

基于“断裂串通”模式的地震 临界失稳概率的研究*

周仕勇^{1)*} 朱令人¹⁾ 王满达²⁾

1) 中国乌鲁木齐 830011 新疆维吾尔自治区地震局

2) 中国北京 100081 中国地震局地球物理研究所

摘要 应用重整化群思想及分形理论,对地震的层次特征进行了详细分析,根据“断裂串通”孕震模式构造了一个地震临界失稳模型,并推导了其重整化递推关系,对其临界失稳概率 P^* 进行了估算.

关键词 重整化关系 临界失稳概率 断裂串通

引言

地震发生在岩石圈,岩石圈无论在构造、相互作用以及演变等诸方面均具有层次结构.层次间又由界面分开,而界面的形状又具复杂结构和生长现象,这些又都影响其演变及层次间的相互作用.相近构造的相互作用、同一构造中不同层次构造单元的相互制约以及各种环境因子的突然变化等,都会影响地震孕育过程及至触发其发生.因此,对地震现象的研究,需要在扬弃传统力学研究的基础上注入新的学术观.

从宏观上看,地震是岩石中应力积累到一定限度时突然失稳的结果.因此,地震是一种典型的临界失稳现象.相变理论表明,在临界点附近系统将表现出一系列特殊的性质,如某些物理量趋于无穷,有很强的涨落和关联等.研究地震孕育过程的临界行为,无疑是判断地震过程是否已进入短临阶段、提取震源的短临信息以及实现短临预报的有效研究方向之一.

描述系统在趋向临界点时的行为,要有一套系统地处理临界点附近一些函数的方法,这种方法称之为标度理论.我们把某些函数在临界点附近的奇异部分,即受相变影响的部分用到达临界点的距离表示.随着系统与临界点的距离发生变化,函数将改变它的尺度,但不改变它们的函数形式.重整化群方法的基本思想(源于Kadanoff标度概念)是:在临界点的邻域,由于关联长度趋于无穷大,一切有限大小的微观特征尺度都被抹去,这时体系应具有某种尺度变换下的不变性.也就是说,在研究地震构造的临界行为时,可把初始选取的有相互作用的小单元,再改用由小单元组成的有相互作用的块体来代替,取各块体的平均作用并把它作为一个新基本单元使用.当系统趋向临界点时,相关长度愈来愈长,我

* 地震科学联合基金资助项目(950085).

1997-09-02 收到初稿,1998-03-15 收到修改稿,1998-04-30 决定采用.

** 中国地震局地球物理研究所博士生.

们把块体的大小也取得愈来愈大,并保证函数的形式不变,但这时函数是重新标度过的.利用这个图象,可寻找在临界点附近与临界相关长度有关的临界指数和临界指数间的关系.

近十多年来,重整化群理论有了迅速的发展,除用于研究平衡相变(静态临界现象)以外,已开始应用于非平衡相变(动态临界现象).Smalley 等(1985)率先将重整化群理论引入断层粘滑行为的研究中,杨毅(1989)、杨立明等(1994)、陆远忠等(1994)也在这方面开展了很好的工作.本研究在前人工作的启发下,用重整化群理论研究震源体能量积累—释放的突变过程,从中寻找表征震源体临界状态的判定参数.

1 地震层次结构与标度

一次大地震发生的前后过程,总要经历主震发生这一突变状态.这正是地震活动所代表的系统经历的临界状态,称做非平衡相变即动态临界现象.

根据裂缝串通理论(郭增建,秦保燕,1979),大震的孕育是在应力的积累过程中,由于介质的非均匀性,一些强度较小的部位先达到应力极限,从而产生一系列小破裂(小地震).在应力较小时这些小破裂是随机分布的,随着应力的进一步积累,这些小破裂取向逐渐变得有序,并朝有利于大破裂发展的方向集中在一个相对较窄的带内.在应力的逐步积累过程中,几个小破裂渐渐串通发展成较大的破裂(较大地震),尔后,几个较大破裂串通起来形成更高级破裂,如此……,直至整个震源体贯通——主震发生.由此可见,在主震的孕震过程中将伴随一系列中小地震的发生,强震分布显现出较强的层次性.著名的 Gutenberg-Richter 统计公式

$$\lg N = a - bM \quad (1)$$

有效地证实了这种层次分布的存在.式中, N 为震级大于 M 的地震的累积频度数; a, b 为常数因子.其中, a 表征研究区背景性地震活动水平, b 为研究区大小地震频次的比例因子.

