

文章编号: 0253-3782(2000)04-0377-08

三维瞬变电磁近似反演^{*}

杨长福 林长佑 陈军营 王书明 张世中

(中国兰州 730000 中国地震局兰州地震研究所)

摘要 根据烟圈理论, 将发射源在地球中感应的电流线看成是随时间向下扩散的烟圈, 称之为发射源象。将源象在地表的磁场和源附近测得的响应磁场相对比, 确定源象深度, 由此用三次样条插值法求出源象扩散速度, 并与均匀半空间中烟圈向下扩散的速度进行对比, 从而近似估算出随深度变化的电阻率。本文主要讨论圆形回线发射源情形, 编制出相应的近似反演程序, 并对一维层状理论模型和实测资料进行反演试验。

关键词 瞬变电磁 象深度 扩散速度 反演

中图分类号: P631.3⁺ 25

文献标识码: A

引言

在瞬变电磁法中, 均匀半空间和层状模型的正反演问题已得到较好的解决, 但对于更为复杂的二、三维模型, 其响应函数极为复杂, 并且计算代价也很昂贵。因此, 目前解决这种复杂模型的正反演解释是非常困难的。为简化起见, 我们根据烟圈理论(Nabighian, 1979), 将发射源在地球中感应的电流线看成是随时间向下扩散的烟圈, 称之为发射源象。若源象大小、形状及磁矩等看成与发射源完全一样, 则根据电磁场理论, 将源象在地表的磁场与源附近测得的响应磁场相对比, 就可确定源象深度。由此用三次样条插值法求出源象扩散速度。将此速度与电阻率相关联的均匀半空间中烟圈向下扩散的速度进行对比, 就可以近似地估算出随深度变化的电阻率(Eaton, Hohmann, 1989)。本研究只讨论圆形回线发射源情形。

1 视电阻率的计算

我们讨论均匀大地表面上水平圆回形源情形。设圆形回线源半径为 a , 回线中电流为 I_0 , 柱坐标系原点位于圆形回线中心, z 轴向下, 在频率域内有垂直磁场(方文藻等, 1993)

$$H_z = \frac{I_0}{k_1^2 a^3} [3 - (3 + 3k_1 a + k_1^2 a^2) e^{-k_1 a}] \quad (1)$$

其中, k_1 为均匀大地介质中的波数 $k_1^2 = -i\omega\mu\sigma$, σ 为电导率。瞬变电磁场是阶跃形式的波

* 中国煤田地质总局(原煤炭部国家Ⅱ类科研项目)资助课题。中国地震局兰州地震研究所科技论著号 LC2000027。1999-08-30 收到初稿, 2000-03-14 收到修改稿, 2000-03-20 决定采用。

或其它形式的脉冲电流激励大地所产生的过渡场。阶跃波由于简单实用，被广泛采用，可通过瞬时接通或断开直流电流而得到。

设在 $t=0$ 时刻断开电源，可得到如下阶跃函数：

$$I(t) = \begin{cases} I_0 & t < 0 \\ 0 & t \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

由富氏变换公式

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\omega)}{-i\omega} e^{-i\omega t} d\omega \quad (3)$$

式(1)经变换运算后得

$$H_z(t) = \frac{I_0}{2a} \left[1 - \left(1 - \frac{3}{u^2} \right) \phi(u) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{3}{u} \right) e^{-u^2/2} \right] \quad (4)$$

式中， $\phi(u)$ 为概率积分， $u = \sqrt{\mu\sigma/2t}$ 。通常，瞬变勘探解释的第 1 步是计算出作为时间函数的视电阻率曲线，由式(4)不可能直接得到 σ 。我们采用拟合迭代法，先给定电导率初值，计算出其产生的磁场，再根据计算结果修改电导率值与实测的垂直磁场值做比较。在允许的误差范围内，停止迭代，此时得到的电导率的倒数就是视电阻率。对不同的延迟时间，可得到不同的视电阻率，由此得到视电阻率随时间变化的曲线。

