第12卷 第3期 地 震 学 报 Vol. 12, No. 3
1990年8月 ACTA SEISMOLOGICA SINICA Aug., 1990

旋转弹性椭球地球模型的固体潮理论值计算

吴 庆 鹏
(北京大学地球物理系)

摘 要

根据 Wahr 1981 年提出的理论，导出了计算旋转弹性地球模型的重力固体潮、地倾斜固体潮和地面应变固体潮的公式，并在此基础上编写出相应的计算程序. 为了显示旋转和扁度对地球模型的重力固体潮、地倾斜固体潮和地面应变固体潮的影响，计算了东经 120° 不同纬度处的旋转弹性椭球地球模型（1066A 模型）和 G-B 地球模型的重力固体潮、地倾斜固体潮和地面应变固体潮. 计算结果表明，旋转和扁度对重力固体潮、地倾斜固体潮和地面应变固体潮的最大幅度分别为 $1.4\times10^{-8}\mathrm{m/s^2}$、0.2ms 和 0.5×10^{-9}.

关键词 地球模型；地球的旋转和扁度；重力固体潮；地倾斜固体潮；地面应变固体潮

一、引 言

地球表面上观测到的重力固体潮、地倾斜固体潮和应变固体潮，主要由以下几部分组成[1]：(1) 地球整体对日、月起潮力的响应，其响应量决定于地球内部结构；(2) 地球对海潮负荷的响应，其响应量决定于海潮的大小、地球内部结构以及观测点相对海潮的位置；(3)地壳上地幔结构的横向不均匀性以及潜在震源区对日、月起潮力的响应[2]. 前两种响应构成固体潮观测总量的绝大部分，约占其百分之九十以上，选择适当的地球模型和海潮模型，可以从理论上计算出这两种因素在地面上任一点任一时间产生的固体潮值. 第三种因素产生的固体潮值很小，约占总量的百分之几，并且具有明显的时空变化特点. 这样，我们可以把地球模型对日、月起潮力的响应称为正常固体潮或固体潮理论值. 经海潮校正后的固体潮观测值，减去固体潮理论值所得的结果可称为固体潮异常. 随着重力仪、倾斜仪和伸缩仪观测精度的日益提高，研究固体潮异常的时空变化规律，及其与地壳上地幔结构和潜在震源区的关系，已成为当前固体潮研究的一项重要内容.

Wahr[1] 1981 年给出了计算无海洋旋转弹性地球模型对日、月起潮力响应的理论，该理论考虑了地球的旋转和扁度对固体潮的影响，这两种因素对固体潮的影响约占正常固体潮总量的1%左右. 因此，为了有效地提取固体潮异常信息，当要以 1% 或更高的精度计算固体潮理论值时，须考虑地球的旋转及其扁度的影响.

1988年3月17日收到本文初稿，1989年2月8日决定采用.

二、起潮力位

为了讨论问题方便，下面给出月、日在旋转椭球体面上任一点 $p(R,\theta,\lambda)$ 任一时间 t 产生的起潮力位 $V_M(p,t)$ 和 $V_s(p,t)$[3,4].

$$V_M(p,t)=\frac{GM}{r_m}\left(\frac{R}{r_m}\right)^2 P_2(\cos z_m)+\frac{GM}{r_m}\left(\frac{R}{r_m}\right)^3 P_3(\cos z_m) \tag{1}$$

$$V_S(p,t)=\frac{GS}{r_s}\left(\frac{R}{r_s}\right)^2 P_2(\cos z_s) \tag{2}$$

而

$$\frac{GM}{r_m}\left(\frac{R}{r_m}\right)^2 P_2(\cos z_m)=\left(\frac{R}{R_e}\right)^2\sum_{m=0}^{2}\tilde{P}_2^m(\cos\theta)C_{2,M}^m(t) \tag{3}$$

$$\frac{GS}{r_s}\left(\frac{R}{r_s}\right)^2 P_2(\cos z_s)=\left(\frac{R}{R_e}\right)^2\sum_{m=0}^{2}\tilde{P}_2^m(\cos\theta)C_{2,s}^m(t) \tag{4}$$

