

# 有限差分法合成地震图中的网格频散\*

Abdolrahim Javaherian

(伊朗德黑兰 14155—4666 德黑兰大学地球物理系)

## 摘 要

用有限差分法合成地震图时, 有限大小的地球模型必须分成许多小网格。如果和源信号的波长相比, 格子太大, 那么随着走时的增加, 波将产生频散。这一现象被称为网格频散, 也就是不同频率的波速度也不相同, 频率较高的信号比频率较低的信号速度慢。此时, 随着走时的增加, 信号将产生一个显著的尾区。这一现象将在如下情况发生: ① 网格间距太大; ② 采样率太大; 或③ 震源波长和网格大小相比太短。换言之, 用有限差分法合成地震图的一个重要参数是, 每个震源信号波长上网格的点数。

本文的工作表明: 当  $P-S_V$  波对经有限差分的弹性模型传播时, 源函数的频率对网格频散有很大的影响。文中所用的二维弹性模型包括: ① 正断层; ② 半空间上单层模型。结果表明: 用有限差分法合成地震图时, 如果对于介质的最低速度, 与震源信号的半功率频率相应的一个波长和格点间距之比超过 10 时, 网格频散将减小到满意的水平。

**关键词** 网格频散; 有限差分法; 合成地震图

## 引 言

用有限差分法合成地震图时, 有限大小的地球模型必须分为许多小网格。如果和源信号的波长相比, 格子太大, 那么随着走时的增加, 波将产生频散。这一现象被称为网格频散, 也就是波速随频率而变, 较高频率的信号比较低频率的信号的速度慢。从而, 随着走时的增加, 信号将产生一个显著的尾区(Kelly 等, 1976)。

波的频散特性可以通过把相速度和群速度看作频率的函数, 从而也可看作每波长网格数的函数来检验(见 Alford 等 1974 年对声波所做的工作)。一般而言, 网格频散是波经过离散化的模型传播时, 由于每个波长的格点数太小而产生的畸变, 且随走时增加而增加(Kelly 等, 1976)。这一现象的产生是由于: ① 网格间距过大, ② 采样率过高, 或③ 源信号波长短。换言之, 用有限差分法合成地震图时, 一个重要参数是每个源信号波长的网格点数。

Boore(1969; 1970; 1972)研究过在勒夫波传播问题中应用有限差分法时网格频散的

\* 1993 年 5 月 24 日收到初稿, 1993 年 9 月 25 日决定采用。

原文系英文, 由张天中译为中文, 张以勤校订。

效应, Alford 等(1974)和 Kelly 等(1976)研究过二维介质中 P-Sv 波对传播问题中的这种效应. 他们是通过分析相速度和群速度来研究有限差分法应用中的网格频散的.

Boore(1969; 1970; 1972)讨论了在一个半空间上单层的二维模型中网格频散对勒夫波传播的影响(详见 Boore, 1969, 第 81 页). 通过对相速度和群速度的研究, 他指出: 当每波长的格点数小于 10 时, 网格频散变得显著了.

Alford 等(1974)通过研究在不同网格大小的二维声学介质中声波的传播对网格频散进行了细致的讨论. 他们在研究了振幅谱以及相速度和群速度后得出结论: 为把网格频散减小到一个满意的水平, 在源信号的上限半功率频率处每波长的格点数应近似为 10 或更多. 半功率波长定义为与源信号功率谱的上限半功率频率相对应的信号波长(详见 Alford 等, 1974).

Kelly 等(1976)讨论了在一个半空间上单层的二维模型中, 由不同的源信号频率产生的有限差分合成地震图, 得出结论是: 为把网格频散减小到满意的水平, 对介质最低的 S<sub>v</sub> 波速, 信号源谱的半功率频率处每波长的格点数应为 10 或更多.

## 1 源时间函数

为证明在源谱的半功率频率处每波长的格点数和网格频散的关系, 本文研究了 3 个频率值时由等式(1)给出的时间函数的功率谱

$$f(t) = te^{-t^2} \quad (1)$$

图 1a-c 绘出了由等式(1)表示的不同的半功率频率的源-时间函数的归一化曲线, 3 个图相应于 3 个不同的半功频率, 各以 60, 90 和 120 个点采样. 图 2a-c 画出了上述 3 个源信号的功率谱的归一化曲线, 其半功率频率分别为 100, 66 和 46 Hz. 换言之, 图 1a 中源信号比图 1b 和图 1c 中的源信号包含了更多的高频功率成分.

