

地震过程的燕尾型突变模型*

殷有泉 杜 静**

(中国北京 100871 北京大学力学系)

摘要

考虑断层介质的损伤弱化和水致弱化效应, 提出一个断层地震的非线性力学模型。将远场位移、渗水量和刚度比作为控制参数, 得到一个燕尾型的地震突变模型。用这个模型研究了渗水、远场位移和刚度比等因素对地震孕育和发生的影响, 从整体上深化了对地震过程的认识。

关键词 损伤弱化; 水致弱化; 地震非稳定性; 燕尾型突变模型

前 言

地震过程是一种由渐变到突变的自然现象。用突变理论的方法研究地震学问题为国内的一些学者所关注。丁国瑜等(1979)很早就提出了将突变理论应用于地震预报的研究方向。康仲远(1984)认为地震与地壳的失稳屈曲有关, 将岩层的水平力和垂直力作为控制变量, 用尖角型突变模型讨论了地震过程的某些现象。殷有泉和郑顾团(1988)认为, 地震非稳定性是由于断层带的损伤弱化引起的, 将远场位移和刚度比作为控制参数, 讨论了断层地震的孕育和发生过程, 给出地震错距和能量释放的定量表达式。后来, 郑顾团等(1990)又将上述模型稍加推广, 探讨了水的渗透作用对断层带破裂的影响。然而, 他们采用的仍是两个控制变量的尖角型突变模型。

实际上, 在地震过程中孔隙水能够起两种作用: 首先是孔隙压的机械效应。孔隙压的存在降低了岩石介质的有效应力, 使有效剪切强度降低; 另一方面是应力腐蚀的化学效应。水的化学效应降低了断层充填物质的摩擦系数。Talwani 和 Acree(1985)认为, 孔隙压的机械效应控制了水库诱发地震的空间和时间分布, 而真正发动地震是受水的化学效应的影响, 应力腐蚀是水库诱发地震的重要因素。目前的突变模型仅含少数控制参数, 还难于考虑地震的时空分布。本文用突变方法研究水的应力腐蚀作用而导致的地震过程。为此, 建立一个新的断层模型。它不仅可以反映断层的损伤弱化和水致弱化(应力腐蚀)特性, 还使状态变量能够代表断层的错动变形, 进而将渗水量、远场位移、刚度比看作独立的3个控制参数, 建立了3个控制变量的燕尾型突变模型, 并用这个模型研究

* 国家自然科学基金资助项目。

** 现在地址: 中国北京 100044 北方交通大学土建系。

1993年3月4日收到初稿, 1994年4月9日决定采用。

了渗水对地震孕育和发生的影响, 使采用突变理论方法研究地震学问题前进了一步。

1 断层的损伤弱化和水致弱化特性

断层带内介质与其它地质材料一样, 在断层内应力达到一定大小时, 才发生破坏。同时, 断层两盘发生错动。开始发生错动的应力值称为断层的初始强度值。断层错动反映断层带内介质的非弹性变形。随着断层发生错动, 断层带内介质发生损伤, 断层的强度可随损伤的发展而部分地丧失。这种现象称为损伤弱化(用塑性力学术语, 这种现象称为应变弱化或应变软化)。

断层介质大都含有一定程度的裂隙。地下深部岩石结晶水可能被析出, 由于构造运动它们可以被携入断层。地表水也可能渗入浅部断层。这些水对断层内充填介质的化学作用可导致断层强度部分丧失, 称为水致弱化或渗水弱化。这种弱化现象, 用断裂力学术语, 称为应力腐蚀。

考虑上述的损伤弱化和水致弱化性质, 断层本构关系的一般公式已经给出(殷有泉, 1990), 这些关系曾广泛地应用于地震和岩石工程问题的有限元数值分析中。本文建立的地震非线性力学模型, 是定性的或半定量的研究各种因素对地震过程的作用, 这就需要对一般的本构关系进行简化, 同时保留其本质上的强非线性特性。这种最简化的本构模型是用断层面内剪应力 τ 和断层错动 u 之间的一个非线性函数关系表示。在早期的工作中采用了负指数模型(殷有泉、郑顾团, 1988), 它虽然能反映断层的强化和弱化的特性, 但不能考虑初始强度。在最近的工作中(殷有泉、杜静, 1994), 采用了一个改进的模型, 即

$$\tau = f\left(\frac{u}{u_1}\right) = \tau_0 \exp\left[-\frac{1}{2}(\frac{u}{u_1})^2\right] \quad (1)$$