其中

M,S 为月、日的质量

G 为万有引力常数

$R(\theta)=R_e(1-f\cos^2\theta)$ 为 P 点至地心的距离

θ 为 P 点的地心余纬

λ 为 P 点的地心经度

r_m, r_s 为 t 时月、日到地心的瞬时距离

Z_m, Z_s 为 t 时月、日对 P 点的地心天顶距

$\cos Z_m=\cos\theta\sin\delta_m+\sin\theta\cos\delta_m\cos H_m$

$\cos Z_s=\cos\theta\sin\delta_s+\sin\theta\cos\delta_s\cos H_s$

δ_m, δ_s 为 t 时月、日的赤纬

H_m, H_s 为 t 时月、日对 p 点的时角

$$\tilde{P}_n^m(x)=(-1)^m\sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}\quad\frac{(n-m)!}{(n+m)!}}\,P_n^m(x)$$

$P_n^m(x)$ 为 x 的 n 阶 m 次蒂合勒让德多项式

$$C_{2,M}^0(t)=\frac{4\pi}{5}\frac{GM}{r_m}\left(\frac{R_e}{r_m}\right)^2\tilde{P}_2^0(\sin\delta_m)$$

$$C_{2,s}^0(t)=\frac{4\pi}{5}\frac{GS}{r_s}\left(\frac{R_e}{r_s}\right)^2\tilde{P}_2^0(\sin\delta_s)$$

$$C_{2,M}^m(t)=\frac{8\pi}{5}\frac{GM}{r_m}\left(\frac{R_e}{r_m}\right)^2\tilde{P}_2^m(\sin\delta_m)\cos mH_m \qquad m=1,2$$

$$C_{2,s}^m(t)=\frac{8\pi}{5}\frac{GS}{r_s}\left(\frac{R_e}{r_s}\right)^2\tilde{P}_2^m(\sin\delta_s)\cos mH_S \qquad m=1,2$$

$$\widetilde{C}_{2,M}^{m}(t)=\frac{\partial}{\partial H_m}\ C_{2,M}^{m}(t) \qquad m=1,2$$

$$\widetilde{C}_{2,S}^{m}(t)=\frac{\partial}{\partial H_S}\ C_{2,S}^{m}(t) \qquad m=1,2$$

三、旋转弹性椭球地球模型的固体潮

引入下列符号:

$\boldsymbol{x}$ 为旋转椭球表面上任一点 p 的拉格朗日坐标,原点位于地球的质心

$\boldsymbol{\Omega}$ 为地球的自转角速度

$\boldsymbol{n}_0(\boldsymbol{x})$ 为旋转椭球体面在 p 点的外单位法线矢量

$\boldsymbol{g}_0(\boldsymbol{x})$ 为 $\boldsymbol{x}$ 处的正常重力矢量

$\boldsymbol{g}_0(\boldsymbol{x})=-A_0(\boldsymbol{x})\boldsymbol{n}_0(\boldsymbol{x})$

$\boldsymbol{s}(\boldsymbol{x},t)$ 为日、月起潮力在 $\boldsymbol{x}$ 处 t 时引起的位移矢量

$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{x},t)=\boldsymbol{x}+\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x},t)$ $\boldsymbol{r}$ 为 $\boldsymbol{x}$ 处质点的欧拉坐标

$\boldsymbol{n}_g(\boldsymbol{r})$ 为 $\boldsymbol{r}$ 处重力矢量 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},t)$ 反方向的单位矢量

$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})=-A(\boldsymbol{r})\boldsymbol{n}_g(\boldsymbol{r})$

$\boldsymbol{n}_S(\boldsymbol{r})$ 为形变后椭球体表面 $\boldsymbol{r}$ 处的外单位法线矢量

$\boldsymbol{e}_\lambda(\boldsymbol{r})$ 为沿纬线方向的单位矢量

1. 重力固体潮 $\Delta g(\boldsymbol{x},t)$

(1) 定义 由于地球的潮汐变形,$\boldsymbol{x}$ 处的单位质点所承受的潮汐力 $\delta\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)$ 包括:日、月在 p 点产生的起潮力 $\nabla V(\boldsymbol{x},t)$;地球形变后密度重新分布在 p 点产生的引力变化 $\nabla V'(\boldsymbol{x},t)$;地表位移引起的重力变化 $\boldsymbol{S}\cdot\nabla\boldsymbol{g}_0(\boldsymbol{x})$;科里奥利力 $-2\boldsymbol{\Omega}\times\partial_t\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x},t)$;惯性离心力 $-\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{S})$ 以及惯性力 $-\partial_t^2\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x},t)$ 即

$$\delta\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)=\nabla(V+V')+\boldsymbol{S}\cdot\nabla\boldsymbol{g}_0-\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{S})-2\boldsymbol{\Omega}\times\partial_t\boldsymbol{S}-\partial_t^2\boldsymbol{S}$$