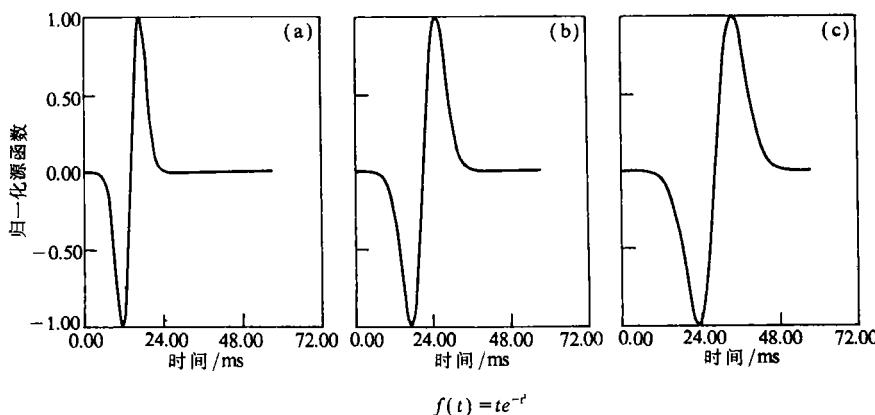


图 1 方程(1)所示源-时间函数的归一化曲线, 其半功率频率为

100 Hz (a), 66 Hz (b), 46 Hz (c)

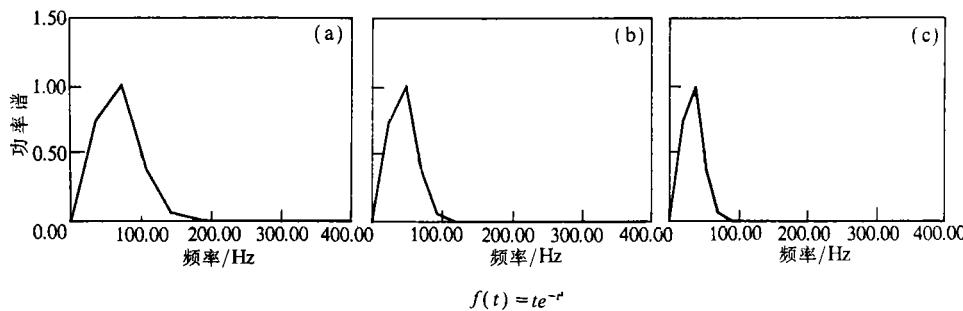


图 2 方程(1)所示源-时间函数的归一化功率谱分布, 其半功率  
频率: 为 100 Hz (a), 66 Hz (b), 46 Hz (c)

## 2 网格频散的模型实验

为证明半功率频率处每波长的格点数对网格频散的影响, 下面利用图 1a—c 所表示的 3 种源信号, 通过正断层模型和半空间上单层模型所产生的有限差分合成地震图并进行讨论.

### 2.1 正断层模型

该模型的几何形状和速度参数表示在图 3 中, 假定密度是常数, 速度比  $\beta/\alpha$  取为  $1/\sqrt{3}$ , 相当于  $\lambda=\mu$ , 在  $x$  和  $z$  两个方向上的网点间距  $h$  都是 5 m, 两个方向模型各取 201 和 110 个网格点, 即该模型大小为 1000 m  $\times$  545 m. 点源和模型两测边距离相等, 位于模型上方 4 $h$  高处.

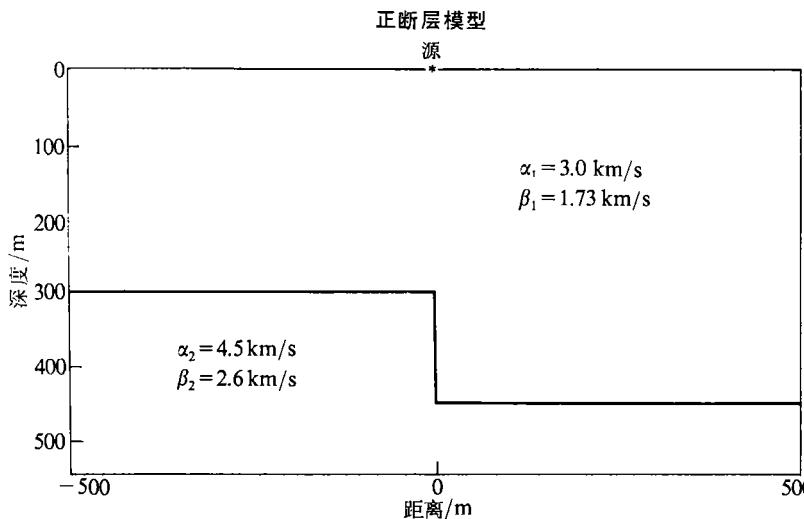


图 3 正断层模型(弹性状态)的几何形状和速度参数

图 4 和图 5 分别绘出了上述模型 5 m 深处观测到的合成地震图的垂直和水平分量.

