

# 基于矩形网格的有限差分走时计算方法<sup>\*</sup>

李振春<sup>1)</sup> 刘玉莲<sup>1)</sup> 张建磊<sup>1)</sup> 马在田<sup>2)</sup> 王华忠<sup>2)</sup>

1) 中国山东东营 257061 石油大学地球资源与信息学院

2) 中国上海 200092 同济大学海洋与地球科学学院

**摘要** 对于大多数速度场,地震波沿射线传播的初至波走时,可以用有限差分外推的方法在二维或三维数值网格上计算出来.在保证精度的条件下,为提高计算效率和适应性,本文推导了基于任意矩形网格和局部平面波前近似的有限差分初至波走时计算方法.另外,该方法对首波和散射波做了合适的处理,而且不会碰到传统射线法存在的阴影区和焦散区等问题.简单模型和复杂的 Marmousi 模型试算的结果表明,该方法精度较高并适用于强纵、横向变速的复杂介质.基于该方法的 Kirchhoff 叠前深度偏移,在主要构造和目的层位置的成像效果上基本达到了波动方程法叠前深度偏移的位置成像效果.由于未考虑续至波等有效能量,在成像的保幅性上不如波动方程法叠前深度偏移的效果,但其计算效率则明显高于全格林函数法和波动方程法.

**关键词** 有限差分 程函方程 初至走时 矩形网格 Kirchhoff 法叠前深度偏移 Marmousi 模型

**中图分类号:** P315.371 **文献标识码:** A

## 引言

地震波走时计算在层析成像、地震波正演和 Kirchhoff 叠前深度偏移中是一种基础性和最关键的计算.传统的射线追踪法存在一定的缺陷,主要表现在:①解析法只能在速度不太复杂时实现射线追踪,适用范围小;②打靶法有时会导致盲区,盲区存在时打靶就会失效;③扰动法虽然不会出现盲区,但对于速度结构复杂和距离较远的情况不如打靶法;④对于速度结构复杂时,其路径不止一条,存在多解性(李振春,2002;王华忠等,1997;周洪波,张关泉,1994;张霖斌等,1993;Vidale,1988,1990).目前计算走时的方法有多种,而且所有的方法在计算走时时,都是在一个规则网格的所有点上进行的(Leidenfrost *et al.*, 1999).例如,基于解程函方程的有限差分法,基于图解原理的地震射线追踪法,构造波前法和极坐标系下的有限差分 Runge-Kutta 法.这些方法在计算走时方面已经通过模型试算得到了很好的验证,并取得了良好的效果.另外,基于求全格林函数计算地震波走时的方法考虑了续至波等有效能量,在成像的相对保幅性上要优于上述方法,但其计算效率较低(Hill, 2001).

波动方程在高频近似下可以由 WKBJ 格林函数来描述,它包含了走时和振幅项.在该近似中走时满足程函方程,该方程表述了走时的梯度与介质慢度之间的关系;振幅满足迁

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金与大庆油田有限公司联合资助(49894190-024).  
2003-03-06 收到初稿,2003-11-10 收到修改稿,2004-03-11 决定采用.

移方程. 我们主要是利用程函方程的数值解求取初至波走时. Vidale(1988, 1990)提出了笛卡尔坐标系下利用有限差分求解程函方程的走时计算方法. 该方法能用于非光滑的速度模型, 其算子主要依赖于以给定的震源位置为起始点的外推, 方阵 4 个边上的走时都计算出之后, 从每一个最小值向它相邻的最大值计算, 因此它模拟了真实波前面以一种简单的方式传播. 而实际走时的计算则是利用程函方程的数值解法. 该方法采用隐式二阶中心有限差分, 并假定了一个局部平面波前. 它的实现步骤使用严格的方阵计算波前, 而不是追踪实际的波前. 因此, 该方法的计算速度是很快的. 但考虑到实际速度场不一定是均匀的方阵, 且不一定由均匀的正方形网格组成. 为提高方法和算法的适应性, 在 Vidale(1988, 1990)提出的基于方形网格的基础上, 我们推导了基于任意矩形网格的扩展矩阵方法, 由此求取整个模型所需要的走时. 基于该方法的 Kirchhoff 叠前深度偏移, 在主要构造和目的层位置的成像效果上, 基本达到了波动方程法叠前深度偏移的成像效果. 但由于未考虑续至波等有效能量, 在成像的保幅性上不如全格林函数法和波动方程法叠前深度偏移的效果, 但其计算效率明显高于全格林函数法和波动方程法.