其中

$$V(\boldsymbol{x},t)=V_m(\boldsymbol{x},t)+V_s(\boldsymbol{x},t)$$

$\delta\boldsymbol{f}$ 在 $-\boldsymbol{n}_0(\boldsymbol{x})$ 上的投影称为可用重力仪观测到的重力固体潮 $\Delta g(\boldsymbol{x},t)$,即

$$\Delta g(\boldsymbol{x},t)=-\delta\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{n}_0$$

(2) 计算 $\Delta g(\boldsymbol{x},t)$ 的公式 根据 Wahr[1] 理论可导出

$$\Delta g(\boldsymbol{x},t)=-\frac{2}{R_0}\sum_{m=0}^{2}G_2^m(\theta)C_2^m(t)-3\delta_3\frac{GM}{r_m^4}R^2P_3(\cos z_m) \tag{5}$$

其中

R_0 为地球的平均半径

$C_2^m(t)=C_{2,M}^m(t)+C_{2,S}^m(t) \qquad m=0,1,2$

$G_2^0(\theta)=G_0^0\widetilde{P}_2^0(\cos\theta)+G_+^0\widetilde{P}_4^0(\cos\theta)+G_-^0\widetilde{P}_0^0(\cos\theta)$

$G_2^1(\theta)=G_0^1\widetilde{P}_2^1(\cos\theta)+G_+^1\widetilde{P}_4^1(\cos\theta)$

$G_2^2(\theta)=G_0^2\widetilde{P}_2^2(\cos\theta)+G_+^2\widetilde{P}_4^2(\cos\theta)$

$$\delta_3 = 1 + \frac{2}{3} h_3 - \frac{4}{3} k_3$$

h_3, k_3 为三阶勒甫数

G_0^m，G_+^m，$G_-^m(m=0,1,2)$ 为与地球模型内部结构有关的参数。

2. 地倾斜固体潮 $\xi(\boldsymbol{x},t)$，$\eta(\boldsymbol{x},t)$

(1) 定义　用 $\Delta(x,t) = \boldsymbol{n}_s(\boldsymbol{x},t) - \boldsymbol{n}_g(\boldsymbol{x},t)$ 表示形变后旋转椭球表面 $\boldsymbol{x}$ 处的外单位法线矢量 $\boldsymbol{n}_S(\boldsymbol{x},t)$ 与该点的瞬时重力矢量 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},t)$ 方向相反的单位矢量 $\boldsymbol{n}_g(\boldsymbol{x},t)$ 之间的夹角，此夹角称为 $\boldsymbol{x}$ 点的地面倾斜，地面倾斜 $\Delta(\boldsymbol{x},t)$ 是一矢量，它的南北分量 $\xi(\boldsymbol{x},t)$ 和东西分量 $\eta(\boldsymbol{x},t)$ 分别为

$$\xi(\boldsymbol{x},t) = \Delta \cdot (\boldsymbol{e}_\lambda \times \boldsymbol{n}_0)$$

$$\eta(\boldsymbol{x},t) = \Delta \cdot \boldsymbol{e}_\lambda$$

(2) 计算 $\xi(\boldsymbol{x},t)$ 和 $\eta(\boldsymbol{x},t)$ 的公式　根据 Wahr[1] 理论可导出

$$\xi(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{R_0 g_e} \sum_{m=0}^{2} A_2^m(\theta) C_2^m(t) + \gamma_3 \frac{GM}{r_m^4} R^2 \frac{\partial}{\partial\theta} P_3(\cos z_m) \tag{6}$$

$$\eta(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{R_0 g_e} \sum_{m=1}^{2} E_2^m(\theta) \widetilde{C}_2^m(t) - \gamma_3 \frac{GM}{r_m^4} \frac{R^2}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial H_m} P_3(\cos z_m) \tag{7}$$