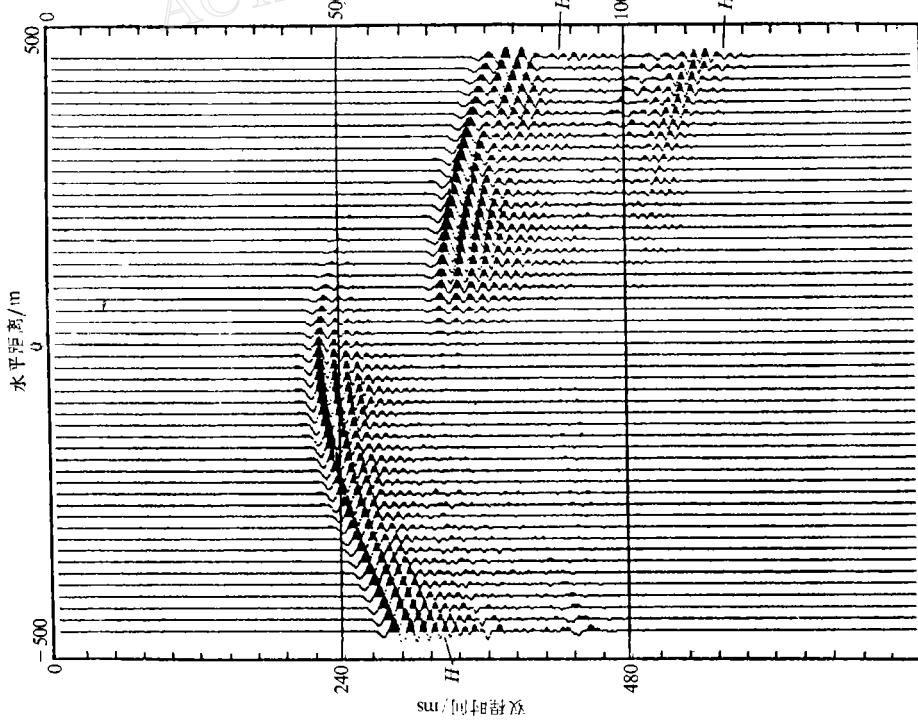


图 4a 用图 1a 和图 2a 所示的高频(100 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震的垂直分量,介质为正断层模型,观测深度为 5 m, 使用固定的增益系数. 图中未画出直达 P 波和 P-Sv 波震相

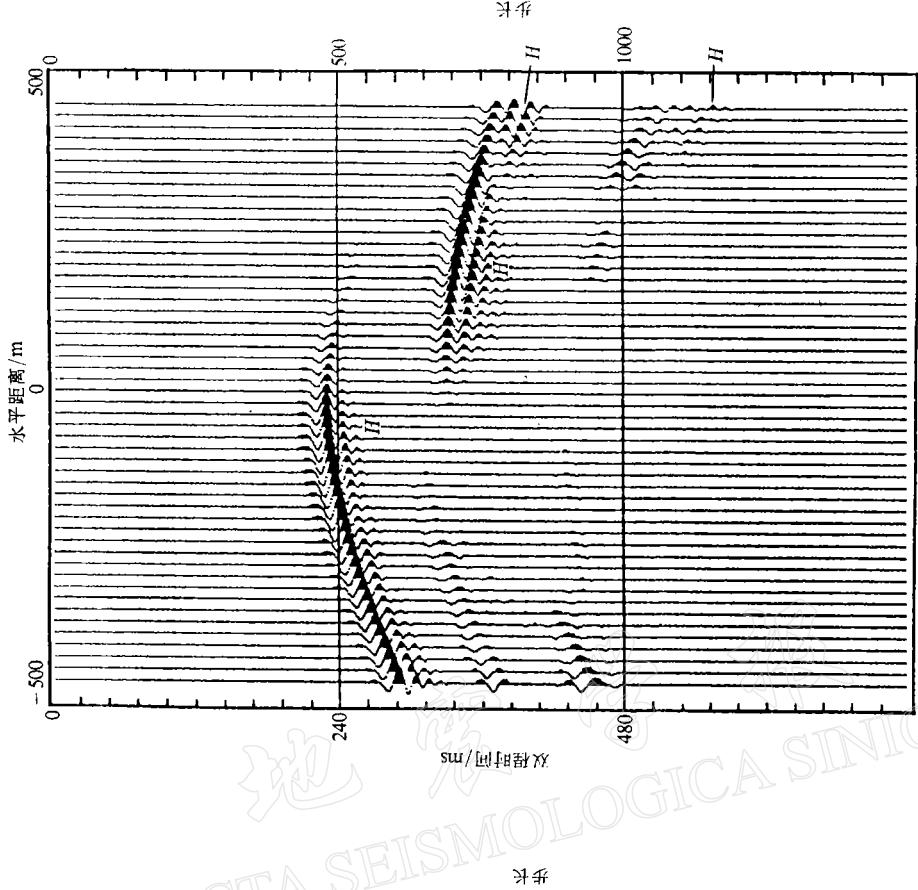


图 4b 用图 1b 和图 2b 所示的中频(66 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震的垂直分量,介质为正断层模型,观测深度为 5 m, 使用固定的增益系数. 图中未画出直达 P 波和 P-Sv 波震相

