

华北长期地震活动的非稳定泊松模型*

张天中

(中国北京100081国家地震局地球物理研究所)

五六十年代,Aki, Knopoff 等分别对全球 和某些区域地震目录研究后发现:地震时间系列,即使在去掉余震后,仍不是泊松分布的(Knopoff, 1964). 当时这一结论的重要性在于:非随机的地震系列有希望对未来的地震危险给出一些有用的信息. 60年代末,概率分析方法开始应用于地震危险性分析,即使地震事件在时间上是随机分布的,危险性的分析也成为可能. 此后,一些研究者报告:在恰当地去掉余震后,主震系列是泊松分布的. 需要注意的是,一些判定稳定的泊松过程的判据,只是必要的,而不是充分的.

在工程地震危险性分析中,需要对区域地震活动的长期特征进行定量的描述,通常采用稳定的泊松模型. 该模型只需要年平均发生率一个参数,计算方便. 但实际的地震活动经常被发现随时间有显著的变化. 本文尝试将稳定的泊松模型一般化为非稳定的泊松模型,用以更真实地描述区域地震活动. 求取该模型的步骤如下:(1) 以大尺度的时间窗对区域地震目录进行滑动求和,以得到该地区地震活动的长期变化形态;(2) 根据其变化形态选择若干随时间变化的强度函数,用最大似然法求取有关参数;(3) 利用 AIC 参数选择最接近实际资料的模型. 下面以华北地区为例说明.

1 数据及其长期变化形态

本文利用华北地区的地震目录,选取1486至1985年500 a 间震级不小于4.7级的地震(不含前、余震)用于计算. 一般认为:该范围的目录是比较完整的. 其 $M-t$ 图见图1a.

为显示所研究地区的长期地震活动特征,本文采用大尺度的时间窗对地震发生的时间系列滑动求和. 这种平均光滑完全等价于对此时间系列进行低通滤波. 改变时间窗长度,相当于改变低通滤波器的频率特性,可以揭示不同频率范围(时间尺度)的地震活动性变化. 为了显示数以百年计的长期变化特征,本文采用50年长的时间窗对目录滑动平均,所得新的时间系列 $N_{50}(t)$ 见图1c 中实线所示. 显然可见,该地区的长期地震活动有着强烈的时间依赖性.

* 国家地震局地球物理研究所论著93A0090.
1992年10月15日收到本文初稿,1993年1月20日决定采用.

2 模型及其参数估计

对于非稳定的泊松模型, 在 t 时刻后的时间区间 T 内发生 n 次事件的概率为

$$P(n|t, T) = \frac{\lambda_T^n(t)}{n!} e^{-\lambda_T(t)} \quad (1)$$

其中, $\lambda_T(t) = \int_t^{t+T} \lambda(\tau) d\tau$, $\lambda(t)$ 为该模型的强度函数, 它表示了在 t 时刻发生事件的概率密度, 故又称发生率的分布密度。

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} [1 - P(0|t, T)] = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} [1 - e^{-\lambda_T(t)}] = \lambda(t) \quad (2)$$

采用不同的强度函数, 即可改变模型的分布特征。当 $\lambda(t)$ 为一常数时, 即为稳定的泊松模型。考虑到地震危险性分析等实际应用的需要, 我们假定 $\lambda(t)$ 为时间的周期函数, 根据上一节得到的数据变化形态, 下面对3种强度函数进行试验计算:

(1) 三角函数型的强度函数

$$\lambda(t) = \lambda_1 + \lambda_2 \cos \left[\frac{2\pi}{T} (t - T_0) \right] \quad (3)$$

其中, λ_1 为年平均发生率, λ_2 为周期变化项的振幅, T 为假设的周期, T_0 相应于初位相。其形式简单, 数学上可看作傅氏级数的前三项, 图形见图1b 的虚线所示。以此模型描述的地震活动在一个活动期里的分布是逐步增强, 到达顶峰后又逐步减弱的。为得到各参数值, 采用最大似然法。对泊松过程, 其似然函数为 (Vere-Jones, 1978)

$$L = \prod_{i=1}^n \lambda(t_i) e^{\lambda_{T_L}(t_i)} \quad (4)$$

其中, t_i 是各次地震发生的时刻, T_L 是所研究的整个时间区间。可以看出: 计算中直接利用各地震的发展时刻, 而不需要累加在某个时间段里地震发生的次数, 从而放宽了对数据量的要求, 故有时被称为最优推断法, 解非线性的似然方程组即可得到强度函数中各参数值, 列于表1。

(2) 图1c 显示地震活跃期和平静期并不一定具有相同的长度, 为此可选用如下修正的三角函数作为强度函数:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 \cos \left[\frac{2\pi}{T} (t - T_0) \right] & T_n - \frac{T}{2} \leq t \leq T_n + \frac{T}{2} \\ \lambda_1 - \lambda_2 & t \text{ 为其它时} \end{cases} \quad (5)$$

