

利用大地测量资料反演地震震源参数的若干问题*

张 祖 胜

(国家地震局测量大队)

摘要

本文利用大地测量资料反演地震震源参数的一般理论,归纳为震源模型的建立、最优化计算的实施和观测资料的使用等三部分。文中着重研究了后两部分:提出了利用原始观测资料(地面长度、角度、高差、倾斜、应变的变化值)直接进行反演的严密方法;改进了单纯形最优化计算方法,加速了迭代的收敛并给出了收敛准则;按逐渐趋近法进行观测资料的标准化,保证了标准化后的各类资料都属于同一正态分布。

文中根据地震前、后的大地测量资料,对1976年唐山7.8级地震的震源参数进行了反演,并对成果的稳定性和可靠性进行了检验,得到地震断层长度为112公里,走向为北东56°,倾角为90°,断层破裂至地面,断层面延深(宽)15公里,水平错距(右旋)2.51米,垂直错距(东南盘下降)0.70米,断层线中点位置为北纬39°36'6、东经118°11'4。由此计算得到的地震矩为 1.45×10^{27} 达因·厘米,应力降为37.2巴,应变降为 5.6×10^{-5} 。这个结果与根据地震波及震时其它地球物理资料求得的结果相近,因此认为本次地震前(或后),发生相当于主震规模的断层蠕动的可能性不大。

一、引言

利用形变资料反演地震断层参数的研究,最近十几年来进展很快,虽然尚有不少理论和实际问题,例如解的唯一性和稳定性问题,还没有得到充分的研究和解决。但是,由于反演是对地形变现象认识的进一步深化,在地震研究中不仅具有理论意义,而且具有实用价值,因此已得到越来越广泛的应用。本文在前人工作的基础上将反演理论和方法归纳为三个主要问题,并对其中的最优化计算和观测资料的正确应用进行了进一步探讨。在此基础上,应用大地测量资料对1976年唐山7.8级地震的位错模式进行了再次反演。

二、反演理论的基本问题

利用地形变资料进行地震断层参数的反演,通常的做法是:选定一种地壳的数学物

* 1982年9月4日收到。

理模型；给出模型参数的初始值，并按其计算地震时地形变（点位位移，边长、角度、高差的变化，地面倾斜和应变等）的理论值；将理论值与实地观测值进行比较，根据最小二乘原理对参数进行调整，使模型与观测资料之间达到最佳拟合。

反演过程涉及到一系列的数学和物理问题，主要有：震源模型的建立，最优化计算的实施和观测资料的使用。

1. 震源模型

原则上模型可以任意选用，只要它在物理上能正确地解释地震时的形变现象，在数学上能进行定量计算即可。至于函数形式的复杂程度，能否给出解析表达式等，则不苛求。通常可供选择的有弹性位错模型和有限元模型，由于后者牵涉的理论和资料问题很多，加之计算工作量甚为巨大，应用上有一定困难。因之目前大多数的反演研究，包括本文在内，都是采用弹性位错模型。

根据位错理论，震源表示成地壳破裂面上突然出现的错动，任意形状的位错面 Σ 上的错动所引起的介质中某一点 g 的位移分量 $U_m(g)$ ($m = 1, 2, 3$) 为

$$U_m(g) = \iint_{\Sigma} \Delta U_k(p) W_{kl}^m(p, g) N_l(p) d\Sigma \quad (1)$$

其中 $\Delta U_k(p)$ ($k = 1, 2, 3$) 是位错面上某一点 p 的位错向量的三个分量， $W_{kl}^m(p, g)$ 是由 k, l 定义的作用在 p 点上的力系在 g 点引起的位移， $N_l(p)$ ($l = 1, 2, 3$) 是在 p 点的面积元 $d\Sigma$ 的法向矢量的方向余弦。

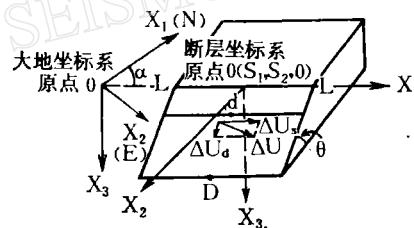


图 1 断层位错模式

如果 Σ 面为一个和地面斜交成 θ 角，长度为 $2L$ ，宽度为 $\Delta D = D - d$ (D 及 d 为沿断层面倾向的断层面下界及上界距地表的深度) 的矩形面 (图 1)，走向错距为 ΔU_s ，倾向错距为 ΔU_d 。取断层迹线中点 O 在大地坐标系中的坐标为 $(S_1, S_2, 0)$ ，断层走向方位角为 α ，则大地坐标系中坐标为 (X_1, X_2, X_3) 的观测点 g 上的位移值 U_g 可以记为下列参数的函数：

$$\begin{aligned} U_g &= U(X_1, X_2, X_3, \alpha, \theta, L, d, D, \Delta U_s, \Delta U_d, S_1, S_2) \\ &= U(X_1, X_2, X_3, \mathbf{X}^T) \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{X}^T = (\alpha, \theta, L, d, D, \Delta U_s, \Delta U_d, S_1, S_2)$ 称之为断层参数向量。

曼新哈和斯迈里得出了拉梅常数相等的任意倾角和任意错动方向的位移的精确表达式^[1]，而陈运泰又将其推广到拉梅常数不等的情况^[2]，考虑到计算的实际情况，本文计算时采用了 $\lambda = \mu$ 、 $X_3 = 0$ 的曼新哈-斯迈里公式^[6]。需要注意的是，当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ ，或点位位于