由于观测系统通常观测得到的数据是磁场对时间的偏导数值，而未直接给出磁场值。因此，我们必须根据这些偏导数值估算出观测磁场值。我们首先根据磁场偏导数值，用多项式拟合的方法，延拓出大于最迟延迟时间的磁场偏导数值，直到某延迟时刻的磁场偏导数值可忽略不计为止，再由公式(Nekut, 1987)

$$H_0 = \int_{-\infty}^{t_0} \frac{dH}{dt} dt \quad (5)$$

计算出所给出的最迟观测延迟时刻的磁场值 H_0 ，最后再由

$$H = H_0 + \int_{t_0}^t \frac{dH}{dt} dt \quad (6)$$

计算出观测时间范围内任意观测时刻的磁场值，这些值即可作为磁场值。

2 由勘探资料确定源象位置和穿透深度

我们讨论圆回形源发射情况。假设发射源铺设在地球的表面上，烟圈随时间不断向下扩散，提示我们计算瞬变电磁响应函数时，可以用一个位于某深度处的镜象电流环来代替。这就意味着对某个确定位置上的发射源，可由附近测得的响应磁场来确定象源位置，从而估算出作为深度函数的电阻率。对圆回形源象在地表轴线上的垂直磁场可由下式计算得到：

$$H_z = \frac{R^2 I}{2(R^2 + r_0^2)^{3/2}} \quad (7)$$

式中， I 为源象电流， R 为源象半径， r_0 为源象中心沿其轴线到地表的距离，即源象深度。

为了更精确地拟合层状模型和二、三维模型数据，本来需要更为复杂的源象，再根据源测量场和象场之间的差最小而确定源象深度。但对复杂地质模型，事先并不知道具体电性分布情况，因此很难确定具体的复杂源象；即使知道或近似确定了一个复杂的源象，则

描述源象性质的参数数目将会增多, 象场计算也将复杂化, 而使得象场拟合测量场很难实现。因此, 若描述源参数数目很少的话, 源场和象场之间拟合将会更为有效和更有可能成功, 而且可把源象电流和源象大小固定于与发射源一样, 即保持磁矩不变。一般地允许源象电流扩散并随时间变小不会改变象解。象深度就成为唯一一个延迟时间需要估算的参数 (Eaton, Hohmann, 1989)。另外, 引入源象的目的并不是为了确定一个真实的复杂源象, 而是为了确定一个等效于测量场的象场, 因此, 源象仅是为此目的而虚拟的一个等效电流环, 避免了通过复杂模型计算象场的复杂性, 而没有采取更复杂的源象。这样做对层状和二、三维模型是可行的。

在瞬变电磁法中, 定义 $t=t_i$ 时刻的穿透深度 $z(t_i)$ 为垂直磁场偏导数达到极大时的深度。对均匀半空间, $z(t_i)$ 为 (Spies, 1989)

$$z(t_i) = \sqrt{2t_i\rho_a/\mu} \quad (8)$$

按照上述假设和烟圈理论, 对均匀半空间, 在给定 $t=t_i$ 时刻可用一个电流线的场强代替(拟合)半空间在此时刻的磁场响应, 该电流线就是在 $t=t_i$ 时刻的象, 该源象所在位置就是源象深度, 可根据以下经验公式计算出源象深度(Eaton, Hohmann, 1989) :

$$z(t_i) = \alpha d(t_i) \quad d(t_i) = z(t_i)/\alpha \quad (9)$$

式中, d 为源象深度, α 与模型和延迟时间无关, 是由一维层状模型的响应函数所确定的经验参数, 通常取为 1.1。由式(9)知, 只要知道象深度就可算出穿透深度, 反之亦然。

由于我们所测得的响应函数是在一维层状介质或二、三维介质上得到的, 但计算 z 时用到的视电阻率 ρ_a 是由均匀半空间公式得到的, 因此, $d(t_i)$ 不能直接用为象深度, 须对它进行精确拟合。拟合办法是采用单源多接受器装置, 使象场拟合观测磁场就是使两者之差取极小(Eaton, Hohmann, 1989), 即

$$\Delta H = \sum_{j=1}^N |H_{sj}(t_i) - H_{sj}^i(t_i, d)| / N \quad (10)$$

取极小。式中, N 为接受器总个数, $H_{sj}(t_i)$ 表示在 t_i 时刻第 j 个接受器上观测到的垂直磁场, $H_{sj}^i(t_i, d)$ 表示源象在时刻 t_i 、深度 d 时第 j 个接受器位置上的垂直磁场。由式(8)计算出 t_i 时刻均匀半空间中的穿透深度 $z(t_i)$, 或由式(9)确定的象深度 $d(t_i)$ 作为初值, 则在各接收点分别算出该时刻象源产生的磁场。根据计算结果, 修改源象深度, 重新计算象场, 不断进行修改迭代, 使象场和实测结果之间的误差达到允许范围之内为止, 这样便可得到源象深度或穿透深度。对不同时刻, 可重复上述过程, 得到各时刻的穿透深度和象深度。

