

地震过程的燕尾型突变模型*

殷有泉 杜 静**

(中国北京 100871 北京大学力学系)

摘 要

考虑断层介质的损伤弱化和水致弱化效应, 提出一个断层地震的非线性力学模型. 将远场位移、渗水量和刚度比作为控制参数, 得到一个燕尾型的地震突变模型. 用这个模型研究了渗水、远场位移和刚度比等因素对地震孕育和发生的影响, 从整体上深化了对地震过程的认识.

关键词 损伤弱化; 水致弱化; 地震非稳定性; 燕尾型突变模型

前 言

地震过程是一种由渐变到突变的自然现象. 用突变理论的方法研究地震学问题为国内的一些学者所关注. 丁国瑜等(1979)很早就提出了将突变理论应用于地震预报的研究方向. 康仲远(1984)认为地震与地壳的失稳屈曲有关, 将岩层的水平力和垂直力作为控制变量, 用尖角型突变模型讨论了地震过程的某些现象. 殷有泉和郑顾团(1988)认为, 地震非稳定性是由于断层带的损伤弱化引起的, 将远场位移和刚度比作为控制参数, 讨论了断层地震的孕育和发生过程, 给出地震错距和能量释放的定量表达式. 后来, 郑顾团等(1990)又将上述模型稍加推广, 探讨了水的渗透作用对断层带破裂的影响. 然而, 他们采用的仍是两个控制变量的尖角型突变模型.

实际上, 在地震过程中孔隙水能够起两种作用: 首先是孔隙压的机械效应. 孔隙压的存在降低了岩石介质的有效应力, 使有效剪切强度降低; 另一方面是应力腐蚀的化学效应. 水的化学效应降低了断层充填物质的摩擦系数. Talwani 和 Acree(1985)认为, 孔隙压的机械效应控制了水库诱发地震的空间和时间分布, 而真正发动地震是受水的化学效应的影响, 应力腐蚀是水库诱发地震的重要因素. 目前的突变模型仅含少数控制参数, 还难于考虑地震的时空分布. 本文用突变方法研究水的应力腐蚀作用而导致的地震过程. 为此, 建立一个新的断层模型. 它不仅可以反映断层的损伤弱化和水致弱化(应力腐蚀)特性, 还使状态变量能够代表断层的错动变形, 进而将渗水量、远场位移、刚度比看作独立的 3 个控制参数, 建立了 3 个控制变量的燕尾型突变模型, 并用这个模型研究

* 国家自然科学基金资助项目.

** 现在地址: 中国北京 100044 北方交通大学土建系.

1993年3月4日收到初稿, 1994年4月9日决定采用.

了渗水对地震孕育和发生的影响,使采用突变理论方法研究地震学问题前进了一步。

1 断层的损伤弱化和水致弱化特性

断层带内介质与其它地质材料一样,在断层内应力达到一定大小时,才发生破坏。同时,断层两盘发生错动。开始发生错动的应力值称为断层的初始强度值。断层错动反映断层带内介质的非弹性变形。随着断层发生错动,断层带内介质发生损伤,断层的强度可随损伤的发展而部分地丧失。这种现象称为损伤弱化(用塑性力学术语,这种现象称为应变弱化或应变软化)。

断层介质大都含有一定程度的裂隙。地下深部岩石结晶水可能被析出,由于构造运动它们可以被掳入断层。地表水也可能渗入浅部断层。这些水对断层内充填介质的化学作用可导致断层强度部分丧失,称为水致弱化或渗水弱化。这种弱化现象,用断裂力学术语,称为应力腐蚀。

考虑上述的损伤弱化和水致弱化性质,断层本构关系的一般公式已经给出(殷有泉, 1990),这些关系曾广泛地应用于地震和岩石工程问题的有限元数值分析中。本文建立的地震非线性力学模型,是定性的或半定量的研究各种因素对地震过程的作用,这就需要对一般的本构关系进行简化,同时保留其本质上的强非线性特性。这种最简化的本构模型是用断层面内剪应力 τ 和断层错动 u 之间的一个非线性函数关系表示。在早期的工作中采用了负指数模型(殷有泉、郑顾团, 1988),它虽然能反映断层的强化和弱化的特性,但不能考虑初始强度。在最近的工作中(殷有泉、杜静, 1994),采用了一个改进的模型,即

$$\tau = f\left(\frac{u}{u_1}\right) = \tau_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{u_1}\right)^2\right] \quad (1)$$