## 1 方法原理

下面基于二维介质描述有限差分的走时计算, 把它扩展到三维是很简单的. 此模型是二维空间的离散采样, 具有不同的纵、横向采样间距. 在高频近似下, 二维几何路径及二维波前的传播符合射线追踪的程函方程

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2 = s(x, z)^2 \quad (1)$$

方程(1)建立了走时梯度与速度模型的基本定量关系. 坐标轴是  $x$  和  $z$ ,  $s$  是慢度(速度的倒数). 方程(1)中的两个微分项能够应用有限差分来近似表示

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta x}(t_0 + t_2 - t_1 - t_3) \quad (2a)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{1}{2\Delta z}(t_0 + t_1 - t_2 - t_3) \quad (2b)$$

式中,  $t_0, t_1, t_2$  和  $t_3$  的含义如图 1a 所示;  $\Delta x$  和  $\Delta z$  分别是横向和纵向采样间距, 在平面波近似下, 已知  $t_0, t_1$  和  $t_2$  可以求  $t_3$  的值. 即已知 4 个点中的任意 3 个都可以把另一点计算出来. 把方程(2a) 和(2b) 代入方程(1) 中可求得  $t_3$  的值, 如式(3) 所示.

$$t_3^{(1a)} = \frac{\Delta^2 x(t_0 + t_1 - t_2) + \Delta z^2(t_0 + t_2 - t_1) + 2\Delta x \Delta z \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta z^2)s_0^2 - (t_1 - t_2)^2}}{\Delta x^2 + \Delta z^2} \quad (3)$$

经过式(3)的计算, “十”字形的 4 个顶点值都可以求取出来, 这样, “十字”形的各个顶点就构成一个环. 下面要做的是如何把该环进行外推, 求取整个模型上的走时. 我们把距离前一个环上的极小和极大走时点最近的点, 定义为该环的相对极小和极大走时点. 对于沿  $z$  方向边界上的第一个点, 可由方程(1)的非中心有限差分求出

$$t_3^{(1b)} = t_0 + \Delta x \sqrt{\left[s_0^2 - \frac{(t_1 - t_2)^2}{4\Delta z^2}\right]} \quad (4a)$$

式中,  $t_3$  是待求  $C$  和  $D$  的走时,  $t_0$  是图 1b 中点(及震源点) $O$  的走时(相对极小值走时),  $t_1$  和  $t_2$  分别为  $A$  和  $B$  点的走时. 同理可求得沿  $x$  方向边界上的第一个点的走时为

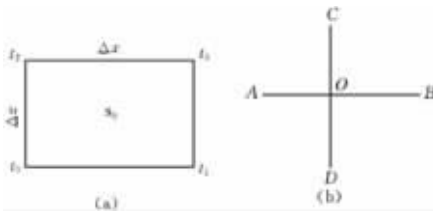


图 1 两种不同形式的走时计算示意图

(a) 计算走时的矩形网格图; (b) 计算各顶点走时的“十”字形图

$$t_3^{(1b)} = t_0 + \Delta z \sqrt{s_0^2 - \frac{(t_1 - t_2)^2}{4\Delta x^2}} \quad (4b)$$