前已指出,近临界点的物理量具有某种奇异性是一个普遍规律.在临界点邻域,某些量可以表成幂函数形式如公式(1).我们知道,齐次函数具有很特殊的性质(罗德,1978),若对于所有的参数 λ ,齐次函数 $F(x)$ 满足

$$F(\lambda x) = g(\lambda)F(x)$$

$F(x)$ 则是 x 的齐次函数.其中, $g(\lambda)$ 的形式可容易求得

$$g(\lambda) = \lambda^p \quad (2)$$

即

$$F(\lambda x) = \lambda^p F(x)$$

令 $\lambda = x^{-1}$,即

$$F(x) = F(1)x^p \quad (3)$$

可见,齐次函数 $F(x)$ 是 x 的幂函数.把它推广到多个变量的情形也是容易的.例如考虑两个变量的广义齐次函数 $f(x, y)$.则有

$$f(\lambda^p x, \lambda^q y) = \lambda f(x, y) \quad (4)$$

它由两个特定参数 p, q 表征.其中 p, q 不必相等,且可以是非整数.式(4)就是标度假设.从标度假设出发,利用热力学理论就可以将有关临界指数标度幂表示出,并导出与之相联系的标度律.

Kadanoff 提出标度交换后,还直接分析了关联函数和关联长度在标度交换下的变化形式(北京大学物理系《量子统计物理学》编写组,1987).对其中一些含糊不清的地方,在

Wolson 的重整化群理论中又得到了阐明. 主要思考方法是把系统分成许多大小相同的集团(图 1).

将正方点阵成正方形块体, 每个方块体的边长为 L_a (a 为点阵常数两格点之间的距离). 点阵常数可看成是岩石结构, 每个块体集团中又包含同样数目 L^d 个格点. 如果对集团内部的格点相互作用做某种“平均”, 使某一集团可以用相互作用来代表, 这时, 尺度交换的不变性表现为: 格点相互作用系统与集团作用系统等价. 如以 $F(x, y)$ 表示格点相互作用系统函数, $F(x_L, y_L)$ 表示集团相互作用系统所计算的同一函数, 有

$$F(x_L, y_L) = F(x, y) \quad (5)$$

若 $F(x, y)$ 表示为每一格点的函数, $F(x_L, y_L)$ 为每一集团的同一函数, 并注意到每一集团包含 L^d 个格点, 则由式(5)得

$$F(x_L, y_L) = L^d F(x, y) \quad (6)$$

前面论述了地震是一种系统临界失稳现象, 并指出在临界点附近系统具有一种特有的性质——标度不变性. 断层系统是由一系列不同层次大小的构造单元嵌套而成, 因而决定了断层系统中所发生的地震大小分布是分形的[式(1)], 断层系统中的破裂过程具有自组织性.

2 “断裂串通”发震模式及其重整化关系

根据“断裂串通”孕震模式, 构造应力作用下, 小裂隙逐渐形成. 随着构造应力的继续作用, 各裂隙之间还相互作用, 一定部位小裂隙的密度达到一定限度时, 小裂隙就会相互串通起来形成较高级的断裂. 在较高级断裂的密度达到一定的限度时, 它们也会串通起来形成更高级的断裂, 如此等等, 直到整个断层被串通, 整个震源体破裂. 由这一模式可以清楚地看到两点: ① 地震发生的强度具有层次结构. 大地震是一定数目的小地震串通推动的结果. 同样, 一定数目的大地震串通将推动更大地震的发生; ② 震源的破裂过程是构造应力作用下, 系统积累的应变能逼近破裂临界点, 从而导致次级破裂串通推动高级破裂发生, 最后导致破裂扩展, 整个孕震体失稳(图 2). 因此, 主震(整个震源体)的破裂失稳过程可抽象为一维 Kadanoff 集团结构.

