

文章编号: 0253-3782(2000)04-0337-08

地震震级误差对 b 值的影响^{*}

秦长源^①

(希腊 萨洛尼基 GR54006 亚里士多德大学 地球物理实验室)

摘要 地震震级通常因地震目录的不同而不同, 由此所计算的 b 值也不尽一致。当震级的一致性很差时, b 值的误差也很大。基于这一原因, 通过假定“视”震级(目录震级)围绕着“真”震级的正态分布, 利用频率-震级关系式(古登堡-里克特公式)求“真”震级下的 b 值。根据这一正态分布, 对属于同一“真”震级的地震次数进行计算, 从而获得 b 值精度大大优于用“视”震级所计算的相应值。为了显示本方法的优点, 我们用通常意义上的计算方法和本文所介绍的方法对中国 3 个不同构造区域进行计算和比较; 另外, 考虑到大震震级饱和对计算的影响(掉头现象), 我们将数据从 $M=7.0$ 处分成两部分。结果表明, 用本方法计算的结果优于利用“视”震级所得到的结果。

关键词 震级 误差 b 值

中图分类号: P315.3 **文献标识码:** A

引言

众所周知, 地震活动服从古登堡-里克特定律(Gutenberg, Richter, 1944) $\lg N = a - bM$ 。这里, M 是震级, N 为震级大于或等于 M 的地震次数, a 和 b 为常数。普遍认为, 这两个常数反映了地震活动性和地震构造。这一关系式简明地描述了在一个复发周期内地震的活动规律。

一般认为, 常数 a 刻划着一个地区的地震活动性(Rundle, 1989; Turcotte, 1992)。地震活动水平似乎是由无震地动位移速率决定的(McGarr, 1976), 常数 a 可以视为这一速率的反应(Turcotte, 1992; Qin *et al.*, 1999)。

b 值(即频率-震级关系式中的斜率)相对稳定, 其值通常位于[0.5, 1.5]。实验证明 b 值与介质的特性有关(Mogi, 1967; Scholz, 1968)。 b 值可以作为所研究区域的构造指标(Qin *et al.*, 1999), 这也是 b 值受到重视的原因之一。 b 值受到多方面因素的影响。许多学者(黄玮琼等, 1989; Scholz, 1990; Frohlich, Davis, 1993; Okal, Romanowicz, 1994)指出, 震级的大小影响着 b 值。小震($M < 3.0$)和大震($M > 7.0$)所得到的 b 值与中等震级($3.0 \leq M \leq 7.0$)的 b 值不同。 b 值受到断层尺度的影响非常大, 尤其是断层的宽度 W 。该宽度被认为随震级的增大而增大。然而, 当震级大到 $\lg M_0 = 27.2$ (M_0 为地震矩, 该值单位为

* 1999-10-09 收到初稿, 2000-04-10 收到修改稿并决定采用。

① 现在英国东英吉列大学环境科学院。E-mail: qin @ lemnos. geo. auth. gr

10^{-7} N·m)时, b 值明显增大. 这实际上是由于断层的宽度已达到极限(即饱和), 从而改变了断层尺度的缘故(Pacheco *et al.*, 1992).

当地震大到该阈值时, 实际震级比记录震级要大. 如果仍用所记录的大震来拟合古登堡公式, 势必要获得偏高的 b 值. 值得指出的是, 如果利用所有数据(包括饱和震级)求 b 值, 通常会得到约为 1 的 b 值, 其代价是误差甚大(Okal, Romanowicz, 1994). 最近有些地震学家设法用伽玛分布(所谓的改进型古登堡公式)来描述这一频率-震级关系式(Main, 1996; Kagan, 1977, 1999). 然而, 该方法受到极大地震矩和 β 值两参数的精度影响, 而且其精度仍处于研究阶段. 另外, 震级通常并不以地震矩形式记录, 任何形式的震级转换多少要引入额外误差. β 值则需要根据统计方法(对数最大似然法等)计算. 据报道, 对于主震该 β 值约为 0.6(Kagan, 1999), 这就产生了另一个难题——识别主震. 因此, 虽然伽玛分布能较好地描述大震, 然而基于上述原因, 我们只对广泛接受的古登堡关系加以讨论.