断层线上,或点位位于断层端点的垂线上时,以上公式是无法计算的,这时可以适当地给予 θ 或点位坐标一个增量再进行计算。

2. 最优化计算

反演计算实质上可归结为数学上的函数极小化问题。

设模型参数向量为 $\mathbf{X}^T = (X_1, X_2, \dots, X_m)$,而观测值向量为 $\mathbf{L}^T = (L_1, L_2, \dots, L_n)$ ($n \geq m$)。注意到 \mathbf{L} 具有随机性,因此模型的函数形式为

$$\tilde{\mathbf{L}} = \varphi(\tilde{\mathbf{X}}) \quad (3)$$

式中 \sim 表示数学期望,实际计算中只能求得 \mathbf{L} 和 \mathbf{X} 的估值 $\hat{\mathbf{L}}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}$,用 \mathbf{L} 和残差 \mathbf{V} 之和来代替 $\tilde{\mathbf{L}}$,则得

$$\mathbf{V} = \varphi(\hat{\mathbf{X}}) - \mathbf{L} \quad (4)$$

\mathbf{L} 的方差——协方差矩阵为 \mathbf{D}_{11} ,

$$\mathbf{D}_{11} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{11} = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1} \quad (5)$$

式中 σ_0 为单位权均方差, \mathbf{Q}_{11} 和 \mathbf{P} 分别称为 \mathbf{L} 的权倒数矩阵和权矩阵。

反映拟合质量的目标函数为

$$Y = \phi(\hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} = (\varphi(\hat{\mathbf{X}}) - \mathbf{L})^T \mathbf{P} (\varphi(\hat{\mathbf{X}}) - \mathbf{L}) \quad (6)$$

反演计算的任务就是在某些束约条件下,即在 $\phi(\hat{\mathbf{X}})$ 的可行域内求出使 $Y \rightarrow \min$ 的解,此时 $\hat{\mathbf{X}}$ 称为 \mathbf{X} 的最或是值。

解算的方法有两类:

一类称为间接微分法。它是基于最优解的必要条件是目标函数在该点梯度为零,即

$$\nabla Y = 0 \quad (7)$$

因此,可以把寻求目标函数最优值的问题间接地归结为:解算它的一阶偏导数为零所形成的线性方程组——法方程组,

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \Delta \hat{\mathbf{X}} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} (\varphi(\hat{\mathbf{X}}_0) - \mathbf{L}) \quad (8)$$

式中 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 为 $\hat{\mathbf{X}}$ 的初始值, $\Delta \hat{\mathbf{X}}$ 为其改正数, \mathbf{A} 为 \mathbf{V} 的雅各比矩阵,解 $\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{X}}_0 + \Delta \hat{\mathbf{X}}$ 。

间接微分法能有效地利用有关目标函数和可行域的已知性质,因此在很多场合下是十分有效的。但是,如果模型是复杂的非线性函数,初始值选得不够精确,或者观测资料中没有或只有少量某些参数的信息,这时目标函数往往在 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 处难于保持一级泰勒近似,并且因为矩阵 $(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})$ 的条件太坏或奇异而造成解算的困难。陈运泰应用阻尼最小二乘法较好地解决了上述困难^[5],但同时也增加了解算的难度和工作量。

另一类解决最优化问题的方法称为直接调优法。这类方法是从某个初始值出发,根据目标函数的数值分布状况,逐步改进解的位置而趋向于最优点。它不需要知道目标函数的具体数学解析表达式,在很大程度上避免了间接微分法的困难。特别是其中的单纯形法和共轭方向法,不需要计算目标函数的偏导数值,因此计算程序通常简单、明朗,近年来很受重视,本文采用的就是单纯形法。

3. 观测数据

地震断层参数的信息是由实地观测的形变资料提供的。信息必须尽可能地完整、真实,否则往往导致反演的失败。信息的完整性主要取决于观测点位的分布和观测元素的种类,而真实性则主要取决于观测的精度和成果的代表性。下文中我们将讨论如何正确

地使用观测资料,也就是着重研究观测值的选择及标准化的问题.

三、单纯形法的改进

单纯形法的基本思想是:对于具有 m 个参数的目标函数,在 m 维空间中取不在同一个 $m-1$ 维空间的 $m+1$ 个点,构成一个单纯形.计算相应于单纯形各顶点的目标函数值,比较计算结果,舍去最坏的点,并在离其较远处的新点(例如在其对称点)上计算目标函数的值.新点与剩余的点构成一个新单纯形.再经比较,弃去坏点,计算新点,建立新单纯形.这样不断重复,直至得到满足收敛准则的最优点.

1. 搜索方向

上述方法的缺点是收敛较慢,特别是在目标函数的参数较多时更为突出.应用文献[7]所介绍的加速方法能有所改进,但效果仍不十分理想,主要症结在于从最坏点出发向前搜索寻求新点——反射点时,搜索方向可能与最佳方向(在足够小的范围内,即目标函数的负梯度方向)偏离较远,需要经过若干次迭代,使搜索方向偏转到接近最佳方向,才能向前大大迈进一步.

一个简单而有效的方法是,充分利用已有的目标函数值,近似地寻求已知区域(单纯形及其附近)内最好的搜索方向.

设单纯形 $m+1$ 个顶点的坐标矢量为 $\hat{\mathbf{X}}_0, \hat{\mathbf{X}}_1, \dots, \hat{\mathbf{X}}_m$, 相应的目标函数为 Y_0, Y_1, \dots, Y_m . 目标函数在 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 点(通常取最坏点为 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 点)处沿 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 至 $\hat{\mathbf{X}}_1$ 方向 $r_i = (\hat{\mathbf{X}}_i - \hat{\mathbf{X}}_0)$ 上的方向导数为

$$\frac{\partial Y}{\partial r_i} = \frac{\partial Y}{\partial X_1} \cos \alpha_{i1} + \frac{\partial Y}{\partial X_2} \cos \alpha_{i2} + \dots + \frac{\partial Y}{\partial X_m} \cos \alpha_{im} \quad (9)$$

式中 x_1, x_2, \dots, x_m 为坐标分量, $\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{im}$ 为 r_i 的方向角, \mathbf{Y} 在 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 处的梯度则为

$$g = \text{grad } \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial X_1} \\ \frac{\partial Y}{\partial X_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial Y}{\partial X_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{11} & \cos \alpha_{12} & \dots & \cos \alpha_{1m} \\ \cos \alpha_{21} & \cos \alpha_{22} & \dots & \cos \alpha_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos \alpha_{m1} & \cos \alpha_{m2} & \dots & \cos \alpha_{mm} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial r_1} \\ \frac{\partial Y}{\partial r_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial Y}{\partial r_m} \end{bmatrix} \quad (10)$$