其中

g_e 为赤道上的重力，约定等于 GE/R_e^2，E 为地球的质量

$$A_2^0(\theta) = T_0^{S0} \partial_\theta \widetilde{P}_2^0(\cos\theta) + T_1^{S0} \partial_\theta \widetilde{P}_4^0(\cos\theta)$$

$$A_2^1(\theta) = T_0^{S1} \partial_\theta \widetilde{P}_2^1(\cos\theta) + T_1^{S1} \partial_\theta \widetilde{P}_4^1(\cos\theta) + T_2^{S1} \frac{1}{\sin\theta} \widetilde{P}_3^1(\cos\theta) + T_3^{S1} \frac{1}{\sin\theta} \widetilde{P}_1^1(\cos\theta)$$

$$A_2^2(\theta) = T_0^{S2} \partial_\theta \widetilde{P}_2^2(\cos\theta) + T_1^{S2} \partial_\theta \widetilde{P}_4^2(\cos\theta) + T_2^{S2} \frac{1}{\sin\theta} \widetilde{P}_3^2(\cos\theta)$$

$$E_2^1(\theta) = T_0^{E1} \frac{1}{\sin\theta} \widetilde{P}_2^1(\cos\theta) + T_1^{E1} \partial_\theta \widetilde{P}_3^1(\cos\theta) + T_2^{E1} \partial_\theta \widetilde{P}_1^1(\cos\theta)$$

$$E_2^2(\theta) = T_0^{E2} \frac{2}{\sin\theta} \widetilde{P}_2^2(\cos\theta) + T_1^{E2} \partial_\theta \widetilde{P}_3^2(\cos\theta)$$

T_0^{Sm}，T_1^{Sm}，T_2^{Sm}，$T_3^{Sm}(m=0,1,2)$ 和 T_0^{Em}, T_1^{Em}，$T_2^{Em}(m=1,2)$ 为与地球模型内部结构有关的参数

$$\gamma_3 = 1 + k_3 - h_3$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta} P_3(\cos z_m) = \frac{3}{2} (5\cos^2 z_m - 3)(-\sin\theta \sin\delta_m + \cos\theta\cos\delta_m\cos H_m)$$

$$\frac{\partial}{\partial H_3} P_3(\cos z_m) = \frac{3}{2} (5\cos^2 z_m - 3)\sin z_m$$

3. 应变固体潮 $e_{\theta\theta}(\boldsymbol{x},t)$，$e_{\lambda\lambda}(\boldsymbol{x},t)$，$e_{\lambda\theta}(\boldsymbol{x},t)$

（1）定义　旋转椭球体面上坐标分别为 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_1$ 的相邻两质点之间的距离 L_0 为

$$L_0 = |\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_0|$$

沿 $\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_0$ 方向的单位矢量 $\boldsymbol{l}_0(\boldsymbol{x})$ 为

$$\boldsymbol{l}_0(\boldsymbol{x}) = \frac{\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_0}{L_0}$$

若 $\boldsymbol{l}_0(\boldsymbol{x})$ 与北方向按顺时间方向的夹角为 θ_S，则有

$$\boldsymbol{l}_0(\boldsymbol{x}) = \sin\theta_S \boldsymbol{e}_\lambda - \cos\theta_S(\boldsymbol{e}_\lambda \times \boldsymbol{n}_0) \tag{8}$$

在日、月起潮力的作用下，$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_1$ 处两质点的相应的位移矢量分别为 $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}, t)$ 和 $\boldsymbol{S}_1(\boldsymbol{x}, t)$，形变后这两点之间的距离 L 为

$$L = |(\boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{S}_1) - (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{S})|$$

定义 $\boldsymbol{x}$ 处沿 $\boldsymbol{l}_0(\boldsymbol{x})$ 方向的线应变 e_{θ_s} 为

$$e_{\theta_s} = \frac{L - L_0}{L_0}$$

即

$$e_{\theta_s} = \boldsymbol{l}_0(\boldsymbol{x}) \cdot \nabla \boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}, t) \cdot \boldsymbol{l}_0(\boldsymbol{x}) \tag{9}$$