其中, τ_0 是断层的初始剪切强度。在断层面内剪应力 $\tau < \tau_0$ 时, 断层不会发生错动; 仅当剪应力达到 τ_0 时, 断层才开始错动。随着错距 u 的增大, 层面内应力 τ 下降。这意味着公式(1)可以表示损伤弱化现象。 u_1 是 $\tau-u$ 曲线上拐点对应的 u 值。在 u_1 处, 曲线(1)的斜率是

$$\left[\frac{d}{du}f\left(\frac{u}{u_1}\right)\right]_{u=u_1} = -\frac{\tau_0}{u_1} e^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

它的绝对值定义为断层的刚度

$$K_f = \frac{\tau_0}{u_1} e^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

为了反映水致弱化, 我们引入一个假设的水致弱化函数

$$g(\zeta) = (1-R)(1-\zeta)^2 + R$$

式中, 变量 ζ 代表含水量。 $g(\zeta)$ 是一个单调下降的函数。在干燥情况下, $\zeta=0$, $g(0)=1$; 在饱和情况下, $\zeta=1$, $g(1)=R<1$, R 是饱和时的强度分数。图 1 是石英质页岩强度随含水量变化的实验曲线。式(4)的函数形式是与这个曲线类比而提出的。这样, 既考虑损伤弱化又考虑水致弱化, 断层的本构关系可取为如下形式:

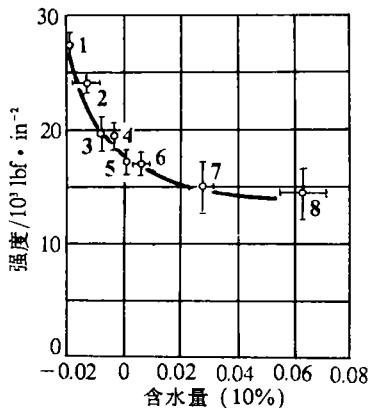


图 1 石英质页岩强度随含水量变化曲线(50% 相对湿度作为零数据,
 $1\text{lb}/\text{in}^2 = 6.89 \text{ kPa}$)
 1. 氯化钙干燥, 2. 相对湿度 5%, 3. 相对湿度 32.3%, 4. 相对湿度 45%, 5. 相对湿度 66%, 6. 相对湿度 79.5%, 7. 相对湿度 98%, 8. 浸入水中(Vutukuri
et al., 1974)

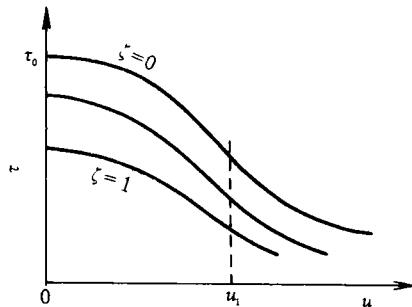


图 2 本构曲线(5)的示意图

$$\tau = f(u, \zeta) = \tau_0 g(\zeta) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{u}{u_1} \right)^2 \right] \quad (5)$$

在式(5)中, 取 $\zeta=0$, 对应于式(1), 即完全干燥时的本构方程。随着含水量 ζ 的增加, 对不同的 ζ 值, 式(5)表示的曲线如图 2 所示。不论 ζ 取何值, 曲线拐点的横坐标是相同的, 记为 u_1 。随着 ζ 的增大, u_1 对应的曲线斜率, 就其绝对值而言, 是逐渐减小的。

2 地震过程的燕尾型突变模型

殷有泉和郑顾团(1988)提出的断层地震的非线性力学模型, 是一个直立走滑断层和围岩组成的系统(图 3)。设断层带宽度为 $2b$, 断层带距远场边界距离为 B 。在远场作用