对于小震, 至少有两个因素影响 b 值: 第 1, 由于震级小, 地震常被淹没在背景“噪声”中, 从而造成小震数目的短缺, 所以 b 值要比正常值小(Okal, Romanowicz, 1994); 第 2, 当震级小于 3 时, 其自相似性(self-similarity)被打破. 这是因为当震级变小时, 其所对应的应力降维持不变(Scholz, 1990). 地震矩的减小速度比预计的要多, 从而造成震级偏小, 其结果 b 值也变小.

地震的震源深度也系统地影响着 b 值, Mori 和 Abercrombie(1997)认为, b 值随深度的增加而减少. 他们把这一变化归结为介质的非均匀性(Mogi, 1967)和应力状态(Scholz, 1968)的影响.

b 值同时也受到数据精度和所采用计算方法的影响. Papazachos(1974)指出, 不同的震级区间对 b 值也产生影响. 他指出, 当最大和最小震级差别很小时, b 值的误差相当大. 当此震级差大于 1.4 时, 引起的 b 值误差可以忽略. 也就是说震级差别大于此值时, 随着震级差别的进一步加大, b 值的精度不会产生显著变化.

所有上述影响均可以在适当条件下加以避免. 考虑到震级饱和的影响. 我们把数据在 $M=7.0$ 处分成两部分. 由于震级区间 ΔM 远大于 1.4, 故震级差别的影响在此可以忽略.

然而, 震级本身的误差却伴随着整个计算过程. 我们知道, 地震震级的确定因台站的不同而不同. 而最终震级的确定通常是取所有台站震级的加权平均. 另外, 由于地震震级仅限于一位小数, 所公布的震级只能圆整到最近的小数位上, 因此测量的震级(“视震级”)可以看成是随机分布在某一“真”震级周围. 本研究试图用此正态分布来计算 b 值, 并对其相应的误差加以讨论.

1 视震级的分布

“视”震级定义为“观测”震级. 该双引号意指公开发表的震级. 通常“观测”震级的误差可分为 3 类(Tinti, Mularia, 1985a): ① 系统误差; ② 随机误差; ③ 圆整误差.

我们知道每一观测值均是通过仪器测定的. 这些仪器的影响(即系统误差)自始至终伴随着“观测”值. 本研究中, 我们假定这些仪器影响已被校准掉, 我们不对它加以讨论. 至于圆整误差, 由于震级只有一位小数, 故震级只能圆整到最近的一位小数上. 而随机误差主要是计算所致(比如所采用的模型等). 同一地震不同台站的震级差别很大(可有两个以上震级档次之别, 一个震级档次为 0.1). 这些同地震不同台站的震级通过加权得到一个

“适当”的震级. 假定上述最后两项误差服从正态分布, 则进一步假定随机误差服从 $Y \sim N(M, \sigma_2^2)$, 圆整误差服从 $Z \sim N(M, \sigma_3^2)$. 那么, “视”震级的误差应服从正态分布

$$X = Y + Z \sim N(M, \sigma^2) \quad \sigma = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}$$

式中, 假定随机变量 Y 和 Z 相互独立. 本研究中, 设②和③类方差分别为 0.1 和 0.05, 这样, “视”震级的方差 $\sigma = 0.11$. 为了简单, 在以下的计算中, 取 $\sigma = 0.1$.

2 方法

如上所述, 测量的震级可看作围绕“真”值的随机变量, “真”震级为 M , 则“视”震级 m 服从以 M 为中值的正态分布 $N(M, \sigma^2)$ (Tinti, Mularia, 1985a, b)

$$P(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(m-M)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

σ 为方差. 假设 m_{ij} 为第 i 个台站第 j 次地震的震级, 则第 j 次地震的“视”震级为

$$\frac{\sum_{i=1}^N m_{ij} w_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \xrightarrow{N \gg 1} m_j \quad (2)$$

式中, N 为观测台站的个数, w_i 为第 i 个台站的权重. 视震级 m_j 围绕着真震级 M_j 服从正态分布(1).

地震活动服从古登堡-里克特定律

$$\lg N = a - bM \quad (3)$$

这里, a 和 b 分别反映地震活动性(Rundle, 1989; Turcotte, 1989, 1992; Pacheco *et al.*, 1992; Qin *et al.*, 1999)和构造背景(Wiemer, Benoit, 1996; Mori, Abercrombie, 1997; Wyss *et al.*, 1997; Qin *et al.*, 1999). 如果用地震的“真”震级 $\{M_1, M_2, \dots, M_j, \dots\}$ 求 a 和 b 值, 其可靠程度要高于由“视”震级 $\{m_1, m_2, \dots, m_j, \dots\}$ 所得到的值. 然而, 由于“视”震级是唯一可获得的量, 下面我们将就如何通过统计方法提取“真”震级加以研究.