其中, $T_n = n(T + T_g) + T_0$, n 为整数, T_g 为假设的地震活动平静期的时间长度。该 $\lambda(t)$ 随时间的变化见图1b 的点划线所示, 各参数值用最大似然法求得后列入表1。

(3) 从选择谱分析方法的角度来讲, 我们不仅可以选择傅氏谱展开成三角级数, 也可选择沃希谱展开成方波。同时考虑到活跃期和平静期的时间的长度差, 这里选择如下的强度函数:

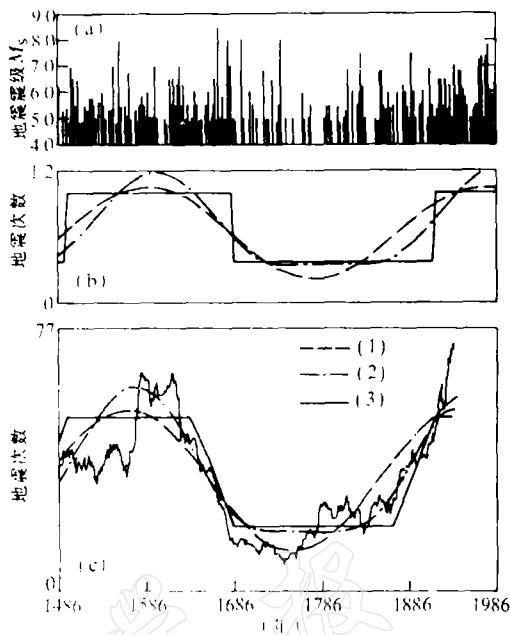


图1(a) 震级-时间分布图

图1(b) 三种强度函数图

图1(c) $N_{50}(t)$ 和 $\lambda_{50}(t)$ 的比较

表1 各强度函数的参数及 AIC 值

模型	λ_1	λ_2	T_0	T	T_g	AIC
$\lambda=c$	0.72					957
(1)	0.65	0.43	112	380		887
(2)	0.79	0.44	111	390	110	882
(3)	1.03	0.38	10	120	190	882

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_1 & T_0 + nT \leq t \leq T_0 + (n+1)T - T_s \\ \lambda_2 & t \text{ 为其它值} \end{cases} \quad (6)$$

其中, λ_1 和 λ_2 分别为地震活动期和平静期的年平均发生率, 图形见图1b 的点线所示, 各参数值见表1. 此模型所描述的地震活动在一个活动期或平静期里是完全随机的.

为对不同的强度函数所确定的模型进行比较, 可利用 AIC (Akaike Information Criterion), 其定义为 (Ogata, 1983)

$$AIC = -2\ln L_{\max} + 2n_p \quad (7)$$

其中, L_{\max} 为最大似然函数, n_p 为用最大似然法所求参数数目. 当 AIC 较小时, 模型对实际观测数据的符合较好.

表1中列出了上述3个模型的 AIC 值, 为了比较, 也列出了 $\lambda(t)$ 为常数时的 AIC 值. 可以看到: 和稳定的泊松模型相比, 非稳定的泊松模型明显地改善了对观测数据的符合程度, 而考虑了活动期和平静期的不同的时间长度, 其符合程度更好.

如(1)式所示, 地震危险性分析中经常要用到的是强度函数的积分值, 显然, 这一积分同样也是一次滑动平均或低通滤波. 为了比较, 图1c 中将 $N_{50}(t)$ 和3种 $\lambda_{50}(t)$ 绘在一起, 图中曲线(1)、(2)、(3)分别对应于上述3种模型的 $\lambda_{50}(t)$, 和稳定的泊松模型时的一水平直线(图中未画出)相比, 其接近程度大为改善. 需要注意的是, 这里的 $\lambda_{50}(t)$ 并不是从 $N_{50}(t)$ 的数据拟合得到的.

3 讨 论

本文主要出于实际应用的目的, 所假设的模型可直接用于地震危险性分析及相关的参数估计. 本文使用了500a 的地震目录, 而假定的 $\lambda(t)$ 的周期长达400a 左右, 无疑, 这种周期性假定包含着相当的主观因素. 另一种可能的假定是各地震期的时间分布也是成丛的而不是周期的. 可是对于求得这样的分布特征, 现有的资料就显得更短而几乎无能为力了. 本工作以华北地区为研究对象, 所用的方法原则上也可用于其它地区. 需要注意的是: 研究地震活动性随时间的变化时, 如何合理地选择空间范围是一个重要的问题. 空间范围过小, 随机影响太大, 难以得到有统计意义的结果; 空间范围过大, 会把不同的时间特性混杂在一起. 研究一定时间尺度的特点应和一定的空间尺度相配合, 与一定的地质和地球物理条件相联系.

时振梁、许忠淮和金严研究员阅读了本文原稿并提出了有益的建议, 在此深表谢意.

参 考 文 献

- Knopoff, L., 1964. Statistics of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **54**, 6, 1871–1873.
- Ogata, Y., 1983. Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure. *J. Phys. Earth*, **31**, 115–124.
- Vere-Jones, D., 1978. Earthquake prediction — a statistician's view. *J. Phys. Earth*, **26**, 129–146.