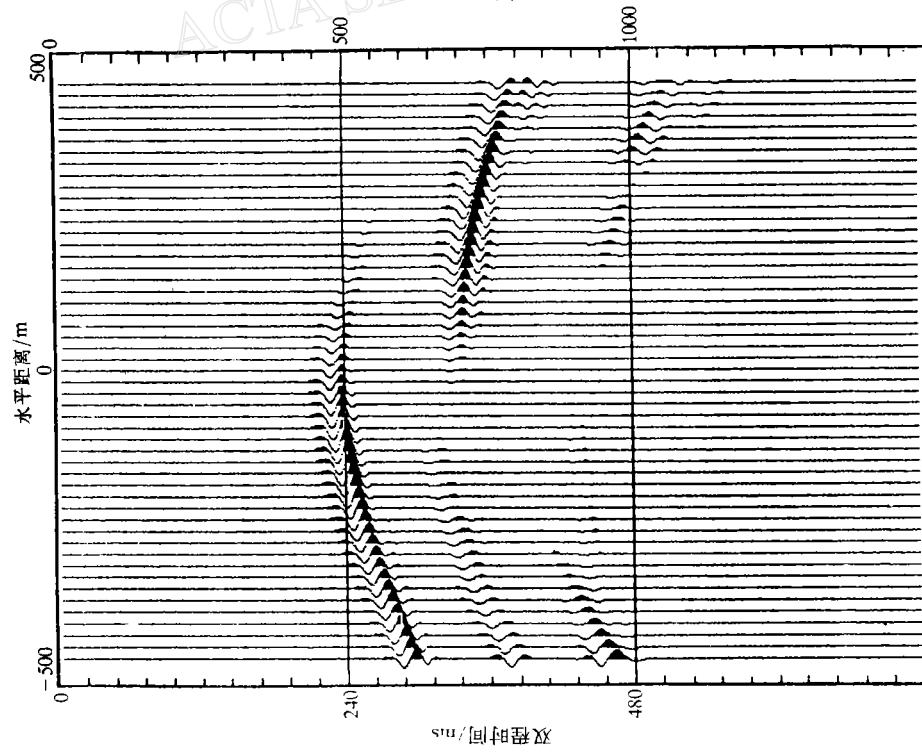
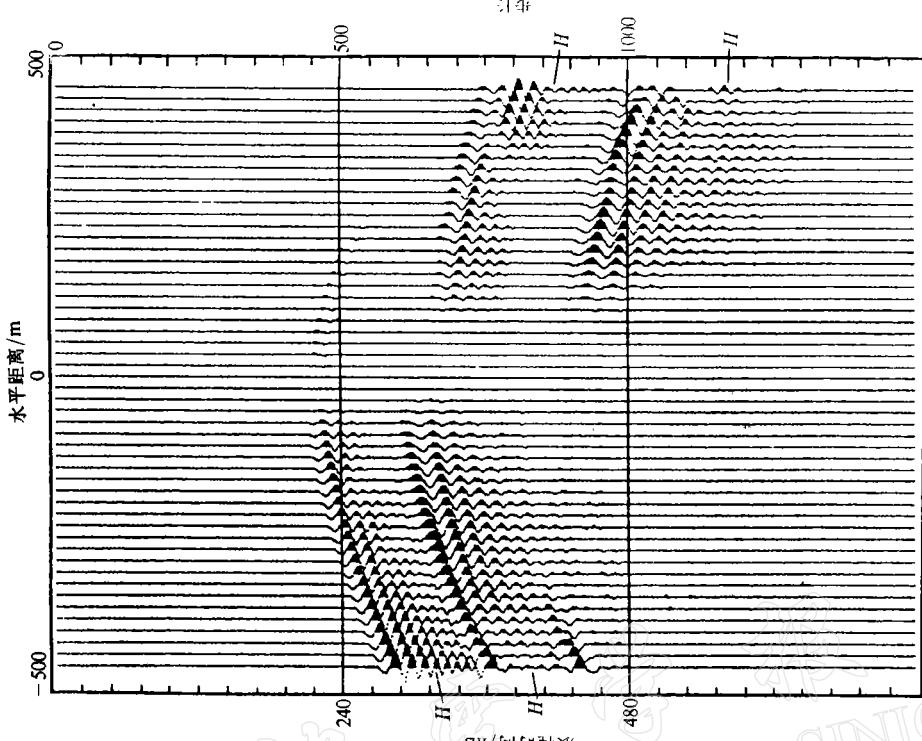


图 4c 用图 1c 和图 2c 所示的低频(46 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震的垂直分量,介质为正断层模型,观测深度为 5 m,使用固定的增益系数. 图中未画出直达 P 波和 P-S<sub>v</sub> 波震相