对“视”震级 $\{m_1, m_2, \dots, m_j, \dots\}$ (按时间顺序排列)重新按震级增加顺序排列, 即

$$\{m_1, m_2, \dots, m_j, \dots\} \Rightarrow \left\{ \overbrace{m^1, \dots, m^1}^{N^1}, \overbrace{m^2, \dots, m^2}^{N^2}, \dots, \overbrace{m^i, \dots, m^i}^{N^i}, \dots \right\}$$

式中, $m^1 < m^2 < \dots < m^i < \dots$; $N^1, N^2, \dots, N^i, \dots$ 为震级等于 $m^1, m^2, \dots, m^i, \dots$ 的地震次数. 由于现行的震级仅有一位小数, 即 $\Delta = 0.1$, 重新排列后的震级序列为

$$\begin{cases} m^2 = m^1 + \Delta \\ \vdots \\ m^i = m^{i-1} + \Delta = m^1 + (i-1)\Delta \\ \vdots \end{cases} \quad (4)$$

m^1 为最小的震级. 根据上述的震级精度 $\Delta = 0.1$ 和正态分布的假设, 一个“真”震级 M^i 的事件会有 48.34% 的几率被误判成比其高或低一档次的震级 $m^{i\pm 1}$ (图 1). 也就是说

$$\left[\int_{-(\Delta/2+\Delta)}^{-\Delta/2} + \int_{\Delta/2}^{\Delta/2+\Delta} \right] p(m) dm = 2 \int_{\Delta/2}^{\Delta/2+\Delta} p(m) dm$$

同理, 同一“真”震级会被误记为更高或低一档次的震级 $m^{i\pm 2}$, 误写的概率为 13.36%

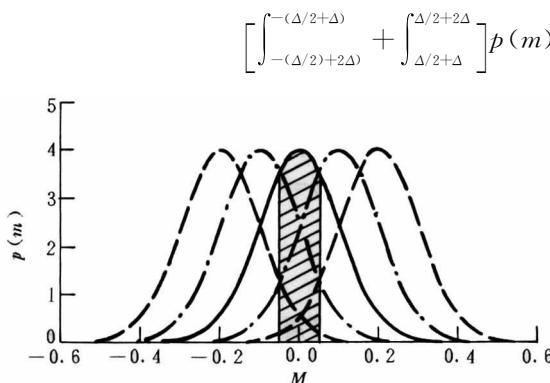


图1 “视”震级的正态分布. 横轴 0.0 表示某一“视”震级; 阴影区显示了“视”震级覆盖相应“真”震级的跨度区间

m^{i-1} 或 m^{i+1} 的概率为 p_1 , M^i 为 m^{i-2} 或 m^{i+2} 的概率为 p_2 , 则“真”地震震级为 M^i 的次数 N^i 可写成

$$N^i = n^i p_0 + (n^{i-1} + n^{i+1}) p_1 + (n^{i-2} + n^{i+2}) p_2 \quad (5)$$

值得指出的是, 式(5)是基于所有震级都有相同的概率分布而建立的. 上式表明, n^i 次“视”震级 m^i 的地震中有 $n^i p_0$ 次“真”震级为 M^i 的地震, n^{i-1} 次“视”震级为 m^{i-1} 的地震中有 $n^{i-1} p_1$ 次“真”震级为 M^i 的地震, n^{i+1} 次“视”震级为 m^{i+1} 的地震中有 $n^{i+1} p_1$ 次“真”震级为 M^i 的地震等. 这样, 根据式(5)“真”震级大于等于 M^i 的地震次数可写成

$$\begin{aligned} N_i = N^i + N^{i+1} + \cdots &= \sum_{j=i}^{\infty} N^j = [n^i p_0 + (n^{i-1} + n^{i+1}) p_1 + (n^{i-2} + n^{i+2}) p_2] + \\ &[n^{i+1} p_0 + (n^i + n^{i+2}) p_1 + (n^{i-1} + n^{i+3}) p_2] + \cdots = \sum_{j=i}^{\infty} n^j p_0 + \\ &\left(\sum_{j=i-1}^{\infty} n^j + \sum_{j=i+1}^{\infty} n^j \right) p_1 + \left(\sum_{j=i-2}^{\infty} n^j + \sum_{j=i+2}^{\infty} n^j \right) p_2 \end{aligned}$$