以切向位移 a 、法向力为零。断层两盘的相对位移一半值 u 定义为状态变量, 用它代表断层的错动。远场位移 a 从零开始逐渐增大, 直到地震发生, a 是一个控制参数。断层具有损伤弱化和水致弱化性质, 本构关系由上节的式(5)给出。设围岩是纯弹性的, 其剪切弹性模量用 G 表示。设在断层内和围岩内的变形分别是均匀的, 我们可以取走向和深度均为单位长的一个条带(图 3 阴影线部分)来研究。根据地震研究建立突变模型的一般方法(康仲远, 1984; 殷有泉、郑顾团, 1988), 首先写出断层围岩系统的总势能

$$V(u, \zeta) = \frac{G(a-u)^2}{2B} + \int_0^u \tau_0 g(\zeta) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{u}{u_1} \right)^2 \right] du \quad (6)$$

式中, 右端第一项是围岩的弹性势能, 第二项是断层的耗散能。然后, 将总势能在 $u=0$ 处展成幂级数, 截取至 5 次项, 得

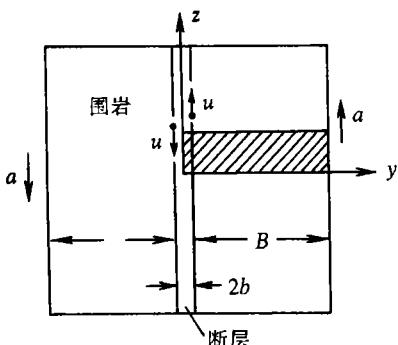


图 3 断层地震的一个简单模型

$$V = \frac{Ga^2}{2B} + u \left[-\frac{Ga}{B} + \tau_0 g(\xi) \right] + u^2 \left(\frac{G}{2B} \right) + u^3 \left[-\frac{\tau_0 g(\xi)}{6u_1^2} \right] + u^5 \left(\frac{\tau_0}{40u_1^4} \right) \quad (7)$$

引用无量纲的状态变量

$$x = \frac{u}{u_1} \quad (8)$$

和无量纲的控制变量

$$p = -4g(\xi) \quad (9)$$

$$q = \frac{8\lambda}{e^{\frac{1}{2}}} \quad (10)$$

$$r = \frac{-8\lambda\xi}{e^{\frac{1}{2}}} + 8g(\xi) \quad (11)$$

式(7)为

$$V = \frac{\tau_0 u_1}{8} \left(\frac{x^5}{5} + \frac{p}{3}x^3 + \frac{q}{2}x^2 + rx + s \right) \quad (12)$$

在式(9)–(11)中, $g(\xi)$ 是由式(4)定义的水致弱化因子, λ 是围岩刚度与断层刚度之比, 简称刚度比

$$\lambda = K_s : K_f = \frac{G}{B} : \frac{\tau_0 e^{-\frac{1}{2}}}{u_1} \quad (13)$$

而 ξ 是远场位移 a 与 u_1 之比, 称为远场位移参数

$$\xi = \frac{a}{u_1} \quad (14)$$

由 $\frac{dV}{dx} = 0$, 可得平衡曲面

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0 \quad (15)$$

式(15)是燕尾型突变模型平衡曲面的标准形式. 而奇点集是在方程

$$4x^3 + 2px + q = 0 \quad (16)$$

成立条件下式(15)的一个子集. 由式(15)和(16)消去 x 得到分叉集的解析表达式是困难的. 可以用简单方法论证分叉集的几何图象, 如图 4a 所示, 它象一个燕子的尾巴. 在本文给出的地震突变标准形式中, $p < 0$, 在三维空间中, $p =$ 常数的平面与分叉集的截线如图 4b 所示. 用具有物理意义的控制参数 ξ , λ , ξ 解析地表示分叉集则更是困难的. 因此, 我们用数值方法和计算机的绘图软件研究控制参数 ξ , λ 和 ξ 对地震过程的影响.

