

工程结构能量系统中地震损耗能量的分形与混沌现象*

崔玉红¹⁾ 聂永安²⁾ 严宗达¹⁾ 吴国有²⁾

1) 中国天津 300072 天津大学力学系

2) 中国天津 300201 天津市地震局

摘要 旨在探讨工程结构中出现的分形与混沌现象,即探讨工程结构能量系统中地震损耗能量活动强度 E_d 与地震损耗能量矩活动强度 I_e 动力系统的分形与混沌现象.在建立了工程结构能量系统 Ω 、损耗能量活动强度 E_d 和损耗能量矩活动强度 I_e 概念的基础上,由纯理论推导发现了 E_d 和 I_e 构成的动力系统的混沌现象;理论分析和数值计算又发现了 E_d 和 I_e 动力系统的分形现象;依据大量本地实测地震数据获得了具体 I_e 和 E_d 动力系统的关联维吸引子 d_2 、二阶 Renyi 熵 k_2 和平均预报时间尺度 $1/k_2$ 等参数.各参数是其动力系统分形与混沌现象的具体表征,为实际工程结构的抗震理论与分析方法提供了一定的参考依据.

关键词 工程结构 分形 混沌 地震损耗能量矩活动强度 动力系统

引言

在一次地震作用下,一个建筑物损耗的能量若记为 E_{D_i} ($i=1, 2, \dots, n_1$),抗震设备等外部设备对结构一次输入的能量若记为 E_{I_j} ($j=1, 2, \dots, n_2$),则长期在役期每次地震引起的结构储存能量 E_S 的变化为

$$E_S = E_{S_0} - \sum_{i=1}^{n_1} E_{D_i} + \sum_{j=1}^{n_2} E_{I_j} - \int_V \int_0^t e_0 dt dV \quad (1)$$

式中, E_{S_0} 为结构初始储藏能量; e_0 为正常状态下结构自然损耗功率(一般为常数); V 为结构体积. 方程(1)中除 E_{D_i} 值无法预知外,其它各量都是已知或人为控制的,如果能知道损耗能量 E_{D_i} 现在和未来的变化,那么结构储藏能量 E_S 现在和未来的变化也可预知. 这是方程(1)表现出的重要意义,也是本研究的基本出发点.

本研究以分形动力学、混沌动力学、协同学等非线性科学为理论基础,依据长期大量本地实测地震数据,结合理论推导、数值计算与经验分析,探讨方程(1)中 E_S 、 E_D 、 E_I 等变量构成的动力系统的分形与混沌现象. 本文第1节建立了工程结构能量系统 Ω 、损耗能量活动强度 E_d 和损耗能量矩活动强度 I_e 的概念;第2节由纯理论推导发现了 E_d 和 I_e 构成的动力系统的混沌现象;第3节的理论分析和数值计算又讨论了 E_d 和 I_e 动力系统的分形现

* 1997-08-26 收到初稿, 1998-04-23 收到修改稿并决定采用.

象;第4节依据大量本地实测地震数据获得了具体 I_e 和 E_d 动力系统的关联维吸引子 d_2 、二阶 Renyi 熵 k_2 和平均预报时间尺度 $1/k_2$ 等具有分形与混沌属性的实际参数。

1 概念的建立

先建立几个基本概念. 工程结构能量系统是指如建筑结构、水工结构及海工结构等各种实际构筑物所涵括的总能量(包括动能、势能、塑性滞回能等). 此系统既可只指某单一构筑物所涵括的能量,也可包括较多构筑物所涵括的能量,甚至大到涵盖某一城镇所有构筑物的大能量系统. 一个能量系统常记为 Ω .

结构地震损耗能量 E_D 的概念(简称损耗能量 E_D)我们并不陌生,它是指在地震条件下,结构由于震动或破坏所释放出的能量. 特别是,文中所说的 E_D 值不仅考虑了地震时结构损失的总能量,更重要的是,它可全面体现地震动三要素和结构自身震动各因素(崔玉红, 1996),所以,它是衡量一个结构物损失能量较全面的变量. 为实用需要,本研究建立了一个 E_D 的合理标度——结构损耗能量矩 I_E (类似于地震矩 M_0 , 可适当地代表地震波释放能量的大小). 它是对某一结构耗能的精确度量,弥补了 I 或 α 作为抗震参数的不确定性. 本研究通过实测数据和人工地震模拟波计算,确定了 E_D 与 I_E 值的稳定数学关系式

$$\lg E_D = a \lg I_E - b \quad (2)$$

式中, a 和 b 为回归参数. 不同类型的结构在同一地震下的 I_E 值不同,例如,某区域发生了一次烈度为 VI 的地震,相对损耗能量较大的高层结构,其 I_E 值必然要大于 6.0(例如为 6.4);而对小平房之类损耗能量较小的结构,其 I_E 值必然要小于 6.0(例如为 5.4). 需要说明的是,对不同区域、不同类型结构,方程(2)可以有不同的函数关系,回归系数 a 和 b 也有所变化. I_E 值的单位为 J.