在 $\boldsymbol{x}$ 处沿 $\boldsymbol{l}_0$ 方向安置的伸缩仪所观测的即此物理量。将(8)式代入(9)式，得

$$\begin{aligned}
e_{\theta_S} &= e_{\theta\theta}\cos^2\theta_S - e_{\lambda\theta}\sin\theta_S\cos\theta_S + e_{\lambda\lambda}\sin^2\theta_S \\
e_{\theta\theta} &= (\boldsymbol{e}_\lambda \times \boldsymbol{n}_0) \cdot \nabla \boldsymbol{S} \cdot (\boldsymbol{e}_\lambda \times \boldsymbol{n}_0) \\
e_{\lambda\theta} &= \boldsymbol{e}_\lambda \cdot \nabla \boldsymbol{S} \cdot (\boldsymbol{e}_\lambda \times \boldsymbol{n}_0) + (\boldsymbol{e}_\lambda \times \boldsymbol{n}_0) \cdot \nabla \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{e}_\lambda \\
e_{\lambda\lambda} &= \boldsymbol{e}_\lambda \cdot \nabla \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{e}_\lambda
\end{aligned}$$

（2）计算 $e_{\theta\theta}, e_{\lambda\lambda}$ 和 $e_{\lambda\theta}$ 的公式　根据 Wahr[1] 理论，可导出

$$\begin{aligned}
e_{\theta\theta}(\boldsymbol{x}, t) = {} & \frac{1}{Rg_e}\sum_{m=0}^{2} B_2^m(\theta)C_2^m(t) + \frac{GM}{r_m^4}\frac{R_0^2}{g_0}\Big\{(h_3 - 3l_3) \\
& \times \left(\frac{5}{2}\cos^3 z_m - \frac{3}{2}\cos z_m\right) - 3l_3\cos z_m \\
& + 15l_3\cos z_m(-\sin\theta\sin\delta_m + \cos\theta\cos\delta_m\cos H_m)^2\Big\}
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
e_{\lambda\lambda}(\boldsymbol{x}, t) = {} & \frac{1}{Rg_e}\sum_{m=0}^{2} D_2^m(\theta)C_2^m(t) + \frac{GM}{r_m^4}\frac{R_0^2}{g_0} \\
& \times \Big\{(h_3 - 3l_3)\left(\frac{5}{2}\cos^2 z_m - \frac{3}{2}\cos z_m\right) \\
& - 3l_3\cos z_m + 15l_3\cos z_m(\cos\delta_m\sin H_m)^2\Big\}
\end{aligned} \tag{11}$$

$$e_{\lambda\theta}(\boldsymbol{x}, t) = \frac{2}{Rg_e}\sum_{m=1}^{2} F_2^m(\theta)\widetilde{C}_2^m(t) + 30l_3\frac{GM}{r_m^4}\frac{R_0^2}{g_0}\sin\theta\cos z_m(\cos\delta_m\sin H_m)^2 \tag{12}$$

其中

$$B_2^0(\theta) = S_1^0\widetilde{P}_2^0(\cos\theta) + S_2^0\partial_\theta^2\widetilde{P}_2^0(\cos\theta) + S_3^0 P_2(\cos\theta)\partial_\theta^2\widetilde{P}_2^0(\cos\theta)$$

$$B_2^1(\theta) = S_1^1\tilde{P}_2^1(\cos\theta) + S_2^1\partial_\theta^2\tilde{P}_2^1(\cos\theta) + S_3^1P_2(\cos\theta)\partial_\theta^2\tilde{P}_2^1(\cos\theta)$$
$$B_2^2(\theta) = S_1^2\tilde{P}_2^2(\cos\theta) + S_2^2\partial_\theta^2\tilde{P}_2^2(\cos\theta) + S_3^2P_2(\cos\theta)\partial_\theta^2\tilde{P}_2^2(\cos\theta)$$
$$D_2^0(\theta) = S_1^0\tilde{P}_2^0(\cos\theta) - 3\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,[S_2^0 + S_3^0P_2(\cos\theta)]\cos^2\theta$$
$$D_2^1(\theta) = [S_1^1 - 2S_2^1 - S_3^1P_2(\cos\theta)]\tilde{P}_2^1(\cos\theta)$$
$$D_2^2(\theta) = S_1^2\tilde{P}_2^2(\cos\theta) - 6\sqrt{\frac{5}{96\pi}}\,(1+\sin^2\theta)[S_2^2 + S_3^2P_2(\cos\theta)]$$
$$F_2^1(\theta) = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{6\pi}}\,[S_2^1 + S_3^1P_2(\cos\theta)]\sin\theta$$
$$F_2^2(\theta) = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{6\pi}}\,[S_2^2 + S_3^2P_2(\cos\theta)]\cos\theta$$

S_1^m，S_2^m，$S_3^m(m=0,1,2)$ 为与地球模型内部结构有关的参数.