图 5a 用图 1a 和图 2a 所示的高频(100 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震的水平分量,介质为正断层模型,观测深度为 5 m,使用固定的增益系数. 图中未画出直达 P 波和 P-S<sub>v</sub> 波震相

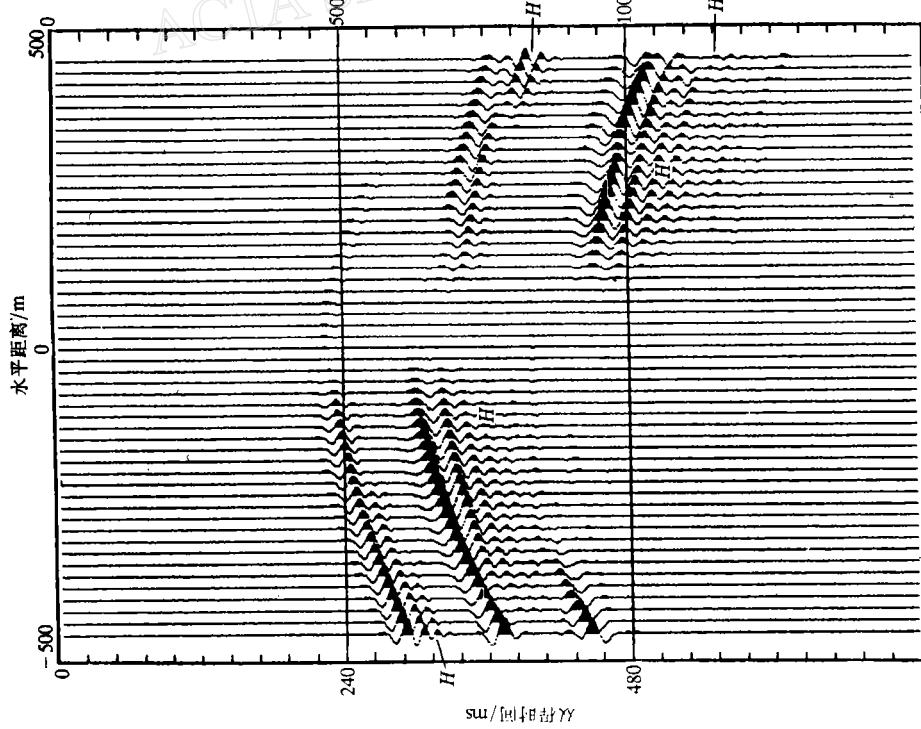
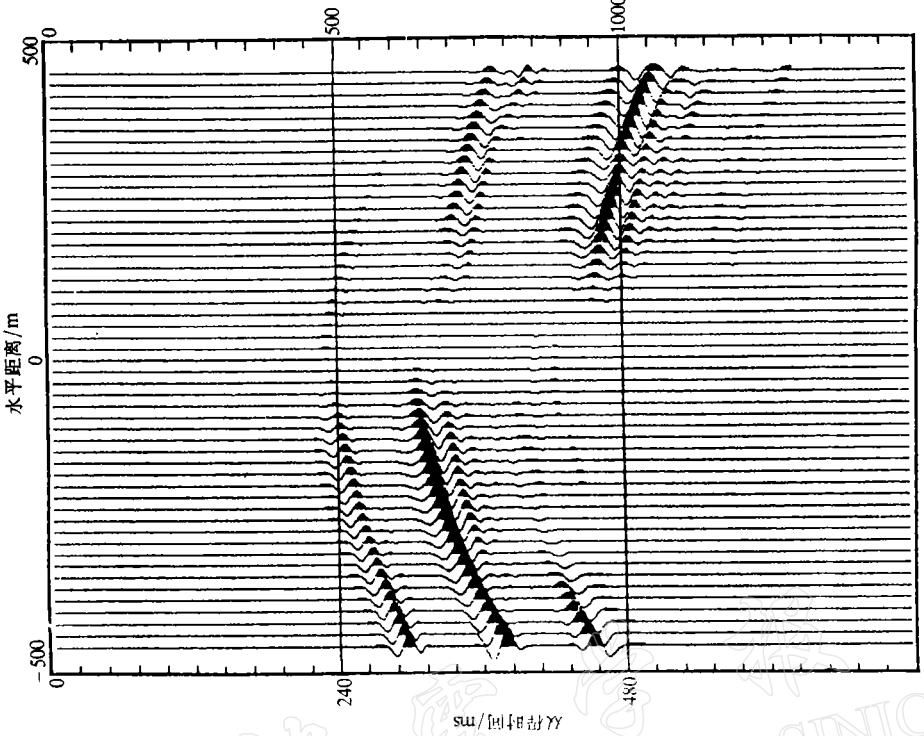


图 5b 用图 1b 和图 2b 所示的中频(66 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震的水平分量,介质为正断层模型,观测深度为 5 m, 使用固定的增益系数. 图中未画出直达 P 波和 P-S<sub>v</sub> 波震相