概念 E_D 和 I_E 只适用于一次地震下含单一结构的工程能量系统,对一定时期内含多种结构的能量系统需要建立另一完善的概念——结构损耗能量活动强度 E_d 与结构损耗能量矩活动强度 I_e . 某一 Ω 内结构在役期 T 时间内存在序列 $\{E_D(t_i)\}$ (t_i 为地震时间),若将时间 T 划分为相等小时间间隔 $\{\Delta t_i\}$ (如 $\Delta t = 30$ 天,或 $\Delta t = 60$ 天等),且在第 j 时格 Δt_j 有 $n(j)$ 次地震,相应结构损耗能量矩分别为 $I_{E1}, I_{E2}, I_{E3}, \dots, I_{En(j)}$. 类似于单个地震 E_D 和 I_E 之关系,以该时格内发生诸次 E_D 之和来定义损耗能量矩活动强度 I_e , 即

$$I_e = 10^{a/b} \left[\sum_{i=1}^{n(j)} E_{Di} \right]^{1/a} = 10^{a/b} \left[\sum_{i=1}^{n(j)} \frac{I_{Ei}^a}{10^b} \right]^{1/a} = \left[\sum_{i=1}^{n(j)} I_{Ei}^a \right]^{1/a} \quad (3)$$

$$(\because I_E = 10^{a/b} E_D^{1/a})$$

相应的结构损耗能量活动强度 E_d 为

$$E_d(j) = \sum_{i=1}^{n(j)} E_{Di} = I_e^a(j) / 10^b \quad (4)$$

经验证发现, E_d 与 I_e 实测值之误差较小,最大不超过 5.5%,而相应 E_D 与 I_E 实测值之误差往往超过 50%;同时, E_d 与 I_e 值也考虑了地震时工程结构能量系统中所有结构损失的总能量;全面体现地震动三要素和结构自身震动各因素;更重要的是,它还考虑了结构一定时期内损耗能量累计的效果,这些原因正是建立新概念 E_d 与 I_e 的目的. 此时,方程(1)中 E_s 、 E_D 与 E_l 值应由 E_s 、 E_d 与 E_l 值来代替,它们分别表示在某一时刻内各能量的活动强度.

2 E_d 和 I_e 动力系统的混沌现象

方程(1)中的 E_D 值是未知的. 实际上, 我们可以从严谨的理论推导出发, 寻求 E_D 满足的非线性动力学模型. 众所周知, 一个结构能量系统 Ω 在役期间存在着地震能量平衡方程

$$\rho_n - \rho_{n+1} + \omega_I = \omega_D \quad (5)$$

式中, ρ_n 、 ρ_{n+1} 为第 n 次地震前后能量系统中结构的应变能密度; ω_I 为第 n 次地震前后能量系统中输入的能量功率; ω_D 为第 n 次地震前后能量系统中释放的能量功率. 对上式积分, 有

$$G_n - G_{n+1} + E_{In} = E_{Dn} \quad (6)$$

式中, $G = \int_{t_2}^{t_1} \int_V \rho(V, t) dV dt$ (系统内结构应变能); $E_I = \int_{t_2}^{t_1} \int_V \omega_i(V, t) dV dt$ (外部对系统的输入能量); $E_D = \int_{t_2}^{t_1} \int_V \omega_D(V, t) dV dt$ (系统的损耗能量). 对上式中变量作如下简化: ① 系统内结构属线性强化弹塑性材料, 即 $G = a + b\rho$; ② 由于输入功率 ω_i 是人为控制的, 不妨设 $\omega_i = p\omega_D + \omega_0$. 其中, ω_0 是一常功率, p 是一常数. 将其代入方程(5)、(6)中, 有