由上述分析可知, 尽管没有采用更复杂的源象, 但所确定的源象深度, 从其确定过程来讲, 不受介质非均匀性影响, 仅取决于发生源及观测磁场, 非均匀性仅体现在观测磁场里, 而和象深度不直接发生关系。因此, 象深度既体现了非均匀性的影响, 又避免了与非均匀性直接发生联系的复杂性, 从而使问题得到了简化。用如此确定的象深度去估算发生源下的电阻率, 可作为复杂模型的单点解释结果。

3 象速度、电阻率及勘探深度的确定

在各分离延迟时间, 得到了确定的源象位置之后, 下一步便是估算介质电阻率及对应的勘探深度。我们仅讨论圆回形源情况。先将源象深度按比例对应垂直磁场偏导数最大值

在地球中的位置(即穿透深度)，再通过计算穿透深度关于时间的偏导数求得象速度。地球中的电流烟圈的扩散速度直接取决于电阻率。我们通过对比独立估算的象速度与均匀半空间中对应的垂直磁场分量解析算出的速度来估算电阻率，最后重新标定勘探深度，以便估算出电阻率随深度的分布。

在均匀半空间情况下，对圆回形源，磁场偏导数最大值出现的深度(穿透深度)在 t 时刻的扩散速度(Raiche, Gallagher, 1985)

$$v = \frac{\gamma^{1/2}}{\sigma\mu a} \{ C_1 + (C_1^2 + 2)^{1/2} + [1 + C_1/(C_1^2 + 2)^{1/2}] \gamma C_2 \} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} C_1 &= 0.75 \sqrt{\pi} \left[1 - \gamma/4 - \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(2k-3)!!}{k! (k+1)!} (\gamma/2)^k \right] \\ C_2 &= 0.75 \sqrt{\pi} \left[1/2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)!!}{k! (k+2)!} (\gamma/2)^k \right] \\ \gamma &= \sigma\mu a^2 / 4t \end{aligned}$$

在式(11)中，若我们估算出速度 v ，便可用逐步迭代的拟合方法求得电阻率。在求得镜象位置后，可根据经验公式(9)，求得穿透深度 $z(t_i)$ ，再用三次样条函数插值法求得各延迟时间的扩散速度。若将此估算速度直接代入式(11)则难以求得电阻率值。我们采用拟合迭代法，先将视电阻率代入式(11)，算出一个速度值，再与三次样条插值速度进行对比，修改电阻率值，这样逐步迭代修改，直到满足拟合差为止。最后，根据经验公式(Eaton, Hohmann, 1989)

$$h_i = \beta z(t_i) = \alpha \beta d(t_i) \quad (12)$$

求得勘探深度。式(12)中， β 为经验常数。其确定方法与式(9)中的 α 一样，通常取 0.4。

4 程序编制与反演试验

我们根据以上所述方法设计出如下反演步骤：

(1) 由所观测时间范围内的磁场偏导数值，经多项式拟合，将其延拓至趋于零的某一时刻，并由延拓的磁场偏导数值和观测偏导数值积分求出观测时间内各延迟时刻的磁场，作为观测磁场值。

(2) 用拟合迭代方法，由各延迟时刻的观测磁场值，求得各延迟时间的视电阻率或视电导率值。

(3) 对某一延迟时刻，由视电导率值求得穿透深度，并求得均匀半空间中的象源深度，由此作为拟合真实模型的源象深度的初始拟合值。

(4) 由步骤(3)得到的象深度值作为初始迭代值，并不断修改象深度，直到拟合了观测磁场值，停止迭代，获得真实模型的象深度和穿透深度，并求得各延迟时刻的勘探深度。

(5) 根据真实模型的象深度或穿透深度，用三次样条插值法求得象速度，即烟圈的运动速度；再由视电阻率用公式(12)计算出理论象速度；两者进行对比，并不断修改视电阻率，直到视象速度拟合了象速度，停止迭代，即可获得该延迟时刻所对应勘探深度处的电阻率。