图 5c 用图 1c 和图 2c 所示的低频(46 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震的水平分量,介质为正断层模型,观测深度为 5 m, 使用固定的增益系数. 图中未画出直达 P 波和 P-S<sub>v</sub> 波震相

图上未画出直达 P 波和 P-S<sub>v</sub> 转换波的到时. 计算合成地震图时的时间增量为 0.483 ms, 它满足 Alterman 和 Loewenthal(1970)提出的稳定判据, 即

$$\Delta t \leq \frac{h}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (2)$$

式中,  $h$  是  $x$  和  $z$  方向的网格间距,  $\alpha$  和  $\beta$  分别是 P 波和 S<sub>v</sub> 波的最大速度. 在合成图 4 和图 5 的过程中, 对两侧边应用了收缩边界技术(Javaherian, 1982), 而模型的底部则应用了吸收边界条件(Clayton and Engquist, 1977). 在这些图中, 符号  $H$  表示由于网格频散而产生的高频信号.

按射线理论计算不同震相的走时并绘在图 6 中, 可用以辨认合成地震图上出现的震相. 图 6 中: P 表示直达 P 波, PS<sub>t</sub> 表示直达 P 波的转换 S<sub>v</sub> 反射波(在自由表面), P<sub>rh</sub> 表示在水平界面上反射的初始 P 波, PS<sub>rh</sub> 表示在水平界面上直达 P 波的转换 S<sub>v</sub> 反射波, P<sub>d</sub> 和 PS<sub>d</sub> 分别表示在正断层模型的顶角上的衍射 P 波和衍射 P-S<sub>v</sub> 反射转换波, PS<sub>S</sub> 表示在模型水平界面(该模型画于图 3)上初始 PS<sub>t</sub> 波反射产生的 S<sub>v</sub> 波.

计算合成地震图 4a 和图 5a 用的是图 1a 中表示的高频源信号和图 3, 所表示的正断层模型, 该信号谱的半功率点是 100 Hz(图 2a), 该模型上层介质在 100 Hz 时, P 波波长是 30 m, S<sub>v</sub> 波长是 17.3 m. 在该频率时, P 和 S<sub>v</sub> 波每个波长的格点数  $G_P$  和  $G_S$  分别为 6 ( $G_P=6$ ) 和 3.5 ( $G_S \approx 3.5$ ), 在合成图上显示出了强烈的频散, 特别是 S<sub>v</sub> 波. 作为网格频散效应, 图上可以见到比反射 P 波后到的较强的高频尾波和在转换 S<sub>v</sub> 反射波前出现的前兆波.