$$G_n - G_{n+1} = b(1 - p)\omega_D - b\omega_0 \quad (7)$$

$$G_n - G_{n+1} = (1 - p)E_{Dn} - W_0 \quad (8)$$

式中, $W_0 = \int_{t_2}^{t_1} \int_V \omega_0(V, t) dV dt$. 从纯理论角度出发, 由于 ρ 与 ρ/ρ_m 越大, 相应 ω_D 也会越大, 故设 $\omega_D = g\rho^2/\rho_m$. 其中, ρ_m 为 Ω 中结构储存的最大能量密度; b 和 g 是一常数. 将上式代入方程(7)中, 与方程(6)联立解得

$$E'_{D(n+1)} = E'_{Dn} - \alpha E'^2_{Dn} - \alpha W_0 \quad (9)$$

将式(2)代入式(9), 有

$$I'_{E(n+1)} = I'_{En} - \alpha I'^2_{En} - \alpha W_0 \quad (10)$$

式中, $E'_{Dn} = (\gamma E_{Dn} + \beta)^{1/2}$, $I'_{En} = (\gamma I_{En} + \beta)^{1/2}$, $\alpha = (1 - p)g/\rho_m b$, $\beta = (b\omega_0 - W_0)\rho_m b/(1 - p)g$, $\gamma = \rho_m b/g$. 同理可证, E_D 和 I_E 动力系统的混沌现象在 E_d 和 I_e 动力系统的层次上同样成立, 方程与参数所代表的意义也完全相同, 即

$$E'_{d(n+1)} = E'_{dn} - \alpha E'^2_{dn} - \alpha W_0 \quad (11)$$

$$I'_{e(n+1)} = I'_{en} - \alpha I'^2_{en} - \alpha W_0 \quad (12)$$

众所周知, 方程(11)、(12)实际上就是变了形的 Logistic 方程. 它告诉了我们一个重要的信息: 工程结构能量系统 Ω 中, $(\gamma E_{dn} + \beta)^{1/2}$ 和 $(\gamma I_{en} + \beta)^{1/2}$ 运动形式本身存在着混沌现象, 即, 随参数 α , β , γ 的变化, E_{dn} 值和 I_{en} 值的运动变换形式从稳定解变为二周期解, 由二周期解变为四周期解, ……最后由 $2(n-1)$ 周期解变为 $2n$ 周期解, 由 $2n$ 周期解变为混沌值, 并不断循环下去, 以至无穷. 这里, 起决定作用的是上述 3 个参数, 它们的不断变化, 控制着 E_d 和 I_e 动力系统的解的运动规律; 由于方程(1)的关系, 它们也控制着 E_s 动力系统的运动规律. E_d 和 I_e 动力系统的混沌运动, 对掌握与控制抗震理论和方法具有重要意义.

3 E_d 和 I_e 动力系统的分形现象

首先, 借用最大信息原理 MIP(Berrill, Davis, 1980)从理论上获得方程

$$\lg N = c - dI_e \quad (13)$$

N 表示地震次数, c 与 d 为方程参数. 假定 I_e 是区间 $[I_{e\alpha}, I_{e\beta}]$ 上的连续变量, 取其平均活动强度的一阶矩形式和归一化条件

$$\langle I_e \rangle = \int_{I_{e\beta}}^{I_{e\alpha}} I_e P(I_e; \Omega, T) dI_e \quad (14)$$

$$\int P(I_e; \Omega, T) dI_e = 1 \quad (15)$$

用 Lagrange 乘子法即可求得具有最大信息熵的定态概率密度函数为

$$P(I_e; \Omega, T) = \exp(\lambda - \lambda_1 I_e) \quad (16)$$

式中, λ 和 λ_1 为 Lagrange 乘子, 决定于约束 $\langle I_e \rangle$ 与变域上下限 $I_{e\alpha}$ 和 $I_{e\beta}$. 将式(16)积分, 并认为时间 T 足够长, 使得 $N(A, T) \rightarrow \infty$ 时, 活动强度出现在 I_e 与 $I_e + \Delta I_e$ 之间时格的最可几数目 $N(I_e, \Delta I_e; \Omega, T)$ 为

$$N(I_e, \Delta I_e; \Omega, T) = k \exp(-\lambda_1 I_e) \quad (17)$$

其中, $k = N(\Omega, T) \exp(-\lambda) [1 - \exp(-\lambda_1 I_e)] / \lambda_1$. 对上式取对数, 有

$$\lg N(I_e, \Delta I_e; \Omega, T) = \lg k - \lambda_1 I_e \quad (18)$$

方程(18)和方程(13)的函数形式完全相同, 这是理论推导过程. 下面通过具体数值计算, 确定实测地震数据实际存在于 N 和 I_e 间的关系. 数据采用的是 1970 年 1 月 1 日 ~ 1994 年 12 月 31 日北纬 $36^\circ 10' \sim 42^\circ 10'$ 、东经 $114^\circ 20' \sim 118^\circ 20'$ 的华北范围区, 震级大于 2.0 的共 3 184 次地震, Δt 取 6 组: 30 天、60 天、90 天、150 天、210 天和 270 天. 数值计算结果见图 1, 发现其表达形式与方程(13)完全相同. 综上所述, 分别从理论方面和实际方面验证了方程(13).