由于 n^i 随 i 的增长急速衰减, 即 $n^i \xrightarrow{i \rightarrow \infty} 0$, 则上式可简化成

$$\begin{aligned} N_i &= \sum_{j=i}^{\infty} n^j p_0 + \left[\left(\sum_{j=i}^{\infty} n^j + n^{i-1} \right) + \left(\sum_{j=i}^{\infty} n^j - n^i \right) \right] p_1 + \left[\left(\sum_{j=i}^{\infty} n^j + n^{i-2} + n^{i-1} \right) + \right. \\ &\quad \left. \left(\sum_{j=i}^{\infty} n^j - n^i - n^{i+1} \right) \right] p_2 = (p_0 + 2p_1 + 2p_2) \sum_{j=i}^{\infty} n^j + (n^{i-1} - n^i) p_1 + (n^{i-2} + \\ &\quad n^{i-1} - n^i - n^{i+1}) p_2 = n_i + (n^{i-1} - n^i) p_1 + (n^{i-2} + n^{i-1} - n^i - n^{i+1}) p_2 \quad (6) \end{aligned}$$

上式用到了 $p_0 + 2p_1 + 2p_2 = 1$, $\sum_{j=i}^{\infty} n^j = n_i$, 式(6)表明, 只有当 p_1 和 p_2 均为 0 时, 地震大于等于“真”震级 M^i 的次数才等于地震大于等于“视”震级 m^i 的次数. 在此情况下, 目录中的震级应理解为无偏记录. 然而, 当震级测量中存在很大误差时, 地震大于等于“真”震级 M^i 的次数对其周围的地震次数有很大的影响. 因此, 本方法尤其适用于震级精度较差的地震目录. 它同时可改善拟合结果, 即使是在数据质量较好的情况下, 也不会带来不良影响.

3 应用

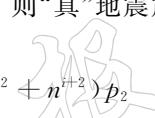
为说明上述方法在古登堡-里克特关系中的应用, 根据式(6)可计算“真”观测数据序列

而仅有 38.3% 的几率被正确地记录为 m^i

$$\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} p(m) dm$$

反过来讲, 如果有 100 次“视”震级为 m^i 的地震, 那么只有约 38 次地震属于这一震级 M^i . 其余 62 次应该是比这一震级高或低的事件.

现在让我们根据“视”观测值 $[\lg(n_i), m^i]$ 序列来求“真”观测值 $[\lg(N_i), M^i]$ 序列. 这里, N_i 和 n_i 分别为“真”震级和“视”震级大于或等于 M^i 和 m^i 的次数. 如果设 M^i 被记为 m^i 的概率为 p_0 , M^i 为



ACADEMIC

ART

$$\begin{bmatrix} \lg(N_1), M^1 \\ \lg(N_2), M^2 \\ \vdots \\ \lg(N_{last}), M^{last} \end{bmatrix}$$

这里, M^1 和 M^{last} 分别为最小和最大震级. 为了突出该方法稳定性, 我们利用中国 3 个不同区域(图 2)的地震作为原始资料. 其数据的完整性为 (Qin *et al.*, 1999)

$$\begin{array}{ll} 1800 \sim 1995 \text{ 年} & M \geq 8.0 \\ 1900 \sim 1995 \text{ 年} & 8.0 > M \geq 6.0 \\ 1950 \sim 1995 \text{ 年} & M \geq 5.0 \end{array}$$

为了比较通常使用的方法(频率-震级关系)和本文所提供的方法, 分别应用最小二乘法对 b 值进行计算. 正如在引言中所提到的, 考虑到震级饱和的影响, 我们将数据分为震级小于 7.0 和大于等于 7.0 两部分(图 3). 计算的结果列在表 1 中. 从表 1 和图 3 可以看出, 上述方法的计算精度优于普通方法所得到的精度.