如前所述, 在临界点的邻域, 由于关联长度趋于无穷大, 一切有限大小的微观特征长度的影响都被抹去, 这时体系应具有某种尺度变换的不变性. 我们设起始震级所对应的破裂面积为晶格常数 a , 将断层系按 $S_n = 10^n a$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) 形式分成若干个子区域, 子区域的数目 N 依不同的粗特征项目分别为

$$N = \frac{S}{10^n \cdot a} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

如果假设 Volan 的统计结果(Zbigniew, 1993)适应于我们研究的断层系, 即地震的震级与破裂面积有如下关系:

$$M_w = 4.56 + 0.86 \lg(A) \quad (8)$$

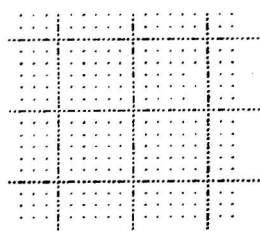


图 1 二维 Kadanoff 集团点阵

式中, A 为破裂面积, 单位为 km^2 , M_w 为矩震级.

根据 G. Okubo 等的研究, M_0 与 M_w 有关系(吴开统等, 1990)

$$\lg M_0 = 1.5M_w + 16.1 \quad (9)$$

式中, M_0 为地震矩. 代入式(1), 有

$$\lg N = c - d \lg(A) \quad (10)$$

式中, $d < 1$, 其与研究区 b 值有关; $b = 1$ 时, $d = 0.86$.

根据式(10)可看到, 破裂面积每减少 $1/10$, 破裂事件数目增大 10^d 倍. 为使递推关系简单起见

$$\text{令 } D = \text{Int}(10^d) - 1 \quad (11)$$

式中, Int 为取整符. Kadanoff 集团划分如图 2. 图 3 给出了 10 个元素构造的元胞的各种可能破裂情形.

根据方程(10)~(11), 这 10 个子元胞中若有不少于 D 个($D < 10$)破裂, 则可以为可推动该元胞中高一级层次的地震发生(亦即次元胞整体破裂); 如果 10 个这样的次级元胞有 D 个破裂就可推动更高一级地震的发生, 如此等等.

遗憾的是, 由于缺乏对发震机理的深入研究, 我们目前还没有从理论上或基于试验证据找到符合实际发震情况的 D 值.

作为一种指示性研究, 我们取 D

$= 5$, 则 10 个子元胞有 5 个以上破裂的概率.

$$P_1 = 252P_0^5(1 - P_0)^5 + 210P_0^6(1 - P_0)^4 + 120P_0^7(1 - P_0)^3 + 45P_0^8(1 - P_0)^2 + 10P_0^9(1 - P_0) + P_0^{10}$$

式中, P_0 为子元胞破裂的概率. 则有递推关系

$$P_{N+1} = 252P_n^5(1 - P_n)^5 + 210P_n^6(1 - P_n)^4 + 120P_n^7(1 - P_n)^3 + 45P_n^8(1 - P_n)^2 + 10P_n^9(1 - P_n) + P_n^{10} \quad (12)$$

式中, P_n 为第 n 级元胞破裂的概率; P_{n+1} 为第 $n+1$ 级元胞破裂的概率. 由式(12)易得到不动点方程

$$P = 252P^5(1 - P)^5 + 210P^6(1 - P)^4 + 120P^7(1 - P)^3 + 45P^8(1 - P)^2 + 10P^9(1 - P) + P^{10} \quad (13)$$

由式(13)得到 3 个不动点解 $P^* = 0, 1, 2, 0.42$. 显然 0, 1 是稳定点; $P^* = 0.42$ 是不稳定点, 当 $P_0 < 0.42$ 时, 几次迭代后, $P_n = 0$; $P_0 > 0.42$ 时, n 次迭代后, $P_n = 1$. 亦即当元胞的破裂概率大于 0.42 时, 就期望可能发生更高一级层次的地震. 注意, 这里计算的临界

