

文章编号: 0253-3782(2001)02-0185-07

# 半空间饱和土在内部简谐水平力作用下的 Green 函数<sup>\*</sup>

陆建飞<sup>1)</sup> 王建华<sup>2)</sup> 沈为平<sup>2)</sup>

1) 中国江苏镇江 212013 江苏理工大学

2) 中国上海 200030 上海交通大学

**摘要** 根据积分变换方法得出了半空间内部作用简谐水平力时的 Green 函数. 首先, 利用 Hankel 积分变换方法, 直接对频域内的 Biot 波动方程进行求解, 得出 Biot 波动方程的通解; 利用通解和半空间内部作用水平力时边界上的边界条件, 以及力作用面上的连续性条件, 可以得出上述边值问题的解; 对于边值问题在变换域内的解进行相应的逆变换, 就可以得出频域内的 Green 函数. 本文得到的线弹性退化解与文献中的结果吻合. 最后, 文中给出了两个算例.

**关键词** Biot 理论 Hankel 变换 Green 函数 非轴对称

**中图分类号**: P315.9 **文献标识码**: A

## 引言

饱和土中波的传播问题对于土木工程、地球物理以及地震学都有重要的意义. Biot (1956, 1962) 首先建立了饱和土中波的传播理论. 此后, 很多学者应用 Biot 的理论研究多孔介质中波的传播问题. Philippacopoulos (1988) 应用积分变换和势函数方法, 研究了饱和土表面作用垂直集中力时的 Lamb 问题. Senjuntichai 和 Rajapakse (1994) 研究了半无限平面饱和土受水平力或垂直力时的 Green 函数. Rajapakse 和 Senjuntichai (1995) 利用积分变换方法和精确刚度矩阵方法, 研究了层状弹性半平面饱和土在内部载荷作用下的稳态动力响应. 此外, 利用对偶积分方程方法, Philippacopoulos (1989) 以及金波和徐植信 (1997) 研究了轴对称情形下的土与圆板的动力相互作用.

多孔介质的 Green 函数对于解决结构与饱和土动力的相互作用具有重要意义. 例如, 半空间饱和土内部的作用水平力时的 Green 函数是解决结构和土内部非轴对称动力相互作用问题的基础. 本研究的目的是利用 Hankel 变换方法和 Muki (1960) 的 Fourier 展开方法, 求解半空间饱和土内部作用简谐的水平力时的 Green 函数. 首先利用 Hankel 积分变换方法和 Muki (1960) 的 Fourier 展开方法, 直接对频域内的 Biot (1956, 1962) 波动方程进行求解, 得出 Biot 波动方程的通解; 利用上述通解和半空间内部作用水平力时边界上的边界条

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(59879012)和国家教委博士点基金(98024832)资助项目.  
2000-04-03 收到初稿, 2001-01-31 收到最后修改稿并决定采用.

件, 以及力作用面上的连续性条件就可以得出上述边值问题的解. 由于对所得变换域内的解, 无法通过逆变换得到其封闭解, 因此, 必须进行相应的数值逆变换, 以得到频域内的 Green 函数. 本文得到的线弹性退化解与已知的 Pak(1987)解吻合. 最后, 利用本研究方法给出了半空间内部作用水平力时的两个算例.

## 1 控制方程及其通解

对于一般的土动力学问题(频率不高), 可以忽略流体相对于土骨架的惯性项, 则土体平衡方程为(Biot, 1956, 1962; Zienkiewicz *et al.*, 1980)