当单纯形不大时,用差分形式表示则有

$$g = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_{11} & \Delta x_{12} & \dots & \Delta x_{1m} \\ \Delta x_{21} & \Delta x_{22} & \dots & \Delta x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta x_{m1} & \Delta x_{m2} & \dots & \Delta x_{mm} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Y_1 \\ \Delta Y_2 \\ \vdots \\ \Delta Y_m \end{bmatrix} = \Delta X^{-1} \Delta Y \quad (11)$$

式中 Δx_{ij} 为 $(\hat{\mathbf{X}}_i - \hat{\mathbf{X}}_0)$ 的第 j 个坐标分量, $\Delta Y_i = (Y_i - Y_0)$, \mathbf{g} 的长度为

$$\|\mathbf{g}\| = \left(\sum_1^m \mathbf{g}_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

我们规定: 在组成新的单纯形时, 由最坏点 \mathbf{X}_H (即 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 点) 出发, 沿 $-\mathbf{g}$ 方向搜索。为了使一级泰勒近似不致失效, 反射点 $\hat{\mathbf{X}}_R$ 至 $\hat{\mathbf{X}}_H$ 的距离为 $\hat{\mathbf{X}}_H$ 至其他点距离平均值的 2 倍, 即

$$(\hat{\mathbf{X}}_R - \hat{\mathbf{X}}_H) = -2 \frac{\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|} \cdot \frac{\sum_0^m \|(\hat{\mathbf{X}}_H - \hat{\mathbf{X}}_i)\|}{m} = \Delta \hat{\mathbf{X}} \quad (13)$$

2. 调优过程

调优过程如图 2 所示。

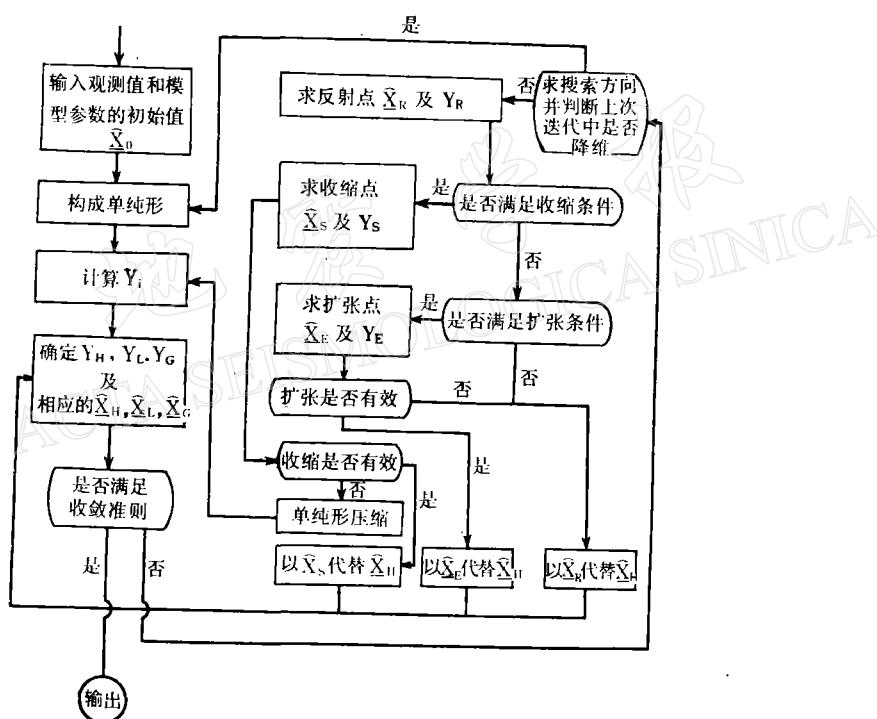


图 2 调优过程

(1) 计算单纯形 $m + 1$ 个顶点的目标函数值 \mathbf{Y}_i ($i = 0, 1, 2, \dots, m$)。比较 \mathbf{Y}_i 的大小, 得到最坏(大)值 \mathbf{Y}_H , 次坏值 \mathbf{Y}_G 及最好(小)值 \mathbf{Y}_L 。

(2) 计算 $\hat{\mathbf{X}}_H$ 的反射点

$$\hat{\mathbf{X}}_R = \hat{\mathbf{X}}_H + \Delta \hat{\mathbf{X}} \quad (14)$$

如计算 \mathbf{g} 时发现行列式

$$|\Delta \mathbf{X}| \approx 0$$

则说明在上一次迭代中出现了搜索空间的降维, 这时可以 $\hat{\mathbf{X}}_L$ 为一个顶点, 按下文介绍的第一个单纯形组成法, 构成新单纯形, 并转向(1)。

(3) 如 $Y_R \geq Y_G$, 说明 \hat{X}_R 并不比 \hat{X}_H 好多少, 可能是前进太远所致. 可在搜索方向上进行收缩, 求收缩点

$$\hat{X}_s = (1 - \lambda)\hat{X}_H + \lambda\hat{X}_R \quad (15)$$

这里 $0 < \lambda < 1$. 计算 Y_s , 如 $Y_s < Y_G$, 说明收缩有效, 可用 \hat{X}_s 代替 \hat{X}_H 与其他点构成新单纯形, 并转向(2). 否则转向(5).

(4) 如 $Y_H < Y_G$ [或更严一些, $(1 - \mu)Y_H + \mu Y_R < Y_L, \mu > 1$], 则说明 \hat{X}_R 较 \hat{X}_H 有明显改善, 这时可沿同一方向试探走得更远一点, 也即求扩张点

$$\hat{X}_E = (1 - \mu)\hat{X}_H + \mu\hat{X}_R \quad (16)$$

并计算 Y_E , 如 $Y_E < Y_R$, 说明扩张有效, 可取 \hat{X}_E 代替 \hat{X}_H 构成新单纯形, 否则仍用 \hat{X}_R 代替 \hat{X}_H . 然后转向(2).