四、计 算 步 骤

根据文献[5]给出的方法，首先计算出月、日在瞬间 t 至地心的距离 r_m，r_s 以及它们的黄经 λ_m，λ_S 和黄纬 β_m，β_S，然后按下述坐标转换公式求出月、日的赤道坐标：赤经 α_m,α_S 和赤纬 δ_m,δ_S：

$$\begin{cases}\cos\delta_m\cos\alpha_m = \cos\beta_m\cos\lambda_m\\ \cos\delta_m\sin\alpha_m = \cos\beta_m\sin\lambda_m\cos\varepsilon - \sin\beta_m\sin\varepsilon\\ \sin\delta_m = \cos\beta_m\sin\delta_m\sin\varepsilon + \sin\beta_m\cos\varepsilon\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos\delta_S\cos\alpha_S = \cos\lambda_S\\ \cos\delta_S\sin\alpha_S = \sin\lambda_S\cos\varepsilon\\ \sin\delta_S = \sin\lambda_S\sin\varepsilon\end{cases}$$

$$\varepsilon = 23.^\circ43928 - 0.^\circ013014T + 0.^\circ00256\cos(1934^\circ T + 235^\circ)$$

其中

ε = 黄赤交角

T = 自 2000 年 1 月 1 日 0 时起算的儒略世纪数.

根据文献[5]将下述参数取为

$R_e = 6378160\text{m}$

$f = 0.00335281$

$R_0 = 6371031\text{m}$

$g_e = 9.798259\text{m}^2/\text{s}^2$　　$g_0 = 9.8202\text{m}/\text{s}^2$

$GE = 3.98602\times10^{14}\text{m}^3/\text{s}^2$

$GS = 1.327124\times10^{20}\text{m}^3/\text{s}^2$

$M/E = 1/81.30$

Wahr[1] 对 1066A 旋转椭球地球模型给出如下参数：

$G_0^0 = 1.155$　　$G_+^0 = -0.007$　　$G_-^0 = 0.005$

$G_0^1 = 1.152$ $G_+^1 = -0.006$——(加权平均值)

$G_0^2 = 1.160$ $G_+^2 = -0.005$

$T_0^{S0} = 0.689$ $T_1^{S0} = -0.001$

$T_0^{S1} = 0.690$ $T_1^{S1} = -0.001$ $T_2^{S1} = 0.001$ $T_3^{S1} = 0.004$——(加权平均值)

$T_0^{S2} = 0.692$ $T_1^{S2} = -0.001$ $T_2^{S2} = -0.001$

$T_0^{E1} = 0.690$ $T_1^{E1} = -0.001$ $T_2^{E1} = 0.002$——(加权平均值)

$T_0^{E2} = 0.689$ $T_1^{E2} = -0.002$

$S_1^0 = 0.606$ $S_2^0 = 0.084$ $S_3^0 = 0.001$

$S_1^1 = 0.604$ $S_2^1 = 0.084$ $S_3^1 = 0.001$——(加权平均值)

$S_1^2 = 0.609$ $S_2^2 = 0.085$ $S_3^2 = 0.001$

$h_3 = 0.291$ $l_3 = 0.0149$ $k_3 = 0.093$

将上述数值分别代入(5),(6),(7),(10),(11),(12)诸式即可计算出日、月在旋转椭球表面上任一点任一时间产生的重力固体潮 Δg，地倾斜固体潮 ξ,η 和应变固体潮 $e_{\theta\theta},e_{\lambda\lambda},e_{\lambda\theta}$。

五、计算结果与讨论

按上述方法我们计算出东经120°,纬度分别为0°,45°,90°处,北京时1987年1月1日0—7时考虑地球自转和扁度的1066A 地球模型的重力固体潮、地倾斜固体潮和应变固体潮，并将计算结果与不考虑地球自转和扁度的 G-B 地球模型的重力固体潮、地倾斜固体潮和应变固体潮的计算结果进行了对比,计算与对比结果如附录所示. G-B 地球模型的参数取为 $R_0 = 6371031\text{m}$, $g_0 = 9.8206\text{m/s}^2$, $h_2 = 0.6114$, $k_2 = 0.3040$, $l_2 = 0.0832$, $h_3 = 0.2891$, $k_3 = 0.0942$, $l_3 = 0.0145$.