$$\begin{cases} G\nabla^2 u_r + (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{G}{r} \left( \frac{2}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) - \frac{\partial \sigma}{\partial r} = \rho \ddot{u}_r \\ G\nabla^2 u_\theta + (\lambda + G) \frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta} - \frac{G}{r^2} \left( u_\theta - 2 \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} = \rho \ddot{u}_\theta \\ G\nabla^2 u_z + (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} - \frac{\partial \sigma}{\partial z} = \rho \ddot{u}_z \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $u_r$ ,  $u_\theta$ ,  $u_z$  分别为土骨架以及流体相对于土骨架的径向、切向以及垂直方向位移;  $\sigma$  为孔隙水压力;  $\rho$ ,  $\rho_s$ ,  $\rho_f$  分别为两相介质、土骨架颗粒以及流体的密度, 且  $\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f$ , 其中  $n$  为土体的孔隙率;  $\lambda$ ,  $G$  为土骨架的 Lamé 常数;  $e$  为主骨架的体积应变. 本文中设拉应力为正, 孔压以压为正. 这样, 有效应力原理可以表示为

$$\sigma_r = \sigma'_r - \sigma \quad \sigma_\theta = \sigma'_\theta - \sigma \quad \sigma_z = \sigma'_z - \sigma \quad (2)$$

土骨架中流体的平衡方程可表示为

$$\begin{cases} -\frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{1}{k_d} \dot{w}_r + \rho_f \ddot{u}_r \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} = \frac{1}{k_d} \dot{w}_\theta + \rho_f \ddot{u}_\theta \\ -\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{1}{k_d} \dot{w}_z + \rho_f \ddot{u}_z \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $w_r$ ,  $w_\theta$ ,  $w_z$  分别为流体相对于土骨架的径向、切向以及垂直方向位移,  $k'_d = k_d/(\rho_f g)$ ,  $k_d$  为土骨架的动力渗透系数,  $g$  为重力加速度.

假设土体的土颗粒和流体都不可压缩, 则柱坐标下土体的渗流连续方程为

$$\frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{\dot{u}_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}_r}{\partial r} + \frac{\dot{w}_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{w}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \dot{w}_z}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

式(1)、(3)、(4)即为流固两相介质动力问题的控制方程.

根据 Hankel 积分变换方法, 并把所有的量对  $\theta$  进行 Fourier 展开(Muki, 1960), 则可以得到上述控制方程的通解. 值得指出的是, 当半空间作用沿  $x$  轴方向并对  $x$  轴对称的水平力时, 所有量的 Fourier 展开都只有一项(Muki, 1960), 即  $f(r, \theta, z) = f_1(r, z) \cos \theta$  或  $f(r, \theta, z) = f_1(r, z) \sin \theta$ . 因此, 对于本研究的水平力问题, 求解上述控制方程得如下通解:

$$\begin{cases}
 \tilde{e}^m = A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{-\alpha z} \\
 \tilde{\sigma}^m = (\beta/\eta)(A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{-\alpha z}) + A_2 e^{\xi z} + B_2 e^{-\xi z} \\
 \tilde{u}_z^m = (\alpha/\eta)(A_1 e^{\alpha z} - B_1 e^{-\alpha z}) + \frac{\xi}{\rho\omega^2}(A_2 e^{\xi z} - B_2 e^{-\xi z}) + A_3 e^{\delta z} + B_3 e^{-\delta z} \\
 \tilde{u}_r^{m+1} + \tilde{u}_\theta^{m+1} = (-\xi/\eta)(A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{-\alpha z}) - \frac{\xi}{\rho\omega^2}(A_2 e^{\xi z} + B_2 e^{-\xi z}) + A_4 e^{\delta z} + B_4 e^{-\delta z} \\
 \tilde{u}_r^{m-1} - \tilde{u}_\theta^{m-1} = (\xi/\eta)(A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{-\alpha z}) + \frac{\xi}{\rho\omega^2}(A_2 e^{\xi z} + B_2 e^{-\xi z}) + A_5 e^{\delta z} + B_5 e^{-\delta z} \\
 \tilde{\sigma}_z^m = b_1(A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{-\alpha z}) + b_2(A_2 e^{\xi z} + B_2 e^{-\xi z}) + 2G\delta(A_3 e^{\delta z} + B_3 e^{-\delta z}) \\
 \tilde{\sigma}_{zr}^{m+1} + \tilde{\sigma}_{z\theta}^{m+1} = c_1(-A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{-\alpha z}) + (b_2 + 1)(-A_2 e^{\xi z} + B_2 e^{-\xi z}) - \\
 \quad G\xi(A_3 e^{\delta z} + B_3 e^{-\delta z}) + G\delta(A_4 e^{\delta z} - B_4 e^{-\delta z}) \\
 \tilde{\sigma}_{zr}^{m-1} - \tilde{\sigma}_{z\theta}^{m-1} = c_1(A_1 e^{\alpha z} - B_1 e^{-\alpha z}) + (b_2 + 1)(A_2 e^{\xi z} - B_2 e^{-\xi z}) + c_2(A_3 e^{\delta z} + B_3 e^{-\delta z}) + \\
 \quad G\delta(A_4 e^{\delta z} - B_4 e^{-\delta z})
 \end{cases} \quad (5)$$