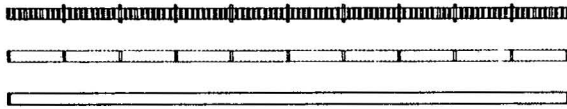


图 2 破裂单元构成层次示意图

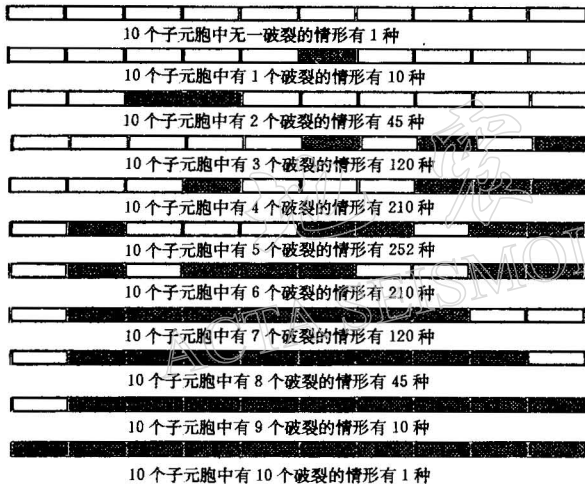


图 3 10 个元素构成元胞的各种破裂构形示例

概率 $P^* = 0.42$ 只考虑了元胞的破裂率不能低于 $D/10$, 而对破裂元胞的具体分布没作任何约束, 亦即这里计算的 P^* 是对推动更高级地震发生的临界概率的下限估计, 当 $P_0 > P^*$ 有可能发生更高地震, 当 $P_0 < P^*$ 不可能发生高一级地震. 且所抽象的模型与实际发震机理有一段距离. 因而此结果仅有指示意义.

3 讨论和结论

重整化群理论是求解临界问题的有力工具. 由于我们对地震的发震机理认识不够, 对断层的扩展失稳条件、次级断层的破裂对上级断层的影响不十分了解, 因此, 目前已有的各种用重整化群方法对地震临界失稳的研究所基于的变换模型与实际问题相关甚远. 模型稍有变动, 所推导出的失稳判据 P^* 就会有很大变化. 本研究从“断裂串通”孕震模型出发, 提出次级断裂推动上级断层失稳的必要条件是有 50% 的次级断裂破裂, 从而得到断层失稳的临界概率 P^* 的下限是 0.42. 所得结果仅有指示意义. 如果我们十分清楚推动上级断层失稳的次级断裂所需破裂图象, 用本研究的思想所推导的临界概率 P^* 方可作为地震短临预报的判据.

参 考 文 献

- 北京大学物理系《量子统计物理学》编写组, 1987. 量子统计物理学. 北京: 北京大学出版社. 305~416
- 郭增建, 秦保燕, 1979. 震源物理. 北京: 地震出版社. 12~19
- 陆远忠, 吕悦军; 郑月君, 1994. 强震孕育后期地震活动演化的定量表征. 中国地震, 10(增刊): 33~38
- 罗德 R (著); 秦裕琰 (译), 1978. 高等数学. 北京: 人民教育出版社. 417~423
- 吴开统, 焦远碧, 吕培苓, 等 (编著), 1992. 地震序列概论. 北京: 北京大学出版社. 75
- 杨毅, 1989. 重整化群方法在地震预报中的应用. 西北地震学报, 11(4): 1~9
- 杨立明, 郭大庆, 石特临, 1994. 基于非线性自激振动指数自回归模型与地震活动研究. 西北地震学报, 16(4): 20~24
- Smalley R F, Turcotte D L, Solla S A, 1985. A renormalization group approach to the stick-slip of faults. *J Geophys Res*, 90 (B3): 1984~1990
- Zbigniew C, 1993. A kinetic model of nucleation, propagation and Fusion of cracks. *J Phys Earth*, 41(1): 127~137