(5) 如收缩无效, 就进行单纯形压缩: \hat{X}_L 点不动, 将 \hat{X}_L 与其他各点的距离缩短一半, 构成新的单纯形, 然后转向(1).

以上不论在哪一步, 得到一个新的单纯形就算完成了一次调优. 这样反复迭代, 直至满足收敛准则为止.

3. 收敛准则

由于目标函数 $y \geq 0$, 故通常的收敛准则

$$|Y_H - Y_L| < \epsilon |Y_L|$$

可写为

$$(Y_H - Y_L) < \epsilon Y_L \quad (17)$$

式中 ϵ 为预先给定的小正数. 上式表明单纯形相应的目标函数值中最大与最小者相差已很小, 无需进一步改进了. 这个准则并不完善, 特别在目标函数变化比较平坦的区域, 包括在极大值、鞍部等点附近, 迭代可能收敛, 得到错误的结果. 为此, 我们附加了另一项准则.

$$Y_L < a \quad (18)$$

即要求 Y_L 必须小于一个预先给定的正数 a .

ϵ 及 a 的确定方法如下:

调优结束时最优解为 Y_L , 单位权均方差为 σ_0^2 , 则有

$$Y_L = (n - m)\sigma_0^2 \quad (19)$$

σ_0^2 的均方差

$$M^2 = \sigma_0^2 \sqrt{\frac{2}{n - m}}$$

因此有 Y_L 的均方差

$$\sigma_{Y_L} = \sqrt{\frac{2}{n - m}}$$

取 $\epsilon Y_L = 2\sigma_{Y_L}$ 则有

$$\epsilon = 2 \sqrt{\frac{2}{n - m}} \quad (20)$$

从严要求, 取 $\epsilon Y_L = \sigma_{Y_L}$, 则

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2}{n-m}} \quad (21)$$

σ_0 为最优化计算求得单位权均方差. 在资料标准化时, 如取观测值 L_i 的权为 $p_i = 1/\sigma_i^2$ (σ_i 为观测均方差), 则相应的单位权的方差 $\sigma'_0 = 1$. 如数学模型能完善地表示实际的形变状态, σ_0 能准确地代表观测资料的精度, 那么 σ_0 应等于 σ'_0 , 事实上这是不可能的, σ_0 一般总是大于 σ'_0 . 作为估值, 可取 $\sigma_0 = 2\sigma'_0 = 2$, 这时有

$$a = 4(n-m) \quad (22)$$

σ_0 与 σ'_0 的比值越大, a 越大. 如达不到这项准则, 则表明模型的代表性差或资料的真实精度差, 这项准则是一个比较灵活的条件, 在迭代过程中, 根据具体情况可以及时修改.

4. 计算实施

初始值 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 的选择具有重大意义. $\hat{\mathbf{X}}_0$ 越精确, 迭代收敛就越快, 成果越理想. 否则不仅要花费大量计算机时, 而且可能得不到合理的结果. $\hat{\mathbf{X}}_0$ 可以根据震中区的大地测量资料以及其他地球物理资料来确定, 也可以在应用单纯形法前应用网格搜索法、坐标轮换法或随机试验法进行初步调优而得.

第一个单纯形可以初始值 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 为一个顶点, 其他的顶点为从 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 出发沿各参数相应的坐标轴取一定的增量 $\Delta\hat{\mathbf{X}}_i$ 而得, 即

$$\hat{\mathbf{X}}_i = \hat{\mathbf{X}}_0 + \Delta\hat{\mathbf{X}}_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (23)$$

$\Delta\hat{\mathbf{X}}_i$ 的大小可约为参数可能存在区间长度的 0.1 倍左右.

在计算过程中, 如某参数值越出了可行域, 则该参数取可行域边界上(闭域)或边界内近边界处(开域)的值.

在计算中, 若已满足第一准则, 但离第二准则尚远, 这说明进入了目标函数平坦区. 这时可将最后得到的最好点作为初始点 $\hat{\mathbf{X}}_0$, 重新开始, $\Delta\hat{\mathbf{X}}_i$ 可取大些, 使单纯性突破平坦区, 进入较好的区域. 如几经试验仍不奏效, 而且 Y_L 下降甚微, 则说明模型代表误差较大, 不可能用来精确拟合实测资料, 只好将第二准则放宽.

在计算中, 如第二准则已满足, 但离第一准则尚远, 这可能是单纯形边长太大所致. 这也可取最后得到的最好点为初始点 $\hat{\mathbf{X}}_0$, 重新开始, 但 $\Delta\hat{\mathbf{X}}_i$ 可取得小些. 如进一步计算发现 Y_L 仍有明显下降, 则说明准则二太宽, 模型与实测资料之间的拟合程度可以较预先估计的要好, 当然可以相应将准则二收紧.

迭代结束后可按间接微分法中的经典最小二乘法进行一次解算, 并进行 $\hat{\mathbf{X}}$ 及 \mathbf{L} 的精度估算. 解算结果还可作为迭代结果是否是最优解的校验. 计算方法在文献[5]及[7]中都有叙述, 不再赘述. 只是当法方程系数矩阵奇异时, 可以改求凯利逆为求 Moore-Penrose 广义逆.

四、目标函数的计算

为了计算目标函数 Y , 需要根据模型参数 $\hat{\mathbf{X}}$ 计算与观测值 \mathbf{L} 相应的理论值 $\varphi(\hat{\mathbf{X}})$, 并将系统标准化.