其中, τ_0 是断层的初始剪切强度。在断层面内剪应力 $\tau < \tau_0$ 时,断层不会发生错动;仅当剪应力达到 τ_0 时,断层才开始错动。随着错距 u 的增大,层面内应力 τ 下降。这意味着公式(1)可以表示损伤弱化现象。 u_1 是 τ - u 曲线上拐点对应的 u 值。在 u_1 处,曲线(1)的斜率是

$$\left[\frac{d}{du}f\left(\frac{u}{u_1}\right)\right]_{u=u_1} = -\frac{\tau_0}{u_1} e^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

它的绝对值定义为断层的刚度

$$K_f = \frac{\tau_0}{u_1} e^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

为了反映水致弱化,我们引入一个假设的水致弱化函数

$$g(\zeta) = (1-R)(1-\zeta)^2 + R$$

式中,变量 ζ 代表含水量。 $g(\zeta)$ 是一个单调下降的函数。在干燥情况下, $\zeta=0$, $g(0)=1$;在饱和情况下, $\zeta=1$, $g(1)=R < 1$, R 是饱和时的强度分数。图 1 是石英质页岩强度随含水量变化的实验曲线。式(4)的函数形式是与这个曲线类比而提出的。这样,既考虑损伤弱化又考虑水致弱化,断层的本构关系可取为如下形式:

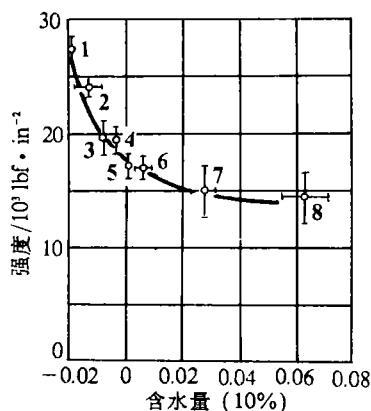


图 1 石英质页岩强度随含水量变化曲线(50%相对湿度作为零数据,

1 lbf/in² = 6.89 kPa)

1. 氯化钙干燥, 2. 相对湿度 5%, 3. 相对湿度 32.3%, 4. 相对湿度 45%, 5. 相对湿度 66%, 6. 相对湿度 79.5%, 7. 相对湿度 98%, 8. 浸入水中 (Vutukuri et al., 1974)

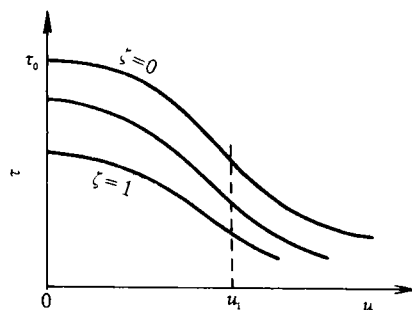


图 2 本构曲线(5)的示意图

$$\tau = f(u, \zeta) = \tau_0 g(\zeta) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{u}{u_1} \right)^2 \right] \quad (5)$$

在式(5)中, 取 $\zeta=0$, 对应于式(1), 即完全干燥时的本构方程. 随着含水量 ζ 的增加, 对不同的 ζ 值, 式(5)表示的曲线如图 2 所示. 不论 ζ 取何值, 曲线拐点的横坐标是相同的, 记为 u_1 . 随着 ζ 的增大, u_1 对应的曲线斜率, 就其绝对值而言, 是逐渐减小的.