上式及以后所有的物理量都已略去角分布函数, 真实的变换域内的通解必须乘上角分布函数  $\sin\theta$  或  $\cos\theta$  (Muki, 1960).  $\xi$  为 Hankel 变换的变换参数,  $m=1$ . 此外

$$\begin{cases}
 \alpha^2 = \xi^2 + \eta & \delta^2 = \xi^2 - \frac{\rho\omega^2}{G} & \beta = M\eta + \rho\omega^2 & \eta = \frac{i\omega}{k_d M} - \frac{(\rho - \rho_f)\omega^2}{M} \\
 M = \lambda + 2G & b_1 = \frac{2G\alpha^2}{\eta} - \frac{\beta}{\eta} + \lambda & b_2 = \frac{2G\xi^2}{\rho\omega^2} - 1 & c_1 = \frac{2G\alpha\xi}{\eta} & c_2 = \frac{2G\delta^2}{\xi} + G\xi \\
 d_1 = -\frac{\alpha\rho\omega^2}{\eta} + \frac{\alpha\beta}{\eta} & d_2 = -\frac{\xi\rho}{\rho} + \xi & d_3 = \rho\omega^2
 \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\omega$  为简谐载荷的角频率;  $\alpha, \delta$  取使得  $\text{Re}(\alpha) \geq 0, \text{Re}(\delta) \geq 0$  的分支.

此外, 对于动力问题, 流体的流量定义为流体相对于土骨架的位移对于时间的导数 (Biot, 1956, 1962), 利用稳态条件得

$$q_z = i\omega w_z \quad (7)$$

利用式(5)和稳态条件, 可得变换域内流量的表达式为

$$\tilde{q}_z^m = d_1(A_1 e^{\alpha z} - B_1 e^{-\alpha z}) + d_2(A_2 e^{\xi z} - B_2 e^{-\xi z}) - d_3(A_3 e^{\delta z} + B_3 e^{-\delta z}) \quad (8)$$

此外, 式(5)中的任意函数  $A_1, B_1, \dots, A_5, B_5$  并不独立, 且有下列的关系:

$$A_5 = \frac{2\delta}{\xi}A_3 + A_4 \quad B_5 = -\frac{2\delta}{\xi}B_3 + B_4 \quad (9)$$

式(5)、(8)即为变换域内位移、应力、孔压和流量的通解.