式(3)和(4)考虑了平面透射波的情况。

当计算下一环走时时,在 4 条边上依次进行(当震源点在地下时,震源下面点的走时不必计算)。逐个从相对极小走时点出发,沿边界向前、向后逐点扫描计算走时,直到遇到极大走时点或顶点为止。当所有 4 个边上的网格点的走时都计算出来后,再计算 4 个顶点的走时。在扫描过程中,

相对极大值被计算了两次,选其中较小的一个作为该点的走时。这等价于几何射线从两边到达同一个点,我们只考虑了初至射线。

另外,当式(3)右边根号下出现负值时,有

$$t_3^{(2a)} = \begin{cases} t_1 + \min(s_0, s_1) \Delta z \\ t_2 + \min(s_0, s_2) \Delta x \end{cases} \quad (5)$$

当式(4)的右边根号下出现负值时,我们选取

$$t_3^{(2b)} = t_0 + \min(s_0, s_1) \Delta l \quad (6)$$

当向  $z$  方向外推时,  $l=z$ ; 当向  $x$  方向外推时,  $l=x$ 。式(5)和(6)考虑了首波出现的情况。若考虑顶点的散射波,则有

$$t_3^{(3)} = t_0 + \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2} s_0 \quad (7)$$

式(7)考虑了散射波传播的情况。

依据费马原理,在考虑了平面透射波、首波和散射波情况下的最终初至波走时为

$$t_3 = \min(t_3^{(1)}, t_3^{(2)}, t_3^{(3)}) \quad (8)$$

具体的实现步骤如下:如图 2 所示,从源点  $O$  到各边的长度分别为  $R_1, R_2, R_3$  和  $R_4$ 。以  $R_1 < R_2 < R_3 < R_4$  为例,按照上面的方法一环一环地逐渐向外扩展。首先由源点  $O$  进行矩阵扩展直到  $R_1$  环,如图 2 虚线所示;然后基于  $R_1$  环向左、向上和向右外推直到  $R_2$  环,如图 2 细实线所示;再由  $R_2$  环向上和向右外推至  $R_3$  环,如图 2 中较粗实线所示;最后由  $R_3$  环向上外推至  $R_4$  环,如图 2 中最粗实线所示。扩展矩阵与方阵所不同的是不需要整环外推,而是只对未到达边界的各边进行外推,直至各边都到达边界为止。这样,整个模型上的最终初至走时(式(8)),就都计算出来了。

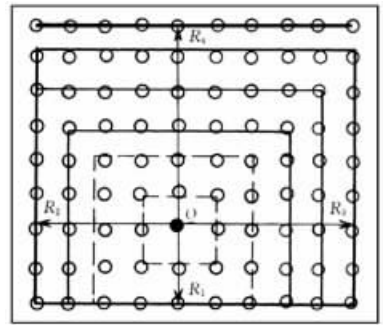


图 2 计算模型走时的扩展矩阵图

$R_1, R_2, R_3$  和  $R_4$  分别为震源点  $O$  到下边、左边、右边和上边的距离

具有不同的纵、横向采样间距的二维矩形网格模型,相对于经典的二维方形网格模型的优点是:①在勘探地震学或天然地震学中,它可把地震道间距或其倍数作为离散网格的横向采样间隔,而纵向采样间隔可按要求任意选取,无需做地震道的空间插值;②可较好地适应速度场的纵、横向变化,具有较强的灵活性;③在满足精度的条件下,可以最大限度地提高计算效率。

2 模型试算

计算中选取了一均匀模型. 其速度为 2 000 m/s, 网格大小为  $100\times100$ , 当间距  $\Delta x$  与  $\Delta z$  之比小于 3 时, 计算的相对走时误差小于 0.05%; 当网格大小为  $80\times100$  时, 网格间距之比越小, 计算的相对走时误差也越小. 图 3 是一层状介质模型. 其上、下层速度分别为 1 000 和 2 500 m/s, 网格大小为  $100\times80$ , 纵、横向网格间距分别为 2 m 和 4 m, 震源位于 (40, 160) 点处的初至波等时线图重叠在该层状介质上. 图 4 为均匀介质中含一高速体, 其