(6) 分别对各延迟时刻，重复步骤(3)～(5)，获得各延迟时刻所对应的勘探深度处的电阻率，终止反演。

我们根据以上步骤，设计出反演程序，并对几个一维理论层状模型进行了反演试验。图1是两个二层理论层状模型的反演结果；图2是两个三层理论模型的反演结果。可见，反演效果较好。

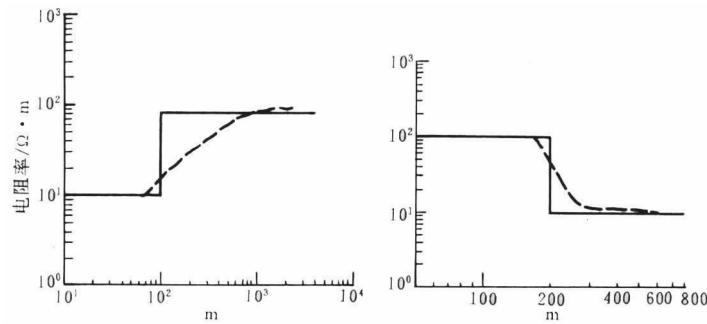


图1 二层模型反演结果。实线为理论模型，虚线为反演结果

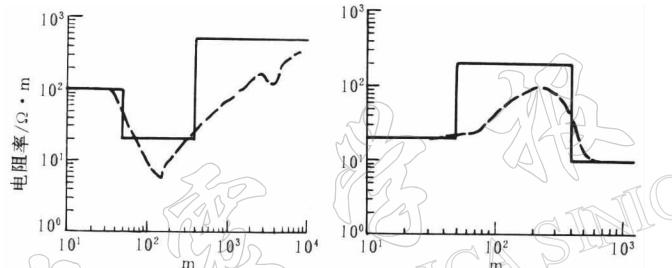


图2 三层模型反演结果。实线为理论模型，虚线为反演结果

在兰州附近某地，利用V5瞬变仪，采用 $100\text{ m} \times 100\text{ m}$ 的方形发射源线框沿一测线进行测量，测量装置平面图如图3所示。观测接收点沿过线框中心的测线分布。每次测量从线框中心测线左端20 m处开始，每10 m分布一个测点，测至80 m处，共7个测点；然后沿中心测线平行向移动线框3次，使其左端每次向右移70 m，如图3中虚线所示。每次用完全相同的方式观测，共计测点总数28个，从左至右依次排序为1, 2, 3, …, 28。本例因故去掉开始两个和最后一个测点，总计25个测点，即从40 m到280 m，每10 m一个测点，依次排序为1, 2, 3, …, 25。发射源线框电流为7.5 A，各观测数据点的延迟时间从 $0.1063 \times 10^{-3}\text{ s} \sim 0.8446 \times 10^{-2}\text{ s}$ 。每次数据采集时，保持装置参数不变。利用我们研究的晚期场瞬变电磁广义逆反演方法（林长佑等，1994），对这25个测点进行了反演解释。将该测线上所有测点的反演结果绘制成剖面图，如图4a, b所示。为直观起见，我们还将反演结果绘成电阻率随深度变化的立体图，如图5a, b所示。