## 2 边值问题的求解

得出变换域内的通解以后, 就可以求解图 1 所示的半空间饱和土内部作用简谐水平力的问题. 图 1 所示的均质半空间饱和土受简谐水平力  $Pe^{i\omega t}$  作用, 假设半空间表面完全透水. 为了求解该问题, 以水平力所在的水平面为界面, 把半空间区域分为  $D_1$  和  $D_2$  两个区域(图 1). 其中,  $D_1$  为厚度为  $h$  的有限区域, 而  $D_2$  则为无限区域. 对于区域  $D_1$  内的  $\tilde{\sigma}_1^m, \tilde{u}_{z_1}^m, \tilde{u}_{r_1}^{m+1} + \tilde{u}_{\theta_1}^{m+1}, \tilde{u}_{r_1}^{m-1} - \tilde{u}_{\theta_1}^{m-1}, \tilde{\sigma}_{z_1}^m, \tilde{q}_{z_1}^m, \tilde{\sigma}_{zr_1}^{m+1} + \tilde{\sigma}_{z\theta_1}^{m+1}, \tilde{\sigma}_{zr_1}^{m-1} - \tilde{\sigma}_{z\theta_1}^{m-1}$  的解可以通过把式(5)中的任意函数  $A_1, B_1, \dots, A_5, B_5$  用  $A_1^1, B_1^1, \dots, A_5^1, B_5^1$  代替得到; 对于区域  $D_2$  内的  $\tilde{\sigma}_2^m,$

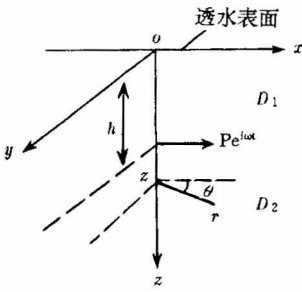


图 1 半空间饱和土受内部简谐水平力作用

$\tilde{u}_{z_2}^m, \tilde{u}_{r_2}^{m+1} + \tilde{u}_{\theta_2}^{m+1}, \tilde{u}_{r_2}^{m-1} - \tilde{u}_{\theta_2}^{m-1}, \tilde{\sigma}_{z_2}^m, \tilde{q}_{z_2}^m, \tilde{\sigma}_{x_2}^{m+1} + \tilde{\sigma}_{x_2}^{m+1}, \tilde{\sigma}_{x_2}^{m-1} - \tilde{\sigma}_{x_2}^{m-1}$  的解, 由于  $D_2$  为无限区域, 根据  $D_2$  无穷远处的正则条件, 得式(5)中的  $A_1, \dots, A_5$  必须为 0. 因此, 令式(5)中的  $A_1, \dots, A_5$  为 0, 并且把式(5)中的任意函数  $B_1, \dots, B_5$  用  $B_1^2, \dots, B_5^2$  来代替, 即得到区域  $D_2$  内相应物理量的解. 根据式(9)可知, 对于图 1 所示的问题总共有 12 个任意函数需要求解, 即  $A_1^1, B_1^1, \dots, A_4^1, B_4^1$  和  $B_1^2, \dots, B_5^2$ . 因此, 必须相应地建立边界条件和连续性条件, 以求解上述 12 个未知任意函数. 图 1 所示半空间内部受水平力作用时的  $z=0$  有 4 个边界条件, 即

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_1^m(\xi, 0) = 0 & \tilde{\sigma}_{z_1}^m(\xi, 0) = 0 \\ \tilde{\sigma}_{x_1}^{m+1}(\xi, 0) + \tilde{\sigma}_{x_1}^{m+1}(\xi, 0) = 0 & \tilde{\sigma}_{x_1}^{m-1}(\xi, 0) - \tilde{\sigma}_{x_1}^{m-1}(\xi, 0) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$z=h$  处的 8 个连续性条件可以表示为