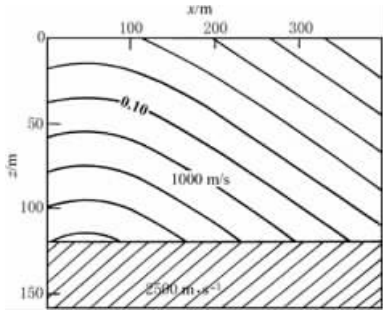


图 3 层状介质及等时线图

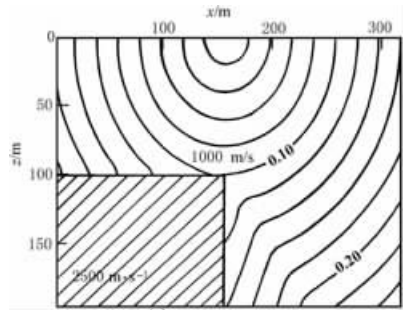


图 4 含高速体的均匀介质及等时线图

背景速度为 1 000 m/s, 高速体速度为 2 500 m/s, 网格大小为  $80\times100$ , 纵、横向网格间距分别为 2 m 和 4 m, 震源位于 (160, 0) 点处的初至波等时线重叠在该高速体介质上. 从等时线图中可以看到, 模型中首波和顶点产生的散射波均存在. 图 5 是激发点位于 A 处的射线图, 图中给出了在高速体上发生透射、折射(临界角)和散射(C 点)的射线路径. 利用该方法求取了直达透射波、首波和散射波到达接收点 B 处的走时, 并依据费马原理最终得到了初至波走时. 该方法适于地震正演、Kirchhoff 积分法地震偏移和层析成像等.

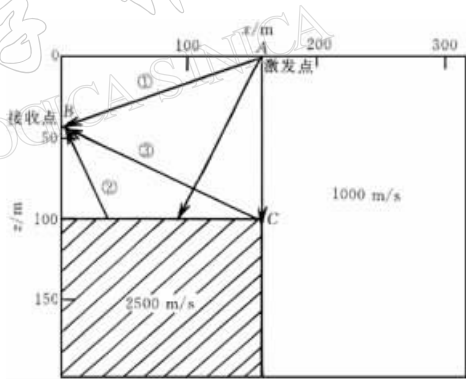


图 5 直达透射波①、首波②和散射波③的射线追踪图

3 Kirchhoff 法叠前深度偏移

我们基于 Marmousi 模型(Versteeg, 1994)进行了初至波走时的计算和基于该走时的 Kirchhoff 叠前深度偏移. Marmousi 模型是一比较复杂的 2-D 地质模型, 如图 6a 所示. 模型上部主要有三大断裂组成; 中部有一盐丘; 深部两侧有高速体, 中间在 2 400 m 以下有一低速目的层. 所用炮记录来自于 SEG/EAGE 提供的声波模拟记录. 总计 240 炮, 每炮 96 道, 每道 750 个样点, 时间采样率为 4 ms, 炮间距和道间距均为 25 m, CDP 间距为 12.5 m, 深度采样间隔为 4 m, 最大深度为 3 000 m. 图 6a 是纵、横向间隔均为 3.125 m 方形网格的 Marmousi 模型(1988 $\times$ 960)和重叠在其上的震源位于 (1000, 0) 点处的一等时线图. 图 6b 是 CDP 间距为 12.5 m、深度间隔为 4 m 的 Marmousi 模型(497 $\times$ 750)和重叠在