由于我们的三维近似反演程序只适用于圆回形源，因此我们为了检验它，只能用方形线框中心的测点。因为在方形线框中心观测到的磁场可等效于相同面积的圆形发射源中心

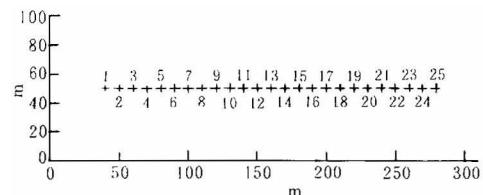


图3 发射线框及测点分布图。“+”号为测点位置，其上数字为测点号

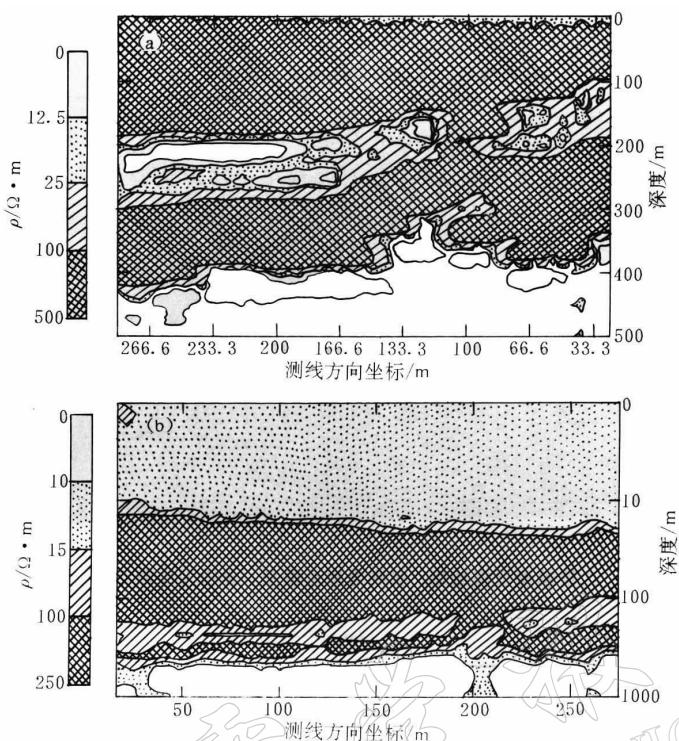


图 4 反演电阻率剖面图. (a) 深度用常规坐标; (b) 深度用对数坐标

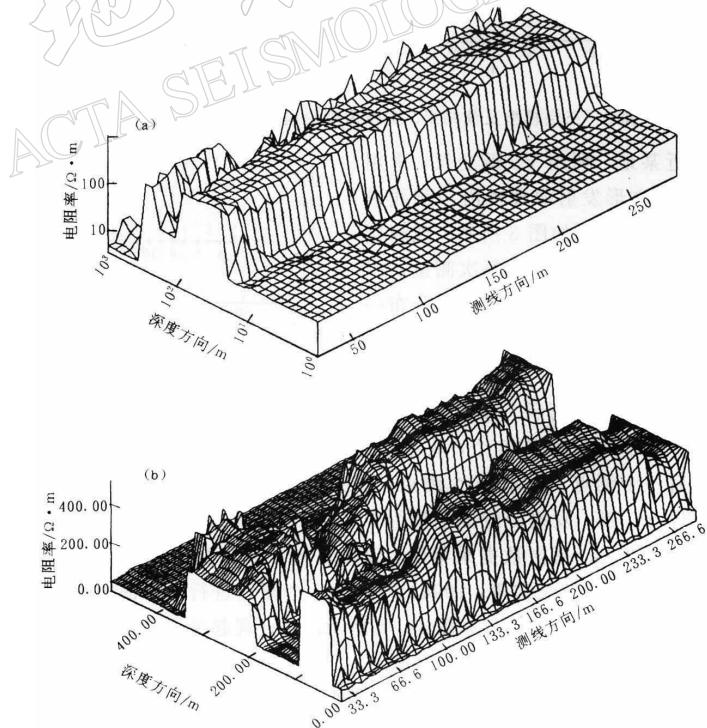


图 5 反演电阻率随深度分布立体图. (a) 深度用对数坐标; (b) 深度用常规坐标

观测到的磁场。因此，我们只要从 $\pi r^2 = a^2$ 出发，求出等效半径 $r = a\pi^{-1/2}$ ，则方形线框中心测点的反演，就可采用本文所述的方法。为此，我们对 3 个方形线框中心测点 2, 9 和 16 进行了反演，其反演结果与用一维广义逆反演法的反演结果对比见图 6。可见，两者反演结果基本一致，但因观测在晚期，本研究所用方法无法得到浅部反演结果。