$$\begin{cases} \tilde{u}_{z_1}^m(\xi, h) - \tilde{u}_{z_2}^m(\xi, h) = 0 & [\tilde{u}_{r_1}^{m+1}(\xi, h) + \tilde{u}_{\theta_1}^{m+1}(\xi, h)] - [\tilde{u}_{r_2}^{m+1}(\xi, h) + \tilde{u}_{\theta_2}^{m+1}(\xi, h)] = 0 \\ \tilde{\sigma}_1^m(\xi, h) - \tilde{\sigma}_2^m(\xi, h) = 0 & [\tilde{u}_{r_1}^{m-1}(\xi, h) - \tilde{u}_{\theta_1}^{m-1}(\xi, h)] - [\tilde{u}_{r_2}^{m-1}(\xi, h) - \tilde{u}_{\theta_2}^{m-1}(\xi, h)] = 0 \\ \tilde{q}_{z_1}^m(\xi, h) - \tilde{q}_{z_2}^m(\xi, h) = 0 & [\tilde{\sigma}_{x_1}^{m+1}(\xi, h) + \tilde{\sigma}_{x_1}^{m+1}(\xi, h)] - [\tilde{\sigma}_{x_2}^{m+1}(\xi, h) + \tilde{\sigma}_{x_2}^{m+1}(\xi, h)] = 0 \\ \tilde{\sigma}_{z_1}^m(\xi, h) - \tilde{\sigma}_{z_2}^m(\xi, h) = 0 & [\tilde{\sigma}_{x_1}^{m-1}(\xi, h) - \tilde{\sigma}_{x_1}^{m-1}(\xi, h)] - [\tilde{\sigma}_{x_2}^{m-1}(\xi, h) - \tilde{\sigma}_{x_2}^{m-1}(\xi, h)] = r_i \end{cases} \quad (11)$$

式中, 当水平力是大小为  $P$  的集中力时,  $r_i$  取  $P/\pi$ ; 当水平力是合力为  $P$ , 且在半径为  $R$  的圆上均匀分布的沿  $x$  方向的分布载荷时,  $r_i$  取  $2PRJ_1(R\xi)/(A\xi)$ , 其中  $A$  为均布的面积. 利用式(5)、(9)、(10)和(11), 可以得出一组求解任意函数  $A_1^1, B_1^1, \dots, A_4^1, B_4^1$  和  $B_1^2, \dots, B_5^2$  的线性方程组. 求解上述方程组, 可以得出任意函数  $A_1^1, B_1^1, \dots, A_4^1, B_4^1$  和  $B_1^2, \dots, B_5^2$ . 把任意函数代入变换域内相应量的表达式, 即可以得到变换域内土骨架以及流体相对于土骨架的位移、应力和孔压, 再进行相应的数值逆变换, 则可以得到频域内位移、应力和孔压的值.

### 3 数值方法及算例

对上面所得的位移、应力和孔压的变换域内的表达式进行相应的逆变换, 可以得到频域内的解, 即

$$f(r, z) = \int_0^\infty \xi \tilde{f}^m(\xi, z) J_m(\xi, r) d\xi \quad (12)$$

虽然水相的存在使被积函数不会在实轴上出现奇点, 但是, 在有的参数条件下会使被积函数的复数奇点影响积分精度. 因此, 为了使数值积分取得更好的精度, 取土骨架的  $\text{Lam}'e$

常数为复数 (Philippacopoulos, 1988, 1989; Senjuntichai, Rajapakse, 1994; Rajapakse, Senjuntichai, 1995), 即  $\lambda=\lambda_0(1+i\xi_s)$ ,  $G=G_0(1+i\xi_s)$ , 其中  $\xi_s$  取  $0.01\sim0.03$ . 这样就会减小复数的奇点对数值积分精度的影响. 此外, 式(12)是一个无穷的振荡积分, 本文的计算方法是首先找出被积函数的 0 点, 然后再求出各个 0 点之间各区间的积分, 再进行累加, 一般取 20 个区间就能取得足够的精度. 为了检验本研究方法的准确性, 令  $\rho_f=0$ ,  $n=0$ , 则两相介质退化为单相介质. 利用本研究方法对 Pak(1987)的两个算例进行了计算, 对比结果如图 2, 3 所示. 从比较结果可以看出, 本研究结果与 Pak(1987)的结果吻合, 本研究中取  $\xi_s=3\%$ .

