)式看出, 当  $r = 0$  时,  $W \rightarrow \infty$ , 这也是不可能的, 除非  $C_3 = 0$ , 因此方程(20)变为

$$W = \frac{(2A - 3B)}{128} r^4 + \frac{B}{64} r^4 \log r + \frac{C_2}{4} r^2 + C_4 \quad (22)$$

根据边条件(17)式及载荷条件(19)式确定常数

$$C_2 = \frac{5BR^2}{32}$$

$$C_4 = -\frac{BR^4}{64}$$

因此方程解为

$$W = \frac{r^2}{128} [2r^2 P_{(r)} + 3B(R^2 - r^2) + 2BR^2] - \frac{BR^4}{64} \quad (23a)$$

相应地

$$m_r = \frac{Dr^2}{64} [B(11 + 5\nu) - 4(3 + \nu)P_{(r)}] - \frac{5BD}{64} R^2(1 + \nu) \quad (23b)$$

$$m_t = \frac{Dr^2}{64} [B(5 + 11\nu) - 4(1 + 3\nu)P_{(r)}] - \frac{5BD}{64} R^2(1 + \nu) \quad (23c)$$

$$q_r = \frac{D}{4} [B - 2P_{(r)}]r \quad (23d)$$

由于

$$m_r = -\frac{E}{1 - \nu^2} \left[ \frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dW}{dr} \right] \int_{-h/2}^{+h/2} z^2 dz$$

$$\text{则应力为 } \sigma_r = -\frac{Ez}{1 - \nu^2} \left( \frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dW}{dr} \right) = \frac{m_r z}{\int_{-h/2}^{+h/2} z^2 dz} = \frac{12m_r z}{h^3} = -\frac{6m_r}{h^2} \quad (24a)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{6m_t}{h^2} \quad (24b)$$

$$\sigma_{r\theta} = 0 \quad (24c)$$

由应力可求得水平形变

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu\sigma_\theta) = -\frac{3D(1 - \nu^2)}{32Eh^2} \{ [11B - 12P_{(r)}]r^2 - 5BR^2 \} \quad (25a)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu\sigma_r) = -\frac{3D(1 - \nu^2)}{32Eh^2} \{ [5B - 4P_{(r)}]r^2 - 5BR^2 \} \quad (25b)$$

$$\gamma_{r\theta} = 0 \quad (25c)$$

以上是横向载荷作用下圆形薄板的形变公式,用它来模拟地表因抽水而造成的形变。文献[1]中的抽水实验造成地表形变有以下特点(原实验没有具体数据):

1. 抽用地下水所造成的漏斗中心,它与地面沉降中心是吻合的。随着水位急剧下降,地面形变量将逐步增加,沉降范围将逐步扩大,……。

2. 抽取浅层地下水所引起的地面沉降,表现为时间快,范围小。相反,抽用深层承压水引起的地面沉降,其持续时间长,范围大。

3. (因内容与本文无关,略掉。)

4. 地下水造成的漏斗区范围内,既有垂直形变,也有水平形变。水平形变的性质在不同部位是有差异的。

5. 抽水结束后, 地下水位逐步得到恢复, 地表变形有的在较短时间内就能回弹, 有的则会产生一部分永久形变<sup>1)</sup>。

将我们给出的理论模式同文献[1]的实验观测相比较, 可得到以下结论, 它们是符合的:

1) 由(23a)式看出, 地面的沉降中心自然是抽水漏斗中心, 它也是地面沉降的最大值

$$W_0 = \frac{R^4 \gamma Q}{128 \pi T D} \quad (26)$$

它与抽水量  $Q$ 、水的比重  $\gamma$ 、水层导水系数  $T$ 、抽水漏斗影响半径  $R$  有关。(26)式中的  $D$  是覆盖层介质的杨氏模量  $E$ 、泊松比  $\nu$ 、盖层厚度  $h$  的函数。随着远离沉降中心, 由(23a)式知, 沉降值  $W$  减小。当  $r \geq R$  时,  $W = 0$ 。(23a)式中的  $P_{(r)}$  项、 $R$  项包含时间因子, 随着抽水时间加长, 地面沉降将逐步增加, 沉降范围将逐步扩大。抽水停止后, 地面沉降值也随着抽水漏斗逐渐消失而消失。