其上的震源位于(250, 0)点处的一等时线图. 比较图 6a 和图 6b 的计算结果可以看到, 无论在整体效果还是局部效果上(如图中的 A, B 和 C 点), 适于矩形网格的有限差分走时计算法都要优于方形网格法. 且在算法实现过程中, 矩形网格法无需地震道的内插, 适于介质的强纵、横向变速, 有较高的计算效率, 较强的适应性和灵活性. 基于上述方法, 对 Marmousi 模型做了 Kirchhoff 叠前深度偏移处理, 如图 7a 所示. 为便于比较, 我们用富里叶有限差分(FFD)法对 Marmousi 模型也做了叠前深度偏移处理, 如图 7b 所示. 两次处理的结果表明, Kirchhoff 积分法在三大断裂和盐丘的位置成像精度、断点的清晰度和识别上, 以及深部高速体和低速目的层的位置成像精度、分辨率和准确性上, 基本达到了波动方程的 FFD 法叠前深度偏移的位置成像效果. 但是, 在三大断裂、盐丘和深部高速体, 尤其是低速目的层的保幅性上则不如波动方程的 FFD 法. 这与所用方法(与 FFD 法和全格林函数法相比)没有考虑续至波等有效能量密切相关. 这一点对强纵、横向变速的复杂介质情况尤为明显. 目前, 基于全格林函数法, 研究使用有限差分计算走时的高效方法已成为可能. 另外, Kirchhoff 积分法在实用性上易于实现相对保幅处理, 因此, Kirchhoff 法叠前深度偏移有着广阔的应用前景.

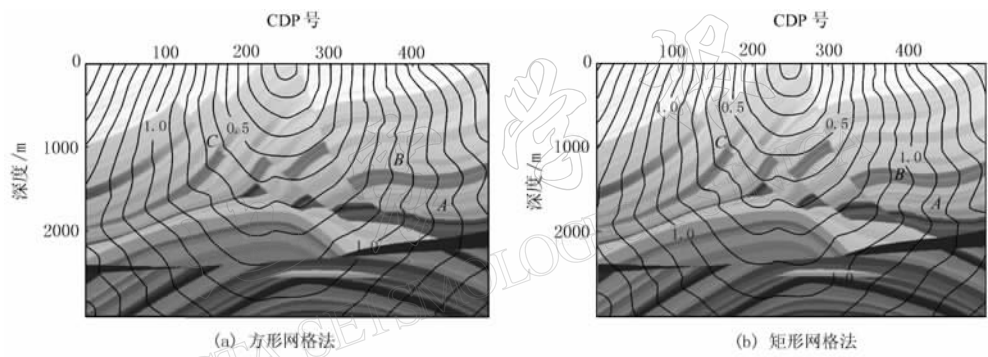


图 6 Marmousi 模型及等时线图

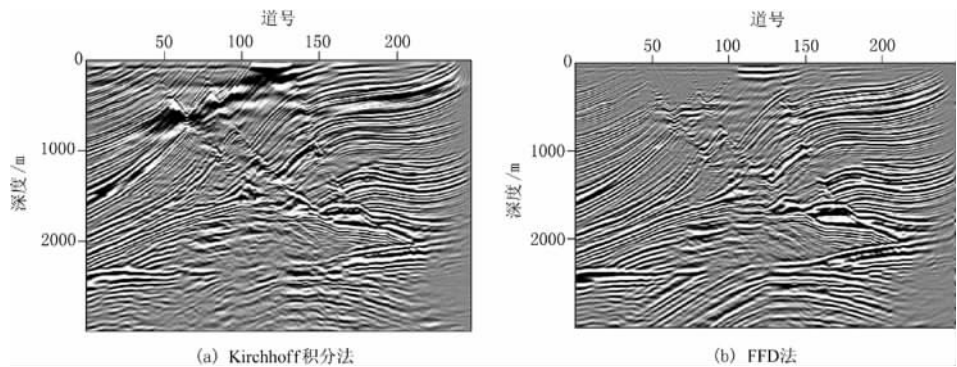


图 7 Marmousi 模型叠前深度偏移剖面

4 结论

1) 基于矩形网格和局部平面波前近似的有限差分走时计算具有计算速度快、算法稳定和适于强纵、横向变速的特点.

2) 该方法无需地震道的内插, 具有较强的适应性和灵活性.