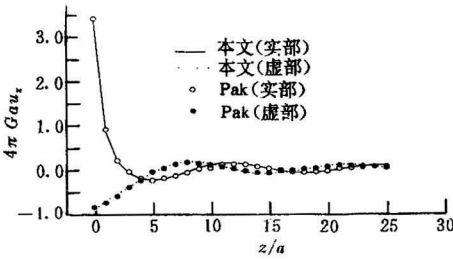


图2 本研究结果和 Pak 算例 1 的比较

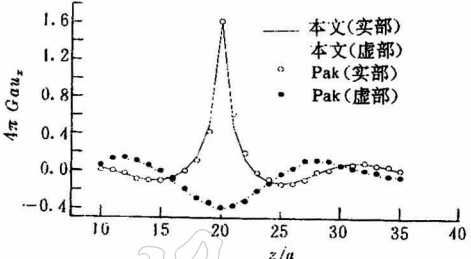


图3 本研究结果和 Pak 算例 2 的比较

**算例 1** 一个均布的  $x$  方向的圆形简谐载荷, 其圆心在  $z$  轴, 圆的半径为  $a$ , 该简谐载荷的合力为  $Pe^{i\omega t}$ . 此外, 圆形载荷离半空间表面的距离为  $a$ . 计算中取  $\rho_s=2\,600\text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_f=1\,000\text{ kg/m}^3$ , 孔隙率  $n=0.4$ , 动力渗透系数  $k_d=1.0\times10^{-7}\text{ m/s}$ , Lam'e 系数  $\lambda_0=G_0=3.0\times10^7\text{ Pa}$ , 复模量虚部的系数  $\xi_s=0.03$ . 图 4 给出了  $z$  轴与半空间表面的交点处  $x$  方向的位移  $u_x$  随无量纲频率  $a_0$  的变化情形. 其中,  $a_0=\sqrt{\rho/G_0}\omega a$ .

**算例 2** 一个大小为  $Pe^{i\omega t}$  的  $x$  方向的集中力作用在  $z$  轴上, 距离表面为  $10R$ . 计算中取  $\rho_s=2\,600\text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_f=1\,000\text{ kg/m}^3$ , 孔隙率  $n=0.5$ , 动力渗透系数  $k_d=1.0\times10^{-7}\text{ m/s}$ , Lam'e 系数  $\lambda_0=G_0=3.0\times10^7\text{ Pa}$ , 复模量虚部的系数  $\xi_s=0.03$ , 无量纲频率  $a_0=\sqrt{\rho/G_0}\omega R=0.416$ . 图 5, 6 给出了孔压沿距离  $z$  轴为  $R$  的垂直线的变化情形. 孔压进行了无量纲化, 即除以  $(P/R^2)$ .  $z$  坐标的变化范围为  $0.0R\sim20.0R$ . 此外, 从图 5, 6 可以看出, 在集中力作用平面, 即  $z=10R$  处距离集中力为  $R$  处, 孔压的实部曲线有尖角出现, 而虚部曲线则光滑.