从对比结果可以看出,地球的自转和扁度对重力固体潮、地倾斜固体潮和应变固体潮的影响分别为:

(1) 对重力固体潮的影响的量级最大可达 $1.4 \times 10^{-8}\text{m/s}^2$，在赤道上由于观测点至地心的距离变大，旋转椭球地球模型的重力固体潮的绝对值略大于 G-B 地球模型的重力固体潮,随着观测点向北移动,两者之间的差别变小,在 45° 处它们之间相差只有几个 nm/s^2，在北极由于地球的扁度观测点至地心的距离变小,旋转椭球地球模型的重力固体潮的绝对值略小于 G-B 地球模型的重力固体潮.

(2) 对地倾斜固体潮南北分量的影响的量级最大可达 0.2ms，两者之间的差别在赤道处最大,从赤道到北极,差别逐渐变小.

(3) 地球的旋转和扁度对地倾斜固体潮东西分量影响较小,最大量级可达 0.1ms，两者之间的差别与纬度关系不大.

(4) 对 $e_{\theta\theta}$ 的影响量级最大可达 0.5×10^{-9}，两种模型之间的差别在赤道处小，在 45° 处最大,随着观测点向北移动,差别逐渐变小.

(5) 对 $e_{\lambda\lambda}$ 的影响最大可达 0.5×10^{-9}，两种模型在 $e_{\lambda\lambda}$ 上的差别与纬度的关系不

大.

(6) 对 $e_{\lambda\theta}$ 的影响最大可达 0.5×10^{-9}，两种模型在 $e_{\lambda\theta}$ 上的差别在赤道处最小，随着纬度的增加,两者之间的差别逐渐变大.

由此可见，当计算理论地球模型的重力固体潮、地倾斜固体潮和应变固体潮时，若要求其精度分别达到 $1\times10^{-8}\mathrm{m/s^2}$，0.1ms 和 10^{-10}，则应考虑地球的旋转和扁度的影响.

作者在美国科罗拉多大学 CIRES 研究所访问期间对 J. C. Harrison 教授给予的帮助表示感谢.

本文系地震科学联合基金资助项目的部分内容.

附表　旋转弹性椭球地球模型(1)与球状不旋转弹性地球模型(2)在 $\lambda=120°$, $\varphi=0°, 45°, 90°$ 处 1987 年 1 月 1 日北京时 0—7 时的固体潮计算结果. 1. 1066A 地球模型，2.G-B 地球模型.

(a) 重力固体潮 Δg (单位: $10^{-8}\mathrm{m/s^2}$)

小　时	$\varphi=0°$		$\varphi=45°$		$\varphi=90°$	
	1	2	1	2	1	2
0	−150.3	−149.0	−178.1	−178.9	43.9	44.1
1	−149.9	−148.5	−177.5	−178.3	44.2	44.4
2	−118.0	−116.7	−153.5	−154.2	44.5	44.7
3	−62.8	−62.3	−110.5	−111.1	44.8	45.0
4	2.3	2.2	−56.3	−56.7	45.1	45.3
5	61.2	60.4	−0.2	−0.4	45.4	45.6
6	99.0	97.8	48.9	48.8	45.7	46.0
7	106.1	104.9	84.3	84.3	46.1	46.3

(b) 地倾斜固体潮南北分量 ξ (单位: ms)

小　时	$\varphi=0°$		$\varphi=45°$		$\varphi=90°$	
	1	2	1	2	1	2
0	−15.7	−15.8	12.1	12.0	16.1	16.2
1	−15.6	−15.8	12.1	11.9	16.1	16.2
2	−14.6	−14.8	10.1	10.0	15.0	15.1
3	−12.7	−12.9	6.7	6.6	13.0	13.1
4	−10.1	−10.2	2.6	2.6	10.2	10.3
5	−6.7	−6.8	−1.0	−1.0	6.7	6.8
6	−2.9	−3.0	−3.3	−3.3	2.9	2.9
7	1.0	1.0	−3.7	−3.6	−1.2	−1.2

(c) 地倾斜固体潮东西分量 η（单位：ms）

小时	$\varphi=0°$		$\varphi=45°$		$\varphi=90°$	
	1	2	1	2	1	2
0	−3.9	−4.0	−4.2	−4.2	−2.1	−2.1
1	4.2	4.2	4.3	4.3	2.0	2.0
2	11.2	11.3	12.0	12.1	5.9	6.0
3	15.5	15.6	17.5	17.6	9.6	9.6
4	15.9	16.0	19.8	19.9	12.5	12.5
5	12.4	12.5	18.9	19.0	14.6	14.7
6	5.7	5.8	15.1	15.1	15.8	15.8
7	−2.4	−2.3	9.5	9.6	16.0	16.0