1. 原始观测值的应用

通常采用点位位移作为观测值 \mathbf{L} 。点位位移由大地控制网(三角网和水准网)平差计算得到,因此它们不是独立观测值。在按(6)式构成目标函数时应该考虑到它们之间的相关性。但众所周知,计算权矩阵 \mathbf{P} 是十分繁复的,而且当 \mathbf{P} 为非对角阵时进行最优化计算,特别是用间接微分法计算时,工作量将大为增加。文献[3]、[5]及[6]为了避免上述困难都简单地假设点位位移为独立观测值,取 \mathbf{P} 为对角阵,甚至为单位矩阵。显然这样做在理论上是不严密的。由于点位位移值彼此之间的相关性甚强,因此这种简化必然会对反演结果产生影响。

不论是三角网还是水准网的平差计算,都必须事先给定某些起算数据,并且由于点位是沿着一定的线路推算的,因此起算数据的误差以及某些观测值(特别是推算路线开始处)的大误差将造成整个控制网的歪扭(平移、旋转和缩放)。误差是系统积累的,势必导致反演结果的变坏。如何消除和削弱这种误差的影响,是应用点位位移值作为观测值时的又一个重要问题。应用广义逆平差法可以不预先假定起算数据^[10],但地震引起的位移场是否符合“最短解”的概念是值得怀疑的。文献[6]将实测位移的平差计算和断层参数的反演连系起来,用位移理论值来修正平差起算数据,反复进行平差和反演迭代,使问题有一定程度的改善。由于理论值与实际(真)值毕竟不同,因此也还不是一种彻底的解决办法。

本文采用外业原始观测值(角度、边长、高差、倾斜、应变等的变化值)作为观测值 \mathbf{L} 。由于它们是相互独立的,权矩阵 \mathbf{P} 是对角阵,并且不存在起算数据误差的影响和系统误差的积累问题,因此避免了上述困难而且在理论上是严密的。为此在构成目标函数 \mathbf{Y} 时必须根据模式计算出与这些观测值相应的理论值,而这是不困难的。

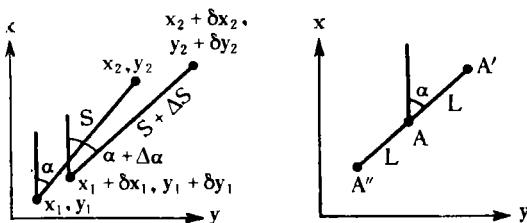


图 3

由图 3,根据点位位移的理论值可以计算边长变化及方位角变化的理论值 ΔS 、 $\Delta\alpha$ 。

$$\Delta S = \frac{(x_2 - x_1)}{S} (\delta x_2 - \delta x_1) + \frac{(y_2 - y_1)}{S} (\delta y_2 - \delta y_1) \quad (24)$$

$$\Delta\alpha = \frac{-(y_2 - y_1)}{S^2} (\delta x_2 - \delta x_1) + \frac{(x_2 - x_1)}{S^2} (\delta y_2 - \delta y_1) \quad (25)$$

式中 x_1, y_1, x_2, y_2 为两端点坐标, S 为边长,计算时采用近似值即可, $\delta x_1, \delta y_1, \delta x_2, \delta y_2$ 为两端点的形变位移理论值。角度的变化值 $\Delta\alpha$ 为相应边的方向变化值之差。

两点间高差变化 Δh 的理论值就是这两点垂直方向点位位移理论值之差。

为了求得 $A(x_i, y_i)$ 点处的沿 α 方向的应变变化和倾斜变化理论值 E_1, T_1 (图 3)可以先计算 $A'(x_i + l \cos \alpha, y_i + l \sin \alpha)$ 及 $A''(x_i - l \cos \alpha, y_i - l \sin \alpha)$ 两点处的理论位

移植 $\delta x_1, \delta y_1, \delta h_1$, 及 $\delta x_2, \delta y_2, \delta h_2$, 则有

$$E_1 \approx \frac{1}{21} [(\delta x_1 - \delta x_2) \cos \alpha + (\delta y_1 - \delta y_2) \sin \alpha] \quad (24)$$

$$T_1 \approx \frac{1}{21} (\delta h_1 - \delta h_2) \quad (27)$$

式中 1 为事先选择的一个小步长.

2. 资料标准化

地形变观测值类型繁多, 单位和量纲不一, 精度也不相同, 因此在计算目标函数前必须将资料标准化, 使它们归算为属于同一正态分布的随机变量.

由于采用了原始观测量, 因此标准化可按如下方式进行, 取

$$(\varphi(\hat{\mathbf{X}})_i - l_i)' = (\varphi(\hat{\mathbf{X}})_i - l_i) / \sigma_i$$

或记为

$$V'_i = V_i \cdot \sqrt{p_i} \quad (28)$$

式中 p_i 为 \mathbf{P} 中第 i 行的主对角线元素, 经标准化后应该有 $V' \sim N(0, 1)$, 这时目标函数

$$Y = \mathbf{V}'^T \mathbf{P} \mathbf{V}' = \mathbf{V}'^T \mathbf{V}' \quad (29)$$

Y 为一个无量纲的数. 单位权均方差 σ_0 可按(19)式计算, σ_0 应等于 1.

实际上, 由于残差的大小不仅取决于资料观测误差而且还取决于模型的代表误差(而后者在某些情况下, 特别是观测值精度较高时, 将占有相当大比重, 不可忽略), 因此根据各自观测精度进行标准化后的各类资料并不一定属于同一分布, 最后求得的 σ_0 也不等于 1.

我们将观测值按类型(边长、角度、高差等)分为若干组 ($i = 1, 2, \dots, S$), 在最优化计算结束后, 根据各自的残差 \mathbf{V}_i , 可按下列近似公式计算相应的单位权方差

$$\sigma_{0i}^2 = \mathbf{V}_i^T \mathbf{V}_i / n_i \quad (30)$$

n_i 为该组观测值个数, 如各类资料的权 p_i 选取是恰当的, 也就是说各种资料标准化后的残差属于同一分布 $N(0, 1)$, 那么应该有

$$\sigma_{0i} = \sigma_0 = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, S) \quad (31)$$

为了做到这点, 开始时可根据观测值的观测精度 σ_i 进行标准化, 在最优化计算结束时按(30)式和(19)式分别计算各类观测值的 σ_{0i} 及总的 σ_0 , 一般说来结果不会满足(31)式, 这时可取

$$\sigma'_i = \sigma_i \sigma_{0i}$$

用 σ'_i 代替 σ_i 重新进行资料标准化, 然后再次进行最优化计算. 这样反复进行直至满足(31)式为止.