2 地震过程的燕尾型突变模型

殷有泉和郑顾团(1988)提出的断层地震的非线性力学模型, 是一个直立走滑断层和围岩组成的系统(图 3). 设断层带宽度为 $2b$, 断层带距远场边界距离为 B . 在远场作用

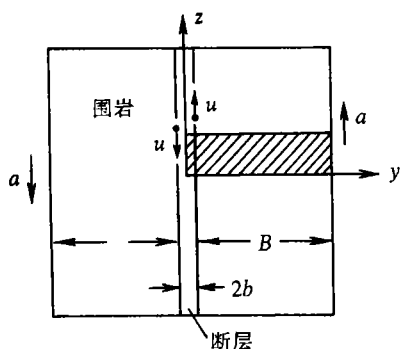


图 3 断层地震的一个简单模型

以切向位移 a 、法向力为零. 断层两盘的相对位移一半值 u 定义为状态变量, 用它代表断层的错动. 远场位移 a 从零开始逐渐增大, 直到地震发生, a 是一个控制参数. 断层具有损伤弱化和水致弱化性质, 本构关系由上节的式(5)给出. 设围岩是纯弹性的, 其剪切弹性模量用 G 表示. 设在断层内和围岩内的变形分别是均匀的, 我们可以取走向和深度均为单位长的一个条带(图 3 阴影线部分)来研究. 根据地震研究建立突变模型的一般方法(康仲远, 1984; 殷有泉、郑顾团, 1988), 首先写出断层围岩系统的总势能

$$V(u, \zeta) = \frac{G(a-u)^2}{2B} + \int_0^u \tau_0 g(\zeta) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{u}{u_1} \right)^2 \right] du \quad (6)$$

式中, 右端第一项是围岩的弹性势能, 第二项是断层的耗散能. 然后, 将总势能在 $u=0$ 处展成幂级数, 截取至 5 次项, 得

$$V = \frac{Ga^2}{2B} + u \left[-\frac{Ga}{B} + \tau_0 g(\zeta) \right] + u^2 \left(\frac{G}{2B} \right) + u^3 \left[\frac{-\tau_0 g(\zeta)}{6u_1^2} \right] + u^5 \left(\frac{\tau_0}{40u_1^4} \right) \quad (7)$$

引用无量纲的状态变量

$$x = \frac{u}{u_1} \quad (8)$$

和无量纲的控制变量

$$p = -4g(\zeta) \quad (9)$$

$$q = \frac{8\lambda}{e^{\frac{1}{2}}} \quad (10)$$

$$r = \frac{-8\lambda\xi}{e^{\frac{1}{2}}} + 8g(\zeta) \quad (11)$$

式(7)为

$$V = \frac{\tau_0 u_1}{8} \left(\frac{x^5}{5} + \frac{p}{3} x^3 + \frac{q}{2} x^2 + rx + s \right) \quad (12)$$

在式(9)~(11)中, $g(\zeta)$ 是由式(4)定义的水致弱化因子, λ 是围岩刚度与断层刚度之比, 简称刚度比

$$\lambda = K_s : K_f = \frac{G}{B} : \frac{\tau_0 e^{-\frac{1}{2}}}{u_1} \quad (13)$$

而 ξ 是远场位移 a 与 u_1 之比, 称为远场位移参数

$$\xi = \frac{a}{u_1} \quad (14)$$

由 $\frac{dV}{dx} = 0$, 可得平衡曲面

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0 \quad (15)$$

式(15)是燕尾型突变模型平衡曲面的标准形式. 而奇点集是在方程

$$4x^3 + 2px + q = 0 \quad (16)$$

成立条件下式(15)的一个子集. 由式(15)和(16)消去 x 得到分叉集的解析表达式是困难的. 可以用简单方法论证分叉集的几何图象, 如图 4a 所示, 它象一个燕子的尾巴. 在本文给出的地震突变标准形式中, $p < 0$, 在三维空间中, $p =$ 常数的平面与分叉集的截线如图 4b 所示. 用具有物理意义的控制

参数 ζ , λ , ξ 解析地表示分叉集则更是困难的. 因此, 我们用数值方法和计算机的绘图软件研究控制参数 ζ , λ 和 ξ 对地震过程的影响.