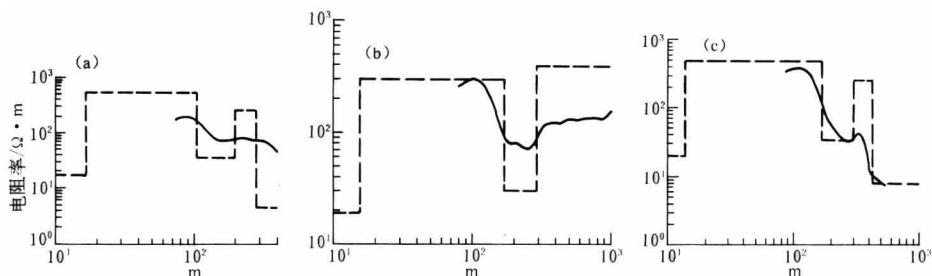


图 6 与广义逆反演结果的对比。虚线为广义逆反演结果，实线为本研究方法反演结果

(a) 测点 2; (b) 测点 9; (c) 测点 16

5 结论和讨论

本文针对圆形回线发射源情形，根据烟圈理论，将发射源在地球中感应的电流线看成是随时间向下扩散的源象，将源象在地表的磁场和源附近测得的响应磁场相对比，确定源象深度，由此用三次样条插值法求出源象扩散速度，并和均匀半空间中烟圈向下扩散的速度进行对比，从而近似估算出随深度变化的电阻率，并编制出相应的近似反演程序，并对一维层状模型和实测资料进行反演试验，效果良好。

这种反演方法的优点是反演速度快，一般不超过几分钟，在个人计算机上就可进行反演，因此可直接用于野外现场处理；另外，在反演中无须人为将模型初始化为有限的若干层，或猜测一个人为的初始模型，并且，对存在非均匀结构的情况下，对单点作反演解释时，把非均匀性影响直接考虑在观测磁场内，而实质上只作一维反演，从而避开了在反演过程中涉及到复杂的二、三维正演计算。这就使得本反演方法在存在二、三维非均匀构造的条件下，依然可以作近似反演。本反演方法的缺点是，在反演过程中不能事先提供具体的地电限制，而且只能靠观测到的瞬变响应直接作反演解释，这在已知某些地电信息的条件下，不能充分利用已知的地电信息作为反演约束；其次，由于非均匀性的影响，可能出现假极值现象；另外，在迟于或早于野外观测的各延迟时间相对应的解释深度处，不能获得相关的地电信息。因此，本反演方法只是一种近似的反演方法。尽管如此，本方法可以为瞬变勘探提供迅速的现场解释，并为进一步作更精确的多维反演提供合理的初始猜测模型。

本研究资料由铁道部第一勘测设计院物探公司提供。在此表示感谢。

参 考 文 献

- 方文藻, 李予国, 李貅. 1993. 瞬变电磁测深法原理[J]. 西安: 西北工业大学出版社, 15~18
 林长佑, 杨世荣, 叶剑湘. 1994. 瞬变电磁晚期场资料的一维反演[J]. 西北地震学报, 16(2): 71~78
 Eaton P A, Hohmann G W. 1989. A rapid inversion technique for transient electromagnetic soundings[J]. *Phys Earth Planet Inter.*, 53: 384~404

- Nekut A G. 1987. Direct inversion of time-domain electromagnetic data[J]. *Geophysics*, **52**(10): 1 431~1 435
- Nabighian M N. 1979. Quasi-static transient response of a conducting half-space —— an approximate representation[J]. *Geophysics*, **52**: 1 431~1 435
- Raiche A P, Gallagher R G. 1985. Apparent resistivity and diffusion velocity[J]. *Geophysics*, **50**(10): 1 628~1 633
- Spies B R. 1989. Depth of investigation in electromagnetic methods[J]. *Geophysics*, **54**: 872~888

3-D APPROXIMATE INVERSION FOR TRANSIENT ELECTROMAGNETIC SOUNDINGS

Yang Changfu Lin Changyou Chen Junying Wang Shuming Zhang Shizhong

(Earthquake Research Institute of Lanzhou, China Seismological Bureau, Lanzhou 730000, China)

Abstract: In this paper, based on the theories of smoke ring, current lines in the Earth, induced by transmitting source on the Earth's surface, are regarded of as downward moving and outward expanding current filaments which are called as images of transmitting source. By comparing the magnetic field of the current filaments with that measured near the source, we can determine the image depth which can be used for estimating the downward vertical velocity of the image by using a cubic spline interpolation method. Then the resistivities varying with depth can be approximately estimated through a comparison between the estimated velocity of the image and the downward diffusing velocity in a homogeneous half space. We discussed the case of a circular transmitting loop, and developed a corresponding approximate inversion program which has been tested for 1-D layered-Earth models and real data.

Key words: TEM; apparent resistivity; penetration depth; diffusion velocity