其次, 我们来探讨 E_d 和 I_e 动力系统的分形现象. 对方程(13)两边作指数变换, 有

$$N(10^{I_e}) = 10^c \cdot (10^{I_e})^{-d} \quad N(10^{I_e}) \sim (10^{I_e})^{-d} \\ \therefore D(\text{分维数}) = d \quad (19)$$

即, 10^{I_e} 的分维数 D 为 d , 也就是说, 10^{I_e} 相对地震次数 $N(10^{I_e})$ 存在着分形现象, I_e 动力系统关于 N 是无限自嵌套结构, 常称为存在自相似现象. 同理, 合并方程(12)与方程(13)有

$$N(10^{Ed}) = (10^{Ed})^{-1/a} \quad \text{即 } N(10^{Ed}) \sim (10^{Ed})^{-1/a} \\ \therefore D(\text{分维数}) = 1/a \quad (20)$$

即, 10^{Ed} 的分维数 D 为 $1/a$, 也就是说, 10^{Ed} 相对地震次数 $N(10^{Ed})$ 也存在着分形现象. 总之, E_d 和 I_e 动力系统关于地震次数 N 存在无限自嵌套结构的分形现象.

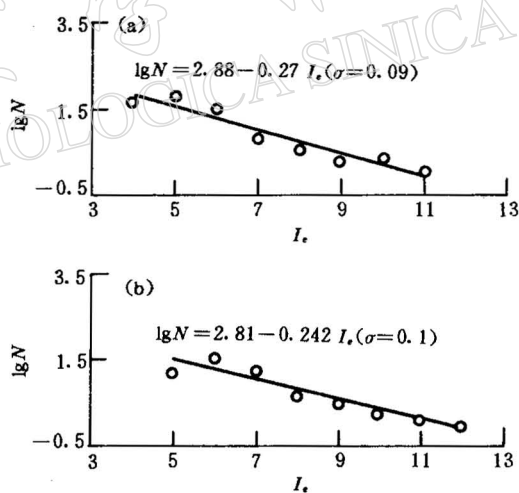


图 1 结构损耗能量矩活动强度 I_e 与地震次数 N 的关系. (a) $\Delta t = 60$ 天;
(b) $\Delta t = 150$ 天 (σ 为拟合方差)

4 E_d 和 I_e 动力系统 GP 法计算结果

上述理论分析和数值计算证明了 I_e 和 E_d 动力系统的分形与混沌现象. 本节依据前面的实测地震数据, 采用 GP 法计算了实际 I_e 动力系统分形与混沌各具体属性值. 经过对计算结果精确度与可靠度的验证 (Smith, 1998; 崔玉红等, 1997), 现将计算结论分述如下.

(1) 图 2 为 $I_e(j)$ 吸引子积分关联函数对数 $\lg C(r)$ 与距离标度对数 $\lg r$ 的关系. 图中每一曲线中 $\lg C(r)$ 与 $\lg r$ 之间都存在明显的线性区域, 说明关联维吸引子 d_2 是存在的. 即 I_e 动力系统是由一个确定维数的方程决定的, 动力系统演化行为具有分形与混沌规律.