合成地震图 4b 和 5b 时用的是图 1b 中的中等频率源信号, 如图 2b 所示. 震源谱的半功

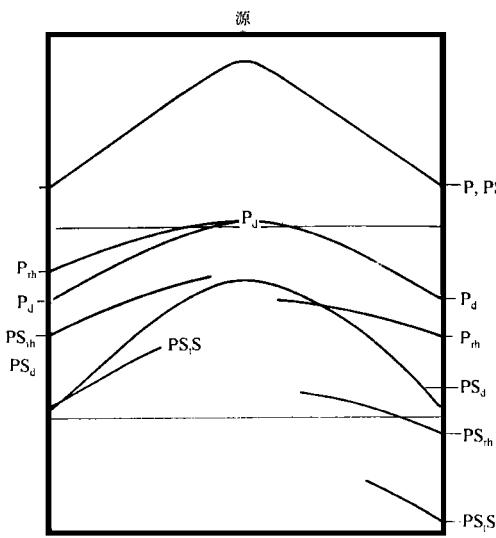


图 6 图 3 所示正断层模型中 5 m 深处由射线理论确定的走时

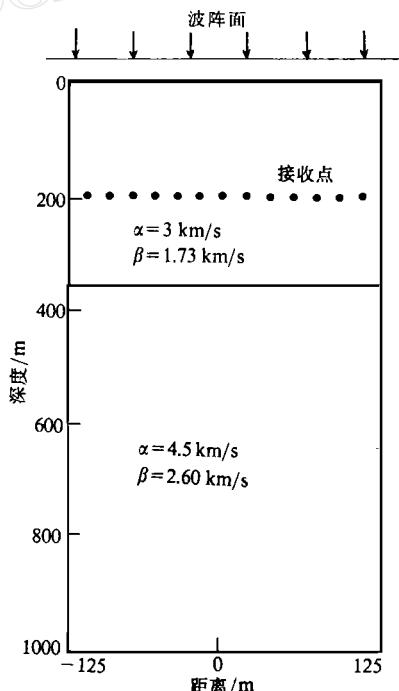


图 7 半空间上加单覆盖层模型的几何形状和速度参数

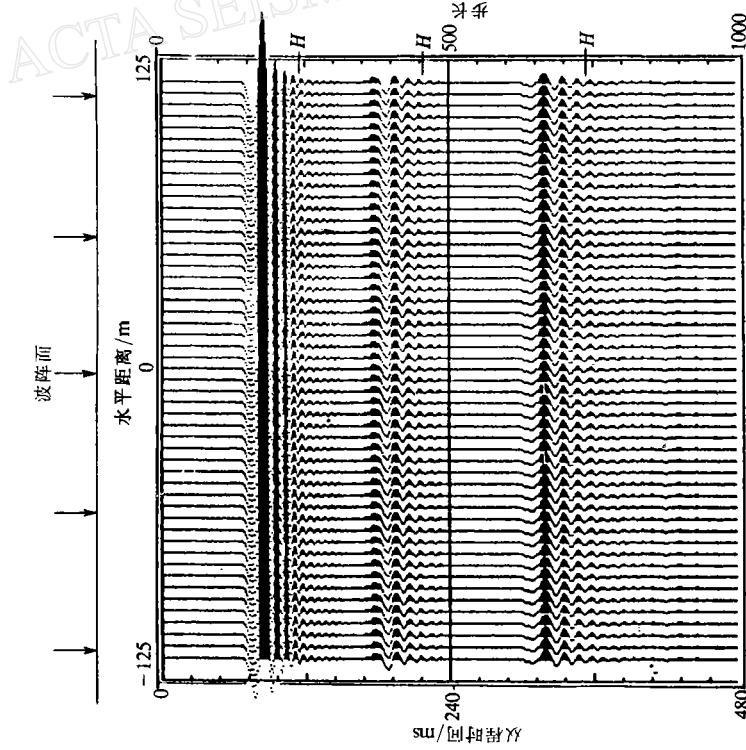


图 8a 用图 1a 和图 2a 所示的高频(100 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震图的垂直分量,介质为图 7 中所示的半空间上加单覆盖层模型,观测深度为 195 m, 使用固定的增益系数

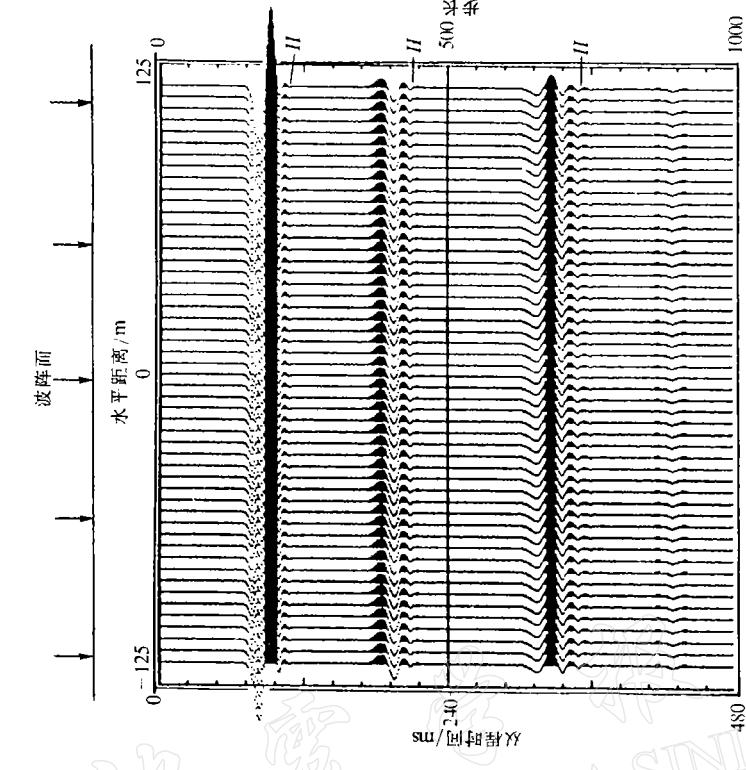


图 8b 用图 1b 和图 2b 所示的中频(66 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震图的垂直分量,介质为图 7 中所示的半空间上加单覆盖层模型,观测深度为 195 m, 使用固定的增益系数