取断层裂系含水量 $\xi = 10\%$, $R = 0.5$ 的情况, 不同的刚度比 λ 对应的状态变量 x 随

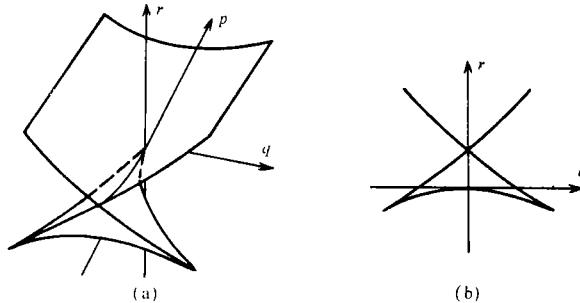
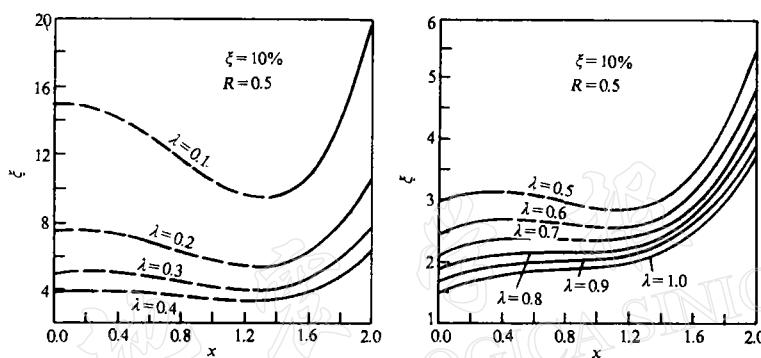


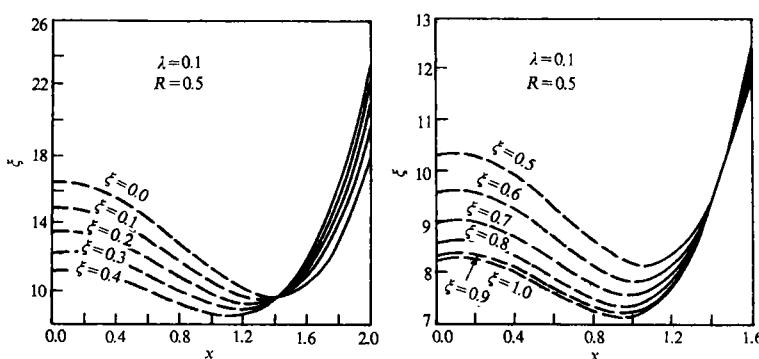
图 4 燕尾型突变的分叉集(a)和分叉集与平面
 $p=\text{const}$ 的截线(b)(Saunders, 1980)

控制变量 ξ 变化的曲线如图 5 所示。图中，实线上的点为稳定的平衡状态，虚线上的点为不稳定平衡状态。随着 ξ 从零开始增加，达到 ξ_0 时断层启动，继续增加至 ξ^* 时（相应断层错动值 $u^* = x^* u_1$ ）发生突跳，突跳的状态变量值为 Δx 。对不同的 λ 值，具体的 ξ_0 、 ξ^* 、 x^* 和 Δx 各值均列于表 1 之中。从曲线和表中数据可看出，随着刚度比的增加，断层启动的远场位移值 ξ_0 和突跳时的远场位移 ξ^* 变小，而稳定平衡的临界点值（即突跳时的错动值 x^* ）变大。随着刚度比的增大，地震错距（用 $2\Delta x$ 表示）变小；当刚度比大到一定程度（但还小于 1），例如， $\lambda \geq 0.8$ 后， x 随 ξ 单调增加，所有状态都是稳定的，相当于无震滑动。

图 5 不同刚度比 λ 的 ξ - x 曲线表 1 含水量 10% 断层的主要结果 ($R=0.5$)

刚 度 比	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
断层启动时 ξ_0 值	14.92	7.46	4.97	3.73	2.98	2.48	2.13	1.87	1.66	1.49
突跳时 ξ^* 值	14.95	7.53	5.08	3.86	3.16	2.70	2.37			
突跳时 x^* 值	0.07	0.14	0.21	0.28	0.36	0.45	0.57			
x 的突跳值 Δx	1.76	1.62	1.46	1.30	1.11	0.89	0.58			