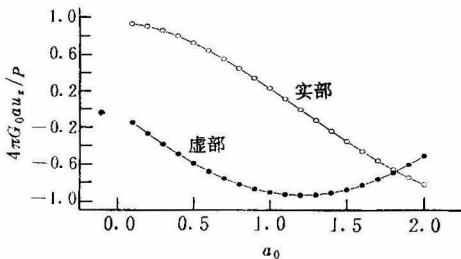


图4 算例 1 中的  $x$  方向位移  $u_x$  随无量纲频率的变化

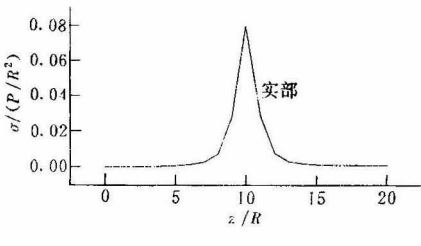


图5 算例 2 中的无量纲孔压实部沿  $z$  的变化

## 4 结论

本研究利用 Hankel 积分变换方法,得到了半空间内部作用简谐水平力时的 Green 函数. 由于无法得到频域内位移、应力和孔压的封闭形式解,因此,本研究采取数值逆变换方法求解水平力的 Green 函数. 为了减小复数奇点对于数值积分的影响,在本研究的积分表达式中取材料的 Lam'e 常数为复数形式. 本研究结果退化到线弹性解时与已知的解吻合. 显然,本研究结果可以用来解决半空间内部结构物与饱和土的动力相互作用. 此外,根据本研究的结果不难得到水平力作用下层状饱和土地基动力问题的传递矩阵,所以,本

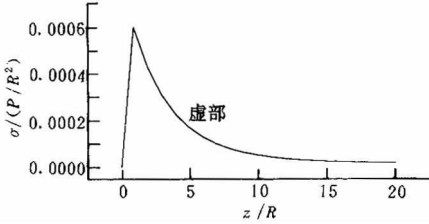


图 6 算例 2 中的无量纲孔压虚部沿  $z$  的变化

研究的结果可以用来解决两相介质层状地基的非轴对称动力问题.

## 参 考 文 献

- 金波, 徐植信. 1997. 多孔饱和半空间上刚体垂直振动的轴对称混合边值问题[J]. 力学学报, **29**(6): 711~719
- Biot M A. 1956. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I. low frequency range[J]. *J Acoust Soc Amer*, **28**(2): 168~178
- Biot M A. 1962. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. *J Appl Phys*, **33**(4): 1482~1498
- Muki R. 1960. Asymmetric problems of the theory of elasticity for a semi-infinite solid and a thick plate[A]. In: Sneddon I N, Hill R eds. *Progress in Solid Mechanics*[C]. New York: Amsterdam North Holland, Interscience, 399
- Pak R Y S. 1987. Asymmetric wave propagation in an elastic half-space by a method of potentials[J]. *J Appl Mech*, **54**: 121~126
- Philippacopoulos A J. 1988. Lamb's problem for fluid-saturated, porous media[J]. *Bull Seism Soc Amer*, **78**(2): 908~923
- Philippacopoulos A J. 1989. Axisymmetric vibration of disk resting on saturated layered half-space[J]. *J Eng Mech, ASCE*, **115**(10): 2301~2322
- Rajapakse R K N D, Senjuntichai T. 1995. Dynamic response of a multi-layered poroelastic medium[J]. *Earthq Eng Struct Dynamics*, **24**: 703~722
- Senjuntichai T, Rajapakse R K N D. 1994. Dynamic Green's function of homogeneous poroelastic half-plane[J]. *J Eng Mech, ASCE*, **120**(11): 2381~2404
- Zienkiewicz O C, Chang C T, Bettess P. 1980. Drained, undrained, consolidating and dynamic behavior assumptions in soils[J]. *Geotechnique*, **30**: 385~395

## THE GREEN'S FUNCTION OF THE HARMONIC HORIZONTAL FORCE APPLIED TO THE INTERIOR OF THE SATURATED HALF-SPACE

Lu Jianfei<sup>1)</sup> Wang Jianhua<sup>2)</sup> Shen Weiping<sup>2)</sup>

1) *Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China*

2) *Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China*

**Abstract:** By using integral transform method, Green functions of horizontal harmonic force applied to the interior of the saturated half-space soil are obtained in the paper. The general solutions of the Biot dynamic equations in frequency domain are established through the use of Hankel integral transforms technique. Utilizing the above-mentioned general solutions, and the boundary conditions of the surface of the half-space and the continuous conditions at the plane of the horizontal force, the solutions of the boundary value problem can be determined. By the numerical inverse Hankel transforms method, Green functions of the harmonic horizontal force are obtainable. The degenerate case of the results deduced from this paper agrees well with the known results. Two numerical examples are given in the paper.

**Key words:** Biot theory; Hankel transforms; Green function; asymmetric