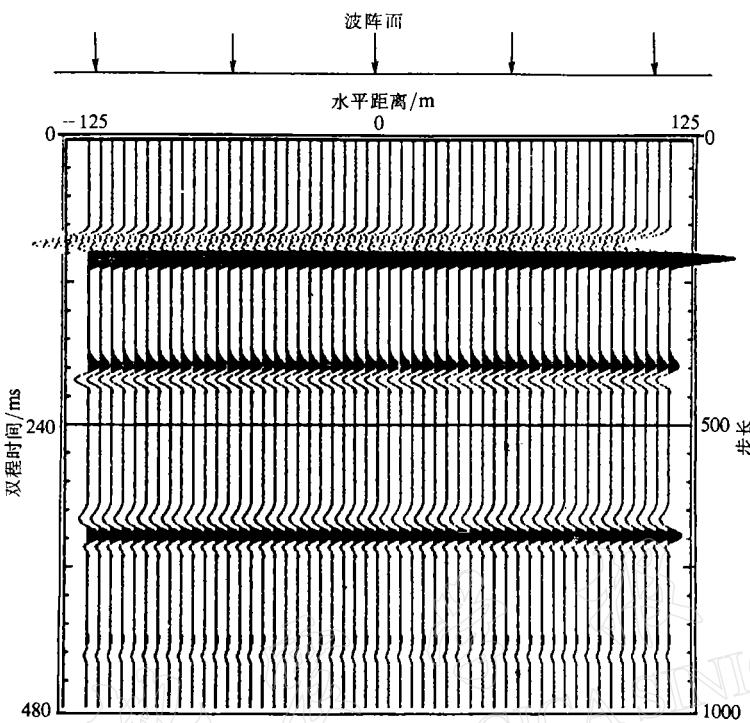


图 8c 用图 1c 和图 2c 所示的低频(46 Hz)源信号所产生的有限差分合成地震图的垂直分量, 介质为图 7 中所示的半空间上加单覆盖层模型, 观测深度为 195 m, 使用固定的增益系数

率点频率为 64 Hz, 对于正断层模型的上层介质, 该频率时 P 波和 S<sub>v</sub> 波的每个波长格点数  $G_p$  和  $G_s$  分别约为 9.4 和 5.4. 合成图上 P 波没有出现很强的网格频散, 而 S<sub>v</sub> 波确实显现出了网格频散效应, 这是因为相应的介质中 S<sub>v</sub> 波的速度比 P 波慢而波长短.

最后的正断层模型实验是用图 1c 和 2c 中所表示的低频源信号做的. 震源谱的半功率频率是 46 Hz, 对该模型的上层介质 P 波和 S<sub>v</sub> 波每个波长的格点数  $G_p$  和  $G_s$  分别约为 13 和 7.4. 和上述两个实验一样, 图 4c 和图 5c 显示了在 5 m 深处得到的合成图的垂直和水平分量, 但这里用的是低频源信号. 从图上可见, P 波已无任何网格频散, 而 S<sub>v</sub> 波的频散效应看起来也较弱.

## 2.2 半空间上覆盖单层的模型

图 7 表示 1 个在半空间上单层的二维地球模型, 考虑压缩平面波垂直射入该模型传播.

图 8a 至 8c 分别为采用图 2a 至 2c 的高、中、低三种源信号频率得到的合成地震图的垂直分量. 由于图 8a 中  $G_p$  等于 6, 故表现出很强的网格频散; 而图 8b 中可以见到在主波到达后有一短的高频尾波, 此时  $G_p$  为 9.4, 小于网格频散判据  $G_p=10$ , 而图 8c 中没有任何网格频散, 此图中  $G_p=13$ , 大于临界值. 在这些图中,  $H$  表示由于网格频散而观测到的高频信号.

### 3 结 论

网格频散的研究表明:对于最低的介质波速,如果源信号的上限半功率频率的每个波长格点数超过网格频散的临界值10时,在有限差分合成地震图上网格频散就可减小到令人满意的水平。

笔者感谢Ronald W. Ward博士对本工作所做的贡献,感谢M. H. Bazar博士在修改原稿过程中的有益的建议,感谢K. Alian女士打印此手稿。

### References

- Alford, R. M., Kelly, K. R. and Boore, D. M., 1974. Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation. *Geophysics*, **39**, 834—842.
- Alterman, Z. S and Loewenthal, D., 1970. Seismic waves in a quarter and three quarter plane. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **20**, 101—126.
- Boore, D. M., 1969. *Finite-Difference Solutions to the Equations of Elastic Wave Propagation, with Applications to Love Waves Over Dipping Interfaces*. Ph. D., Thesis, M. I. T., Mass.
- Boore, D. M., 1970. Love waves in nonuniform wave guides: Finite-difference calculations. *J. Geophys. Res.*, **75**, 1512—1527.
- Boore, D. M., 1972. Finite-difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials. In: Alder, B., Fernback, S. and Rotenberg, M. (editors), *Methods in Computational Physics*, Vol. I, Academic Press.
- Clayton, R. and Engquist, B., 1977. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations. *Bull. Seis. Soc. Amer.*, **67**, 1529—1540.
- Javaherian, A., 1982. *Elimination of Spurious Reflections from Finite-Difference Synthetic Seismograms with Applications to the San Andreas Fault Zone*. Ph. D. Thesis, University of Texas at Dallas.
- Kelly, K. R., Ward, R. W., Treitel, S. and Alford, M., 1976. Synthetic seismograms: A finite-difference approach. *Geophysics*, **41**, 2—27.