考虑到收敛准则 2 的应用, 实际计算时取观测值中精度评定较为可靠的一个 σ_0 作为误差的标准, 将上式改为

$$\sigma'_i = \sigma_i \sigma_{0i} / \sigma_0 \quad (32)$$

这样最后只需满足

$$\sigma_{0i} = \sigma_0 \quad (i = 1, 2, \dots, S) \quad (33)$$

即可. σ_0 称为平均残差, 它反映了拟合质量的好坏, $\sigma_{0i} \cdot \sigma_i$ (σ_i 为最后一次标准化使用的

σ'_i) 则表示了第 i 类资料观测值与理论值的偏差均方值。

五、反演结果的可靠性检验

用大地测量资料反演地震参数的问题和其他地球物理反演问题一样，通常是不适用的。

方程 (2) 可改写为

$$U_g = A \mathbf{X}^T \quad (34)$$

式中 A 表示由 \mathbf{X}^T 计算 U_g 的积分算子。反演就是根据实测的带有误差的 U_g 来反求 \mathbf{X}^T 。设 A^{-1} 为 A 的逆算子，则有

$$\tilde{\mathbf{X}}^T = A^{-1} \tilde{U}_g \quad (35)$$

式中 \sim 表示实测。由于 A^{-1} 可能不连续(即使 A 连续)， \tilde{U}_g 可能不完全在 U_g 所在的空间内，或仅在其中的一个有限的子空间内，因此解 $\tilde{\mathbf{X}}^T$ 可能不存在，即使存在也可能与真实解 \mathbf{X}^T 相差甚远并且不具有稳定的特性。

本文采用的反演方法实际上是一种选择法，即对于某个预先给定的可能解 \mathbf{X}^T 按 (34) 式计算出相应的 U_g (这是正解过程)，然后在 \mathbf{X}^T 所在的集内选取使 $\|\tilde{U}_g - U_g\| = \min$ 的 \mathbf{X}^T 作为问题的解。这种解的唯一性和稳定性问题，和其他解法一样，从数学理论上并没有完全解决。尽管如此，人们还是广泛地应用反演方法寻求各种问题的答案，并通过一些方法对所得的结果进行检验、判断。事实证明，通过检验的答案，一般是可靠的，具有实用价值的。

由本文方法求得的反演结果可作为如下的一系列检验：

1. 用不同的数学方法检验其在某种尺度的邻域内的唯一性和稳定性。
 - (1) 利用格网搜索法，检查其在较大范围内是否为最优解。
 - (2) 利用不断变化的步长进行随机尝试，检查其在较小范围内是否为最优解。
 - (3) 利用间接微分法，以反演结果为初始值，再次反演，检查在其邻区内是否为最优解。
 - (4) 绘制目标函数在计算结果附近区域内的剖面图，检查解的稳定性。
2. 利用有关解的补充信息，判断其真实性和可靠性。反演是一个数学演算过程，但是它代表某个物理现象，因此解所提供的物理意义应该在这个物理现象所允许的范围之内，并且是相对合理的。具体来说，所求得的地震参数应在大量观察资料和统计分析所表明的可能存在的区间内，它应该与地震时地表显示的包括地形变在内的一系列地球物理和地震地质的实际表象相协调，并且与其他地球物理方法从各自不同的角度求得的结果并行不悖。

六、唐山地震震源参数的反演

1. 资料概况

唐山地区在 1976 年地震前后都进行过较大规模的水平和垂直控制网的测量，因此可

供反演应用的形变资料是相当丰富的。

根据形变资料^[12,13]可以判断, 地震断层的长度约为 120 公里, 地表沿断层的强烈形变区宽度约 60 公里, 所以反演时资料的取用范围大致为沿断层走向长 180 公里, 垂直断层走向宽 120 公里的地区, 具体来说, 位于昌黎至天津、遵化至柏各庄之间(图 4、5), 这相当于地震烈度的 VII ~ VIII 度地区。



图 4 唐山地区精密水准网分布图

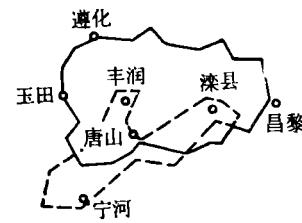


图 5 唐山地区水平形变网位置
(示意图实线为测角网;虚线为测边网)

根据 1960 年及 1977 年的两期三角测量资料, 可供对比的 II 等三角测量角度共有 128 个, 角度变化 ΔA 的观测误差为 $\pm 1.06 \sim 1.82$ 秒, 平均 1.48 秒。根据 1970 年及 1976 年的两期微波测边网资料, 可供对比的边长共 50 条, 边长变化 ΔS 的观测误差为 $\pm 6.7 \sim 22.9$ 厘米, 平均相对误差 $\Delta S/S$ 约为 7×10^{-6} 。垂直形变则采用了 1975 年及 1976 年所观测的一等水准网成果, 可供对比的有 281 个水准点间的 293 段高差, 高差变化 Δh 的观测误差为 $\pm 2 \sim 7$ 毫米。由于精密水准测量的精度很高, 反演中高差变化残差的大小主要取决于模型的代表性而不是观测误差, 因此在计算中我们将 Δh 视为等精度观测值。

为了避免主观因素对资料取舍的影响, 在应用上述形变资料时, 除了确有证据说明点位不稳(如遭到破坏的点)或观测过程中存在有影响成果质量的重大技术问题者外, 反演中使用了全部观测资料。

为了使资料标准化工作能顺利进行, 在正式计算前进行了试算, 最后确定以角度变化 ΔA 的观测误差为标准。正式计算时, 第一次标准化, 角度变化 ΔA 的 σ_i 取观测误差值, 边长变化 ΔS 的 σ_i 取 2 倍观测值误差, 而高差变化 Δh 的 σ_i 统一取 ± 30 毫米。