2) 除垂直形变外, 抽水还引起地面水平形变。注意弯矩  $m$ 、剪力  $q$ 、应变  $\varepsilon$ 、应力  $\tau$  在  $[0, R]$  区间都是  $r$  的单调连续函数, 这些量在  $[0, R]$  的两个端点值, 必定是函数的最大、最小值。水平形变的两个端点值为

$$\varepsilon_r = \begin{cases} \frac{3D(1-\nu^2)}{32Eh^2} \cdot 5BR^2 & \text{当 } r = 0 \\ -\frac{3D(1-\nu^2)}{32Eh^2} \cdot 6BR^2 & \text{当 } r = R \end{cases} \quad (27)$$

$$\varepsilon_\theta = \begin{cases} \frac{3D(1-\nu^2)}{32Eh^2} \cdot 5BR^2 & \text{当 } r = 0 \\ 0 & \text{当 } r = R \end{cases}$$

故在漏斗边缘处, 径向拉伸  $\varepsilon_r$  最大, 往沉降中心靠近, 径向拉伸变为径向压缩。切向压缩  $\varepsilon_\theta$  则在漏斗边处为零, 在沉降中心最大。

3) 在漏斗边缘处, 有最大弯矩

$$(m_r)_{r=R} = -\frac{3R^2 \gamma Q}{64 \pi T} \quad (28)$$

相应最大弯曲应力为

$$(\sigma_r)_{\max} = -\frac{9BDR^2}{16h^2} \quad (29)$$

以上诸量由于包含  $R, P_{(r)}$  项, 故都是时间的函数, 随着抽水漏斗的消长而消长。

## 五、讨 论

我们对水平状承压水层上以定流量  $Q$  抽水的单井, 其降落漏斗的生长及因停抽而致消失的过程进行了定量的讨论, 在考虑到滞后效应的情况下, 进一步计算了由于降水漏斗

1) 系原文摘要。

范围内动水压力的下降所造成的水层沉降值,将水层上的覆盖层简化为弹性薄板,将降落漏斗内动水压力的变化作为加在薄板上的横向载荷,因而计算出由于抽水而引起的地面形变。结果表明,理论计算与观测到的结果是符合的,且给出了更详细的图象。

但我们的模式是有一定局限性的,因为:

1) 水层不仅是承压水层,还有潜水水层及漏承压水层。在这些水层上进行抽水,虽然也有抽水漏斗出现,但漏斗形成的物理过程、计算降水位的公式都不同于承压水层,而且较为复杂;

2) 用弹性薄板模拟覆盖层只适合于覆盖层很薄的情况,确切地说是  $R \gg h$  的情况,由于  $R$  是有时间因子的,当抽水时间很短,  $R$  很小,  $R \gg h$  不满足时,使用薄板模拟覆盖层是不适合的。一般抽水数小时后,  $R$  约为  $10^2$  米量级,因而  $h$  在  $10^1$  米量级采用薄板模拟是适宜的。此外,覆盖层常常由弹性常数差异很大的多层介质组成,有的层位还会发生塑性形变,抽水使得土体固结还要形成永久形变,都与“均匀各向同性弹性介质”的假设有偏离;

3) 我们在本文只讨论了单井抽水造成的地面形变场,没有考虑井群抽水的综合影响。因此,虽然我们的理论计算基本反映了上述过程的主要特征,但要真正做到计算各种条件下抽水造成的地面形变量,还需要在理论上、实验上和野外观测方面做很多工作。

抽取地下水不仅给前兆大地测量手段带来干扰,估计还会对地应力、地下水、地磁、地电、重力等手段带来干扰<sup>[4]</sup>,很可能抽取地下水是一种相当严重的综合干扰因素,值得认真对待。

新疆维吾尔自治区地震局预报室金仲明对本文给予了有益的帮助,在此表示谢意!

## 参 考 文 献

- [1] 胡惠民、金祖彬、匡绍君、赵雪,地下水位变化引起的地面形变,地震学报,3,3,276—282,1981.
- [2] 薛禹群、朱学愚,地下水动力学,地质出版社,1979.
- [3] 王启德,应用弹性理论,机械工业出版社,1966.
- [4] 王六桥、李善因,短临前兆的地下水震前瞬间流动机制,地震科学研究,(待发表).

## POSSIBLE MECHANISM OF GROUND SURFACE DEFORMATION CAUSED BY GROUNDWATER LEVEL CHANGES

WANG LIUQIAO LI SHANYIN

(*Seismological Bureau of Xinjing Uygur Autonomous Region*)

### Abstract

This paper concerns with the possible mechanism of ground surface deformation given rise by pumping of water at a constant rate  $Q$  from a pressurized water horizon through a single water well. The pumping of water causes a funnel-shaped region in which the pressure of the flowing water drops and as a consequence, the water-bearing horizon lowers. This is equivalent to apply a horizontal loading force to the layers overlying the water horizon. If the overlying layers are assumed to be elastic thin plates, we are able to calculate both the vertical and horizontal deformation of the ground surface and also the additional stresses, etc.

地 震 学 报  
ACTA SEISMOLOGICA SINICA