取断层裂系含水量 $\zeta = 10\%$, $R = 0.5$ 的情况, 不同的刚度比 λ 对应的状态变量 x 随

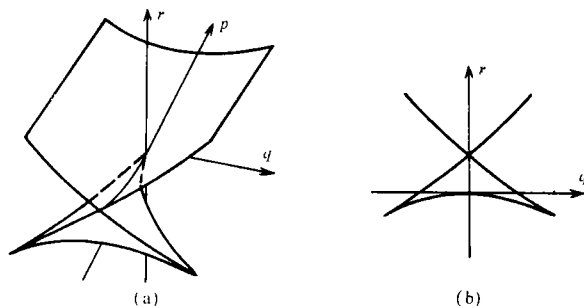


图 4 燕尾型突变的分叉集(a)和分叉集与平面 $p = \text{const}$ 的截线(b) (Saunders, 1980)

控制变量 ξ 变化的曲线如图 5 所示. 图中, 实线上的点为稳定的平衡状态, 虚线上的点为不稳定平衡状态. 随着 ξ 从零开始增加, 达到 ξ_0 时断层启动, 继续增加至 ξ^* 时(相应断层错动值 $u^* = x^* u_1$)发生突跳, 突跳的状态变量值为 Δx . 对不同的 λ 值, 具体的 ξ_0 , ξ^* , x^* 和 Δx 各值均列于表 1 之中. 从曲线和表中数据可看出, 随着刚度比的增加, 断层启动的远场位移值 ξ_0 和突跳时的远场位移 ξ^* 变小, 而稳定平衡的临界点值(即突跳时的错动值 x^*)变大. 随着刚度比的增大, 地震错距(用 $2\Delta x$ 表示)变小; 当刚度比大到一定程度(但还小于 1), 例如, $\lambda \geq 0.8$ 后, x 随 ξ 单调增加, 所有状态都是稳定的, 相当于无震滑动.

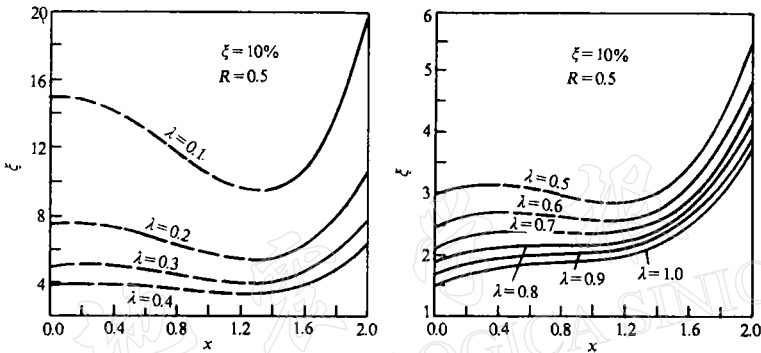


图 5 不同刚度比 λ 的 ξ - x 曲线

表 1 含水量 10% 断层的主要结果 ($R=0.5$)

刚 度 比	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
断层启动时 ξ_0 值	14.92	7.46	4.97	3.73	2.98	2.48	2.13	1.87	1.66	1.49
突跳时 ξ^* 值	14.95	7.53	5.08	3.86	3.16	2.70	2.37	无 突 跳		
突跳时 x^* 值	0.07	0.14	0.21	0.28	0.36	0.45	0.57			
x 的突跳值 Δx	1.76	1.62	1.46	1.30	1.11	0.89	0.58			

取断层围岩系统的刚度比 $\lambda=0.1$ 、饱和强度分数 $R=0.5$ 的情况, 不同含水量 ζ 对

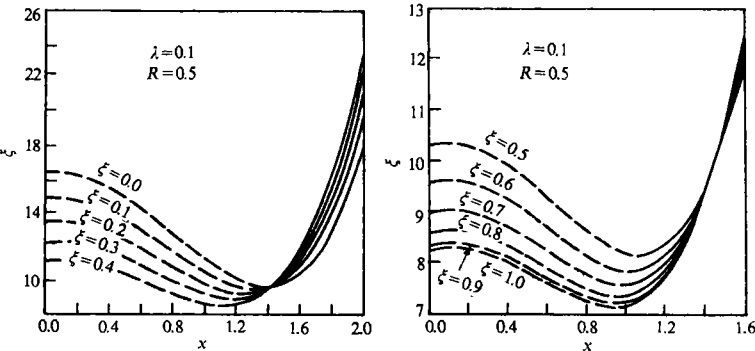


图 6 不同含水量 ζ 的 ξ - x 曲线

应的状态变量 x 随控制变量 ξ 变化的曲线如图 6 所示. 图中虚线对应于不稳定平衡状态. 具体的数值结果列于表 2 之中. 随着断层含水量的增加, 断层启动的 ξ_0 值降低了, 实现突跳时的远场 ξ^* 值降低了, 临界的 x^* 值增大了, 而突跳量 Δx 减小了.