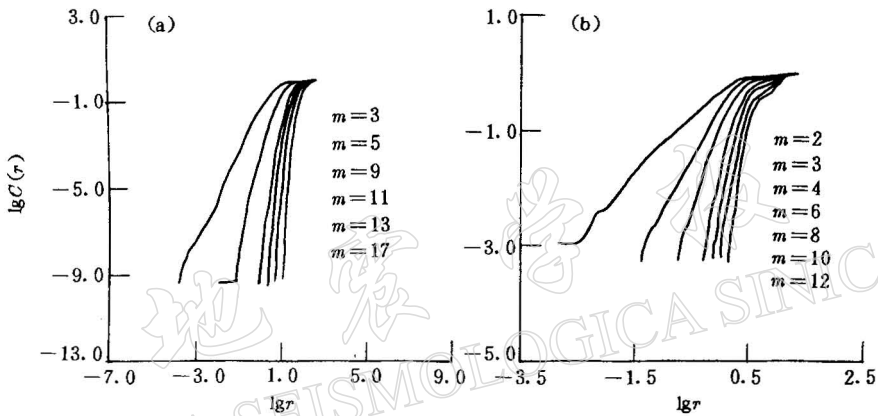


图 2 I_e 吸引子积分关联函数对数 $\lg C(r)$ 与距离标度对数 $\lg r$ 的关系

(a) $\Delta t = 60$ 天; (b) $\Delta t = 150$ 天

(2) 图 3 为关联维吸引子 $d_2(m)$ 和嵌入维数 m 与滞后参数 τ 的关系. $I_e(j)$ 相空间上吸引子 $d_2(m)$ 值增大到一定的嵌入维数 m (饱和嵌入维数 m_∞) 后, $d_2(m)$ 开始保持一稳定值. 说明关联维吸引子 d_2 值不但存在而且是稳定的, 且 I_e 原动力系统的维数 P 范围在

$$d_2 \leq P \leq 2d_2 + 1(m_\infty) \quad (21)$$

从结果还可以看出 P 值较小, 仅为有限的几个. 传统的观点往往把复杂动力系统的演化看为完全随机现象, 并认为这种随机现象的主要原因是由很多自由度造成的. 上面计算的结果却说明, 极少自由度的动力系统同样也能产生不规则的伪随机行为. 此外, 不同 τ 值的选取对计算结果 $d_2(m)$ 和 m_∞ 有一定影响.

(3) 图 4 为二阶 Renyi 熵 $k_2(m)$ 和嵌入维数 m 与滞后参数 τ 的关系. 随 m 值增大, $k_2(m)$ 值有起伏变化并收敛于一定值, 说明 k_2 值不但存在而且是稳定的. 二阶 Renyi 熵 k_2 代表着动力系统信息损失程度的大小, k_2 值越大, 系统信息损失程度越大, 反之亦然. 即 $1/k_2$ 代表着动力系统在一定误差时可预测次数 N_p 之大小, N_p 越大, 动力系统的可预测性越大, 反之亦然. 由于 N_p 值较小, 故常称 I_e 动力系统具有短期可预测性; 预测次数大于或远大于 N_p 值时, 系统预测结果失真, 常称 I_e 动力系统具有长期不可预测性. 此外, 比较图 3 与图 4 还可发现, $d_2(m)$ 和 $k_2(m)$ 的收敛性对 m_∞ 具有同时一致性: 一起起伏, 一起收敛, 这正是计算结果正确性的表现.

(4) 本节计算内容是以 I_e 动力系统为主. 由于方程(4)的关系, 很容易证明 E_d 与 I_e 动

力系统的二阶 Renyi 熵 k_2 值必定相等, $E_d^{1/a}$ 与 I_e 动力系统的关联维吸引子 d_2 值必定相等.