断层参数的初始值取试算中仅利用水平形变资料求得的结果, 具体数值见表 1。

表 1

参数	A (度)	θ (度)	L (公里)	d (公里)	D (公里)	ΔU_s (毫米)	ΔU_o (毫米)	S_1 (公里)	S_2 (公里)
初值	56.2	82.2	56.1	0.0	13.7	-2501	1124	387.0	602.0
终值	56.3	90.0	56.1	0.0	15.1	-2506	700	387.1	602.2

在迭代过程中进行了 σ_i 的调整, 最后结果为 ΔA 的 σ_i 取观测误差值, ΔS 的 σ_i 取 2.0 乘以观测误差值, Δh 取 ± 31 毫米。总的平均残差 σ_0 (以角度变化的观测误差为标准) 为 1.86, 由 ΔA 的残差计算的 σ_{0i} 为 1.83, 由 ΔS 计算的 σ_{0i} 为 1.86, 由 Δh 计算的 σ_{0i} 为 1.84,

表

	参 数		A (度)	θ (度)	$2L$ (公里)	d (公里)	D (公里)
1	结 果 来 源	形变资料图解	50~55	SE 近垂直	100~120		
2		本文结果	56	垂直	112	0	15
3		P 波资料	36	SE80	115		11
4		文献[11]	40		140		15
5		余震分布	50		110		
6		宏观考察	47	SE86		0	9
7		文献[5]	49	SE76	84	0	34

注: 3、4、6 中 D 为震源深度; 2、7 中震中位置为断层中点位置, 6 为极震区中心置; 3 中 A 为初始破裂值, 1、2、

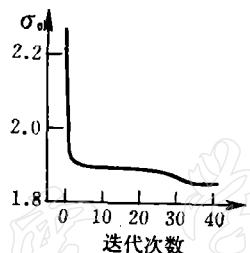


图 6

考虑到地壳并非均匀弹性体, 真实断层也不是规则的矩形平面, 断层面上各点的位错也非常常数, 因此可以认为这个结果是可取的。与此相应, ΔA 的残差均方值约为 ± 2.7 秒, ΔS 的残差均方值约为 ± 20.6 厘米, Δh 的残差均方值约为 ± 57 毫米。

断层参数的计算结果列于表 2。由此可以进一步计算这次地震的地震矩、应力降、应变降和释放能, 计算时取地壳的刚性系数为 3.3×10^{11} 达因/厘米²。

全部计算共迭代了 41 次, 主要使用了改进的单纯形法, 间或也应用了坐标轮换法, 收敛过程良好, 如图 6 所示, 迭代 31 次以后成果就保持稳定不变。迭代结束后, 按前述的方法进行了检验。第一个检验的各个项目都顺利通过, 结果理想。图 7 给出了 d 项检验结果, 绘制了目标函数 Y 在迭代终值点附近的形态。终值点位于所有“剖面图”中曲线的最低点, 说明成果是稳定的、可信的。为了进行第二个检验, 在表 2 中还列出了用其它资料和方法进行震源参数计算所得的结果。本文的结果与地形变资料、宏观考察资料所显示的地表位移和破坏现象是一致的, 与表列其他结果也相差不远。相对而言, 走向与余震分布较为接近; 断层面下界埋深的各种资料的结果相差较大, 本文结果为 P 波资料震源深度 1.4 倍。倾角与宏观考察及 P 波初动资料的结果相近; 断层长度、错距与地震波资料的结果相似; 地震矩较 P 波资料结果大, 较面波资料结果为小; 释放能量相当 7.7 级地震。考虑到各种方法本身的特点和资料的精度, 可以认为这些差异都是在误差范围之内。

陈运泰等^[5]利用唐山震区 1960~1976 年 18 个三角点的水平位移值和 1975~1976 年 163 个水准点的高程变化值, 应用间接微分法中的阻尼最小二乘法反演了唐山地震的断层参数, 其结果与地震波资料所得结果及本文的结果有所差别(表 2)。根据平均错距和地震距远大于地震波资料结果, 该文认为地震区的地壳内震前可能已经发生了无震滑

2

平均错距 (米)	最大错距 (米)	震中位置		$M_0 (10^{22})$ 达因·厘米	应力降(巴)	应变降 (10^{-3})	释放能 (10^{22} 尔格)
		φ (度)	λ (分)				
2.6	2.7	39 36.6	118 11.4	1.45	37	5.6	8.2
	1.4		118 11	1.24	12	1.8	8.9
	2.7		1.8				
4.6	1.7	39 35.8	118 11.7	4.3	29	4.3	37
		39 33.5	118 07.7				

5、6、7 为总体破裂值。

动——断层蠕动，无震滑动的规模比主震还要大一些。本文求得地震断层参数和地震距与地震波资料所得结果近似，说明地表形变主要是由地震所引起，出现大规模蠕滑的可能性不大。