取断层围岩系统的刚度比 $\lambda=0.1$ 、饱和强度分数 $R=0.5$ 的情况，不同含水量 ξ 对

图 6 不同含水量 ξ 的 ξ - x 曲线

应的状态变量 x 随控制变量 ξ 变化的曲线如图 6 所示。图中虚线对应于不稳定平衡状态。具体的数值结果列于表 2 之中。随着断层含水量的增加，断层启动的 ξ_0 值降低了，实现突跳时的远场 ξ^* 值降低了，临界的 x^* 值增大了，而突跳量 Δx 减小了。

表 2 不同含水量的主要结果 ($\lambda=0.1, R=0.5$)

含水量 ζ	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
断层启动时 ξ_0 值	16.48	14.92	13.52	12.28	11.22	10.30	9.56	8.99	8.57	8.33	8.24
突跳时 ξ^* 值	16.52	14.95	13.56	12.32	11.25	10.35	9.62	9.04	8.63	8.39	8.30
突跳时 x^* 值	0.06	0.07	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.11	0.12	0.12	0.12
x 的突跳值 Δx	1.88	1.76	1.66	1.56	1.46	1.38	1.30	1.24	1.19	1.16	1.16

对照表 1 和表 2 的结果，看上去刚度比的增加和水的不断渗入引起 ξ_0, ξ^*, x^* 和 Δx 各量变化的规律相似，这是不难理解的。事实上，上面定义的刚度比 λ 是指围岩刚度 K_s 与不含水 ($\zeta=0$) 情况断层刚度 K_f 之比。如果定义含水时的断层刚度为

$$K_f(\zeta) = \left| \left[\frac{\partial f(u, \zeta)}{\partial u} \right]_{u=u_1} \right| = g(\zeta) \cdot K_f \quad (17)$$

而相应的刚度比

$$\lambda(\zeta) = K_s : K_f(\zeta) = \frac{\lambda}{g(\zeta)} \quad (18)$$

随着水的渗入， ζ 增大， $g(\zeta)$ 值减小， $\lambda(\zeta)$ 增大。因而 ζ 的增大，相当于实际含水时的刚度比 $\lambda(\zeta)$ 增大。

在指定的刚度比 λ 的一个系统中，由于水的渗入，使断层的地震错距 (可用 $2\Delta x$ 表示) 减小，从而使地震释放能量值减小，而地震提前到来 (用 ξ^* 减小表示)。这些结论都是符合实际情况的，也是与前人的结论 (郑顾团等，1990) 相一致的。

3 小 结

本文给出一个能反映损伤弱化和水致弱化的断层本构模型，建立了一个研究断层地震的燕尾型突变模型，用计算机方法考察了渗水、远场位移和刚度比等因素对地震的影响，得到一些定量的结果。从本文结果可见，用燕尾型突变模型研究地震不稳定性是有一定意义的。然而，由于模型过于简单，仅有一个状态变量和 3 个控制变量，对所得结果仅能从定性意义上得到一些启示。

参 考 文 献

- 丁国瑜、梅世蓉、马宗晋，1979. 地震预报问题。地震科学，1：1—8。
- 康仲远，1984. 岩体准静态运动失稳的 CUSP 型突变模型。地震学报，6，352—361。
- 殷有泉、郑顾团，1988. 断层地震的尖角型突变模型。地球物理学报，31，657—663。
- 殷有泉，1990. 岩石系统的非稳定性，塑性力学与地球动力学文集，167—174. 北京大学出版社，北京。
- 殷有泉、杜静，1994. 对地震突变模型的讨论。中国地震，待发表。
- 郑顾团、殷有泉、康仲远、杨修信、王廷枢、陈沅俊、刘光勋，1990. 有渗透作用的断裂带破裂机理的研究。科学通报，35：1167—1170。
- Saunders, P. T., 1980. *An Introduction to Catastrophe Theory*, 45—46. Cambridge University Press. 凌复华译，1983.

- 突变理论入门, p. 51. 上海科学技术文献出版社, 上海.
- Talwani, P. and Acree, St., 1985. Pore pressure diffusion and the mechanism of reservoir-induced seismicity. *Pure Appl. Geophys.*, 122, 947–965.
- Vutukuri, V. S., Lama, R. D. and Saluja, S. S., 1974. *Handbook on Mechanical Properties of Rocks*, 1, 52–53. Bag Village, Ohio, Trans. Tech. Publications.

地震学报
ACTA SEISMOLOGICA SINICA