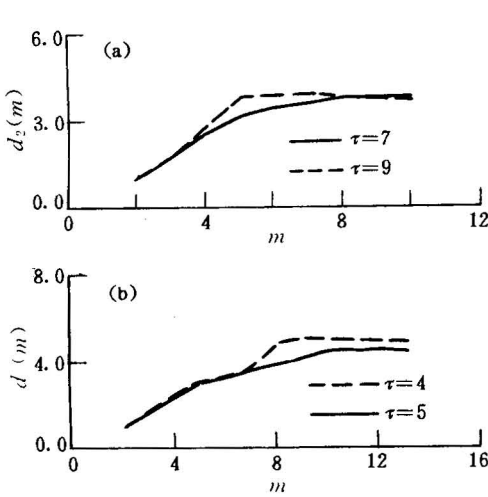


图3 关联维吸引子 $d_2(m)$ 和嵌入维数 m 与滞后参数 τ 的关系
(a) $\Delta t=60$ 天; (b) $\Delta t=150$ 天

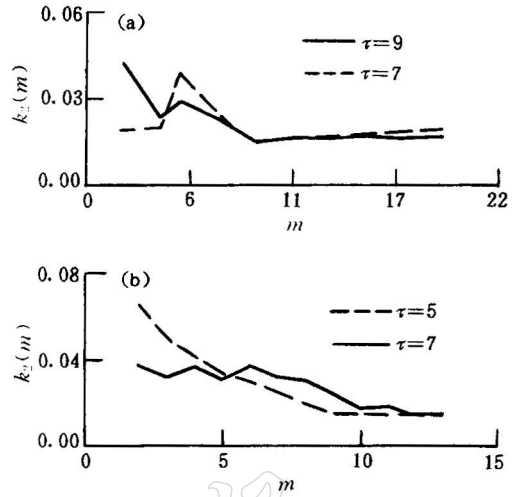


图4 二阶 Renyi 熵 $k_2(m)$ 和嵌入维数 m 与滞后参数 τ 的关系
(a) $\Delta t=60$ 天; (b) $\Delta t=150$ 天

(5) 实测地震数据获得的 I_e 动力系统的计算分析结果见表 1.

表 1 计算与分析结果一览表

时间间隔 $\Delta t/d$	数据个数 N	时滞参数 τ/d	关联维吸引子 d_2	二阶 Renyi 熵 k_2	饱和嵌入 维数 m_{∞}	系统嵌入 维数 P	吸引子 d_2 指数互差 ΔV	吸引子 d_2 指数误差 σ_x	可预测次 数上限 N_P
30	300	12	7.9	0.015 9	17	[8, 17]	0.09	0.11	62
60	150	9	7.1	0.016 8	14	[7, 14]	0.12	0.06	59
90	100	7	6.5	0.016 8	13	[7, 13]	0.13	0.02	59
150	60	5	4.5	0.015 2	10	[5, 10]	0.15	0.02	65
210	43	7	3.9	0.017 5	8	[4, 8]	0.16	0.01	57
270	33	7	3.8	0.019 2	7	[4, 7]	0.13	0.01	52

5 结论

以分形动力学、混沌动力学、协同学等非线性理论为基础,依据大量实测地震数据,结合理论推导、数值计算与经验分析,探讨了工程结构能量系统中,地震损耗能量活动强度 E_d 和地震损耗能量矩活动强度 I_e 动力系统的分形与混沌现象. 首先,建立了工程结构能量系统 Ω 、损耗能量活动强度 E_d 和损耗能量矩活动强度 I_e 的概念;推导发现了 E_d 和 I_e 动力系统的混沌现象: $E'_{d(n+1)} = E'_{dn} - \alpha E'^2_{dn} - \alpha W_0$ 和 $I'_{e(n+1)} = I'_{en} - \alpha I'^2_{en} - \alpha W_0$;并证明了 E_d 和 I_e 动力系统的分形现象: $\lg N = c - dI_e$, 相应的分维数分别为 $1/a$ 和 d . 其次,根据大量本地实测数据,采用 GP 法获得了具体 I_e 动力系统的分形与混沌参数值. 结果说明:关联维吸引子 d_2 值不但存在,而且仅为有限的几个值, I_e 原动力系统的维数 P 范围为: $d_2 \leq P \leq 2d_2 + 1$, 即系统是由一个确定维数的方程决定的. 演化行为具有分形与混沌现象;同时二

阶 Renyi 熵 k_2 值不但存在而且是稳定的, 预测次数 N_P 值与 $1/k_2$ 值和容许误差有关, N_P 值较小时, I_t 动力系统具有短期可预测性; 预测次数大于或远大于 N_P 值时, I_t 动力系统具有长期不可预测性. 这些结果正是分形与混沌现象的具体表征. 它们为控制系统中储存能量 E_s 、外部输入能量 E_i 、损耗能量 E_d , 为工程结构抗震理论与分析方法提供了一定的参考依据.

参 考 文 献

- 崔玉红, 1996. 工程结构能量系统中地震损耗能量的分形与混沌特征及其应用. 天津大学博士论文, 17~64
- 崔玉红, 严宗达, 聂永安, 1997. 结构中复杂动力系统处理方法的探讨. 工程力学, 3(增刊): 43~49
- Berrill J, Davis R, 1980. Maximum entropy and magnitude distribution. *BASS*, 70(5): 1 328~1 336
- Hirrata T, 1987. A new perspective for earthquake and fractal. *J Seism Soc Japan*, 40: 459~467
- Jackson E A, 1989. Perspective of nonlinear dynamics. Cambridge: Cambridge University Press. 1~56
- Simth L A, 1988. Intrinsic limits on dimension calculations. *Phys Lett A*, 33(6): 283~288

地 震 学 报
ACTA SEISMOLOGICA SINICA