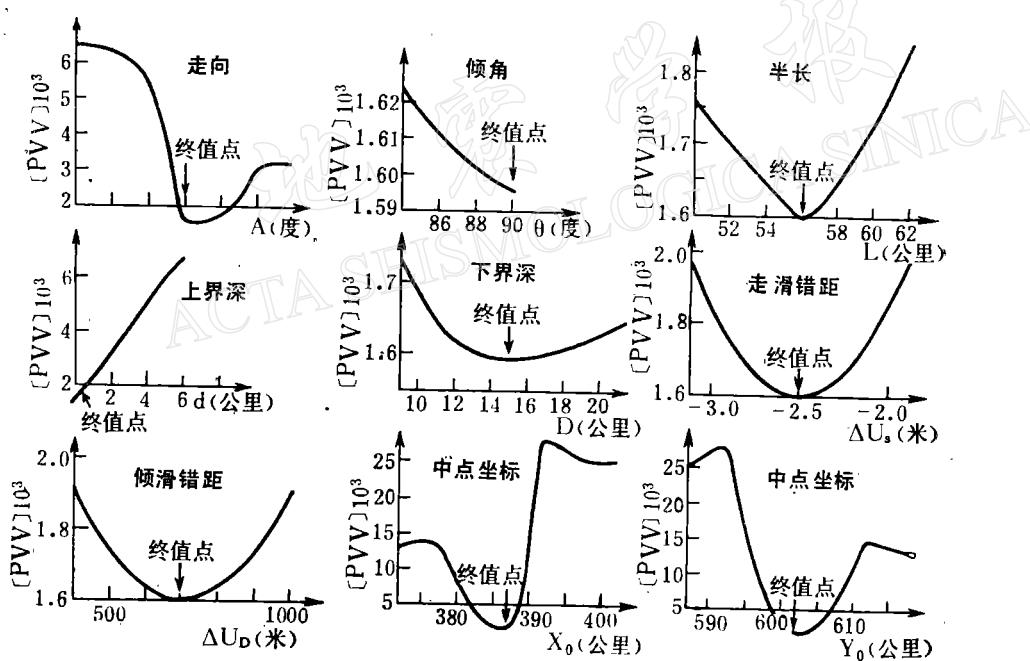


图 7

参考历年来的唐山地区大面积形变资料^[12,13]，可以知道，不论是水平形变(1960—1970年)或垂直形变(1954—1975年)，震前形变的规模都远较震时为小，其变化幅度要差一个数量级：震前震源区历年垂直形变累加量最大不超过30毫米，而水平形变的大小在观测误差的范围之内，趋势又与震时相反。震后的情况也是如此，1976—1979年的垂直形变资料和1976—1977年的水平形变资料都表明形变幅度远较震时为小，而且趋势上呈反向或无明显规律。这些情况说明，形变主要发生在地震时，至少震前1954—1975年以及震后1976—1979年期间地震断层出现大规模蠕滑的可能性不大。

从形变前兆现象来看：中期前兆都发生在震前1至2年，分布在震源区的外围地区，当时震源区正处于大面积形变的相对“平静”期。震源区及其附近的一些流动观测点中唯有宁河观测点在1976年5月，即震前2个月，观测到了明显的变化，这变化与后来地震时该点的变化方向相同。由于该点位于地震断层西南端点的附近，而其他位于震源区的一些流动点在直至震前一个月的观测中都未发现明显变化，因此宁河点的变化可以解释为断层端部在应力高度集中时产生的局部前兆蠕滑，并不能代表整个断层的活动状况。而地形变的临震前兆很不显著，所以很难提供震前发生过大规模蠕滑的证据。

总之，唐山地震之前局部地区可能出现断层的小规模蠕滑^[14]，震后也会有一个速率迅速衰减的蠕滑过程。但从现有的形变资料以及本文反演的结果来看，无震蠕滑的规模不会太大，不足以与主震相比。

参 考 文 献

- [1] L. Mansinha and D. E. Smylie The displacement fields of inclined faults, *Bull Seism. Soc. Am.*, **61**, 5, 1433—1440, 1971.
- [2] 陈运泰等，根据地面形变的观测研究1966年邢台地震的震源过程，*地球物理学报*, **18**, 3, 164—181, 1975。
- [3] M. Matsu'ura, Inversion of geodetic data. Part I. Mathematical formulation, *J. Phys. Earth*, **25**, 1, 69—90, 1977.
- [4] M. Matsu'ura, Inversion of geodetic data. Part II. Optimal model of conjugate fault system for the 1927 Tango earthquake, *J. Phys. Earth*, **25**, 3, 233—255, 1977.
- [5] 陈运泰等，用大地测量资料反演的1976年唐山地震的位错模式，*地球物理学报*, **22**, 3, 201—216, 1979。
- [6] 王椿镛等，用地形变资料测定通海地震的地震断层参数，*地球物理学报*, **21**, 3, 191—198, 1978。
- [7] 南京大学数学系计算数学专业，最优化方法，科学出版社，1978。
- [8] 中国科学院数学研究所运筹室优选法小组，优选法，科学出版社，1978。
- [9] 中国科学院沈阳计算技术研究所等，电子计算机常用算法，科学出版社，1976。
- [10] 张之立等，唐山地震的破裂过程及其力学分析，*地震学报*, **2**, 2, 1980。
- [11] R. Butler, G. S. Stewart, and H. Kanamori, The July 27, 1976 Tangshan, China earthquake—A complex sequence of in traplate events, Manuscript, 1977.
- [12] 张祖胜等，唐山7.8级地震的地壳垂直形变，*地球物理学报*, **24**, 2, 182—191, 1981。
- [13] A. H. 吉洪诺夫等，不适当问题的解法(中译本)，地质出版社，1979。
- [14] 张郢珍，唐山地震前地壳的异常隆起及无震蠕动，*地震学报*, **3**, 1, 11—22, 1981。
- [15] 吴开统等，唐山大地震及其前后的地震活动，*地震地质*, **3**, 1, 1981。

SOME PROBLEMS IN INVERSION OF SEISMIC SOURCE PARAMETERS FROM GEODETIC DATA

ZHANG ZUSHENG

(*Geodetic Brigade, State Seismological Bureau*)

Abstract

In this paper, the general theory of the source parameter inversion from geodetic data is considered to be consisted of modeling of the earthquake source, the realization of optimization and the utilization of the geodetic data. Mainly the latter two are studied in detail. A rigorous method of direct inversion from the original observation data (e.g. variations in length, angle, elevation difference, tilt and strain on the earth's surface) is put forward. The modified simple method accelerates the convergence of iteration. The convergence tests are given. The normalization of observation data according to sequential approximation guarantees that data of different observations are of the same normal distribution.

The source parameters of the 1976 Tangshan earthquake are inversed from geodetic data. The stability and reliability of the results are tested. The results show right lateral slip of 2.51 m and vertical slip of 0.70 m (southeast side down) on a fault plane which dips 90°. The strike, width and upper margin of the earthquake fault are N56°E, 112 km, 15 km and 0 km respectively. The middle point position of the fault is N39°36'6", E118°11'4". The seismic moment, stress drop and strain drop are 1.45×10^{27} dyne. cm, 37.2 bar and 5.6×10^{-5} respectively. This result is nearly the same as that deduced from seismic waves and other geophysical data observed during the earthquake. Therefore, it is concluded that there was rare possibility that fault creep, comparable with the faulting of the main shock, could have taken place both before and after the earthquake.