表 2 不同含水量的主要结果 ($\lambda=0.1, R=0.5$)

含水量 ζ	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
断层启动时 ξ_0 值	16.48	14.92	13.52	12.28	11.22	10.30	9.56	8.99	8.57	8.33	8.24
突跳时 ξ^* 值	16.52	14.95	13.56	12.32	11.25	10.35	9.62	9.04	8.63	8.39	8.30
突跳时 x^* 值	0.06	0.07	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.11	0.12	0.12	0.12
x 的突跳值 Δx	1.88	1.76	1.66	1.56	1.46	1.38	1.30	1.24	1.19	1.16	1.16

对照表 1 和表 2 的结果, 看上去刚度比的增加和水的不断渗入引起 ξ_0 , ξ^* , x^* 和 Δx 各量变化的规律相似, 这是不难理解的. 事实上, 上面定义的刚度比 λ 是指围岩刚度 K_r 与不含水 ($\zeta=0$) 情况断层刚度 K_f 之比. 如果定义含水时的断层刚度为

$$K_f(\zeta) = \left| \left[\frac{\partial f(u, \zeta)}{\partial u} \right]_{u=u_1} \right| = g(\zeta) \cdot K_f \quad (17)$$

而相应的刚度比

$$\lambda(\zeta) = K_r : K_f(\zeta) = \frac{\lambda}{g(\zeta)} \quad (18)$$

随着水的渗入, ζ 增大, $g(\zeta)$ 值减小, $\lambda(\zeta)$ 增大. 因而 ζ 的增大, 相当于实际含水时的刚度比 $\lambda(\zeta)$ 增大.

在指定的刚度比 λ 的一个系统中, 由于水的渗入, 使断层的地震错距 (可用 $2\Delta x$ 表示) 减小, 从而使地震释放能量值减小, 而地震提前到来 (用 ξ^* 减小表示). 这些结论都是符合实际情况的, 也是与前人的结论 (郑顾团等, 1990) 相一致的.

3 小 结

本文给出一个能反映损伤弱化和水致弱化的断层本构模型, 建立了一个研究断层地震的燕尾型突变模型, 用计算机方法考察了渗水、远场位移和刚度比等因素对地震的影响, 得到一些定量的结果. 从本文结果可见, 用燕尾型突变模型研究地震不稳定性是有一定意义的. 然而, 由于模型过于简单, 仅有一个状态变量和 3 个控制变量, 对所得结果仅能从定性意义上得到一些启示.

参 考 文 献

- 丁国瑜、梅世蓉、马宗晋, 1979. 地震预报问题. 地震科学研究, 1: 1—8.
- 康仲远, 1984. 岩体准静态运动失稳的 CUSP 型突变模型. 地震学报, 6, 352—361.
- 殷有泉、郑顾团, 1988. 断层地震的尖角型突变模型. 地球物理学报, 31, 657—663.
- 殷有泉, 1990. 岩石系统的非稳定性, 塑性力学与地球动力学文集, 167—174. 北京大学出版社, 北京.
- 殷有泉、杜静, 1994. 对地震突变模型的讨论. 中国地震, 待发表.
- 郑顾团、殷有泉、康仲远、杨修信、王廷温、陈沉俊、刘光勋, 1990. 有渗透作用的断裂带破裂机理的研究. 科学通报, 35: 1167—1170.
- Saunders, P. T., 1980. *An Introduction to Catastrophe Theory*, 45—46. Cambridge University Press. 凌复华译, 1983.

突变理论入门, p. 51. 上海科学技术文献出版社, 上海.

Talwani, P. and Acree, St. , 1985. Pore pressure diffusion and the mechanism of reservoir-induced seismicity. *Pure Appl. Geophys.* , **122**, 947—965.

Vutukuri, V. S. , Lama, R. D. and Saluja, S. S. , 1974. *Handbook on Mechanical Properties of Rocks*, **1**, 52—53. Bag Village, Ohio, Trans. Tech. Publications.

地 震 学 报
ACTA SEISMOLOGICA SINICA