3) 模型试算表明, 该方法具有较高的精度, 且能模拟可能存在的首波和散射波.

4) Marmousi 模型的试算表明, 基于该方法的 Kirchhoff 叠前深度偏移在三大断裂、盐丘、高速体和深部低速目的层的位置成像精度、分辨率和准确性上, 基本达到了 FFD 法叠前深度偏移的效果. 但在三大断裂、盐丘和深部高速体, 尤其是低速目的层的保幅性上则不如波动方程的 FFD 法. 这与所用方法(与 FFD 法和全格林函数法相比)没有考虑续至波等有效能量密切相关. 这一点对强纵、横向变速的复杂介质情况尤为明显. 目前, 基于全格林函数法, 研究考虑续至波等有效能量的高效方法已成为可能. 另外, Kirchhoff 积分法在实用性上易于实现相对保幅处理, 因此, Kirchhoff 法叠前深度偏移有着广阔的应用前景.

### 参 考 文 献

- 李振春. 2002. 多道集偏移速度建模方法研究[D]: [学位论文]. 上海: 同济大学海洋与地球科学学院, 17~33
- 王华忠, 谢海兵, 马在田. 1997. 有限差分法地震波走时计算[J]. 同济大学学报, **25**(3): 318~321
- 张霖斌, 刘迎曦, 赵振峰. 1993. 有限差分法射线追踪[J]. 石油地球物理勘探, **28**(6): 673~684
- 周洪波, 张关泉. 1994. 复杂构造区域的初至波走时计算[J]. 地球物理学报, **37**(4): 515~519
- Hill N R. 2001. Prostack Gaussian-beam depth migration[J]. *Geophysics*, **64**(4): 1 240~1 250
- Leidenfrost A, Ettrich N, Gajewski D, *et al.* 1999. Comparison of six different methods for calculating traveltimes[J]. *Geophys Prosp*, **47**(2): 269~297
- Versteeg R. 1994. The Marmousi experience: Velocity model determination on a synthetic complex data set[J]. *The Leading Edge*, **13**(6): 927~936
- Vidale J. 1988. Finite-difference calculation of traveltimes[J]. *Bull Seism Soc Amer*, **78**(6): 2 062~2 076
- Vidale J. 1990. Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions[J]. *Geophysics*, **55**(5): 521~526

## FINITE-DIFFERENCE CALCULATION OF TRAVELTIMES BASED ON RECTANGULAR GRID

Li Zhenchun<sup>1)</sup> Liu Yulian<sup>1)</sup> Zhang Jianlei<sup>1)</sup>  
Ma Zaitian<sup>2)</sup> Wang Huazhong<sup>2)</sup>

1) College of Earth Resources and Information, University of Petroleum, Dongying 257061, China

2) College of Marine and Earth Science, Tongji University, Shanghai 200092, China

**Abstract:** To the most of velocity fields, the traveltimes of the first break that seismic waves propagate along rays can be computed on a 2-D or 3-D numerical grid by finite-difference extrapolation. Under ensuring accuracy, to improve calculating efficiency and adaptability, the calculation method of first-arrival traveltime of finite-difference is derived based on any rectangular grid and a local plane wavefront approximation. In addition, head waves and scattering waves are properly treated and shadow and caustic zones cannot be encountered, which appear in traditional ray-tracing. The testes of two simple models and the complex Marmousi model show that the method has higher accuracy and adaptability to complex structure with strong vertical and lateral velocity variation, and Kirchhoff prestack depth migration based on this method can basically achieve the position imaging effects of wave equation prestack depth migration in major structures and targets. Because of not taking account of the later arrivals energy, the effect of its amplitude preservation is worse than that by wave equation method, but its computing efficiency is higher than that by total Green's function method and wave equation method.

**Key words:** finite-difference; eikonal equation; first-arrival traveltime; rectangular grid; Kirchhoff prestack depth migration; Marmousi model