(d) 应变固体潮南北分量 $e_{\theta\theta}$（单位：10^{-9}）

小时	$\varphi=0°$		$\varphi=45°$		$\varphi=90°$	
	1	2	1	2	1	2
0	25.8	25.8	29.2	29.6	2.7	2.2
1	25.7	25.8	29.1	29.5	2.6	2.1
2	19.4	19.5	23.8	24.2	0.1	−0.2
3	8.6	8.6	14.4	14.7	−4.2	−4.6
4	−4.1	−3.9	2.9	3.3	−9.3	−9.3
5	−15.5	−15.5	−8.2	−7.8	−13.8	−13.6
6	−22.7	−22.7	−16.9	−16.7	−16.7	−16.2
7	−24.0	−24.0	−21.6	−21.4	−17.2	−16.7

(e) 应变固体潮东西分量 $e_{\lambda\lambda}$（单位：10^{-9}）

小时	$\varphi=0°$		$\varphi=45°$		$\varphi=90°$	
	1	2	1	2	1	2
0	21.4	21.6	27.1	27.6	−16.7	−16.3
1	21.3	21.5	27.0	27.6	−16.7	−16.3
2	17.5	17.6	24.7	25.1	−14.3	−13.9
3	10.9	10.9	20.4	20.7	−10.1	−10.1
4	3.1	3.1	14.6	14.7	−5.2	−5.4
5	−3.9	−4.2	8.0	7.9	−0.7	−1.1
6	−8.3	−8.7	1.3	0.8	2.0	1.6
7	−9.0	−9.5	−5.1	−5.5	2.4	2.0

(f) 应变固体潮切应变分量 $e_{\lambda\theta}$（单位：10^{-9}）

小　时	$\varphi=0°$		$\varphi=45°$		$\varphi=90°$	
	1	2	1	2	1	2
0	−1.2	−1.2	0.8	0.8	2.5	2.3
1	1.2	1.1	−0.9	−0.9	2.6	−2.5
2	3.5	3.4	−2.3	−2.2	−6.9	−6.6
3	5.6	5.5	−2.6	−2.5	−9.5	−9.1
4	7.3	7.2	−1.6	−1.5	−9.7	−9.3
5	8.5	8.5	0.9	1.0	−7.5	−7.2
6	9.3	9.2	4.3	4.2	−3.4	−3.2
7	9.4	9.3	7.8	7.6	1.6	1.5

参　考　文　献

[1] Wahr, John M., 1981. Body tides on an elliptical,, rotating, elastic and oceanless earth. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **64**, 677—703.

[2] Beaumont, C. & Berger, J., 1974. Earthquake prediction: modification of the earth tide tilts and strains by dilatancy. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **39**, 111—121.

[3] Melchior, P., 1982. *The Tides of the Planet Earth*, 10—35. Pergamon Press, Oxford.

[4] Munk, W. H. & Cartwright, D. E., 1966. Tidal spectroscopy and prediction. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lodon, A*, **259**, 53—581.

[5] Tamura Yosiaki, 1982. A computer program for calculating the tide-generating force. *Publications of the ILO of Mizusawa*, **16**, 1, 1—20.

[6] Farrell, W. E., 1972. Deformation of the earth by surface loads. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **10**, 761—797.

CALCULATION OF THE THEORETICAL EARTH TIDES OF A ROTATING ELLIPTICAL ELASTIC EARTH MODEL

Wu Qingpeng

(Department of Geophysics, Peking University)

Abstract

According to the theory proposed by Wahr in 1981, detailed formulas for calculation of the gravity, tilt and strain tides have been derived for a rotating elliptical, elastic earth model and on the basis of these formulas a computer program has been compiled. In order to reveal the influences of the rotation and ellipticity of the Earth on the gravity, tilt and strain tides, these values have been calculated for an elliptical, rotating, elastic earth model (1066 A) and G-B earth model for longitude 120°E and different latitudes. The calculated results show that the maximum influences of rotation and ellipticity on gravity, tilt and strain tides are resplctively: 1.4×10^{-8} m/s^2, 0.2 ms and 0.5×10^{-9}.