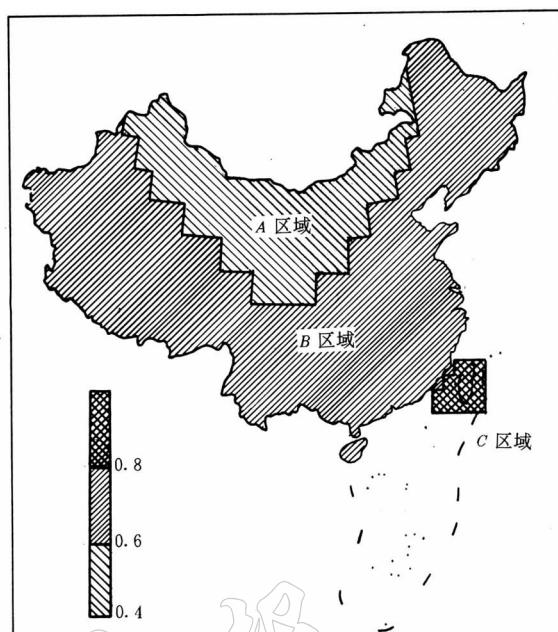


图 2 考虑地质构造的约束, 对不同 b 值的分区(根据 Qin *et al.*, 1999)

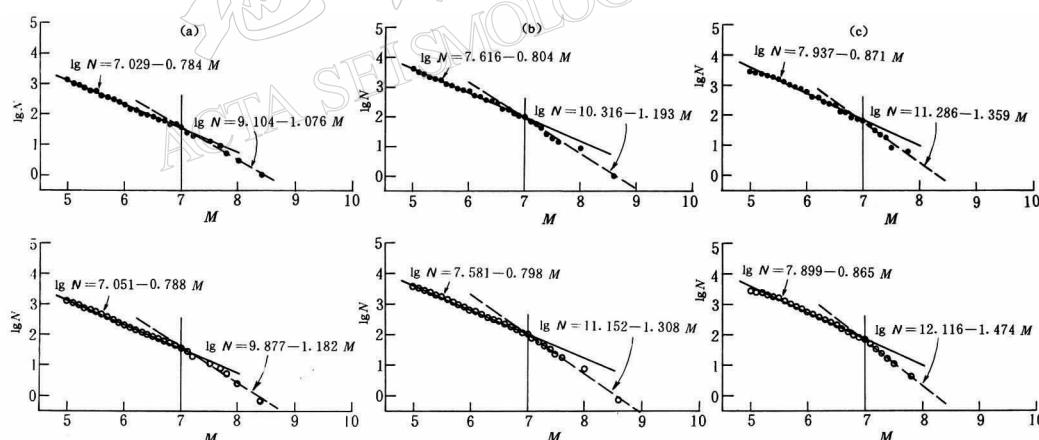


图 3 三个 b 值区域的频率-震级关系. 鉴于大震震级饱和的影响, 把数据在 $M=7.0$ 处分为两部分.

图中实心圆表示普通方法的频率-震级关系, 而空心圆表示用本文方法所得到的关系. 图(a), (b)和(c)分别对应图 2 中的 3 个区域(A, B, C)

4 讨论与结论

古登堡-里克特关系描述了频率-震级分布的基本特性, 揭示了地震活动的自组织性. 该关系式的参数可以从不同角度对地震的活动加以描述. b 值可提供与构造有关的信息.

表 1 计算结果

区域	方法	5.0 $\leq M < 7.0$						$M \geq 7.0$			
		a	b	σ	σ_a	σ_b	a	b	σ	σ_a	σ_b
A	普通方法	7.029	0.784	0.030	0.064	0.011	9.104	1.076	0.071	0.426	0.056
	本文方法	7.051	0.788	0.021	0.046	0.008	9.877	1.182	0.080	0.475	0.062
B	普通方法	7.616	0.804	0.027	0.058	0.010	10.316	1.193	0.082	0.433	0.057
	本文方法	7.581	0.798	0.014	0.033	0.006	11.152	1.308	0.054	0.289	0.038
C	普通方法	7.937	0.871	0.063	0.136	0.023	11.286	1.359	0.083	0.922	0.126
	本文方法	7.899	0.865	0.059	0.128	0.021	12.116	1.474	0.019	0.216	0.029

注: a 和 b 是古登堡-里克特关系中的参数; σ , σ_a 和 σ_b 为拟合误差.

介质的非均匀性(Mogi, 1967)和低应力状态(Scholz, 1968)均能导致高 b 值. 而 a 值对地震活动反映尚好. 如果假定在一个复发周期内仅有一个最大震级的地震发生. 那么, a 值和这最大地震的震级成正比(Qin *et al.*, 1999). 由于这两个参数的重要性, 其数值的可靠程度成为地震工作者主要关心的问题. 如上所述, 因现行震级仅有一位小数, 其本身所带来的误差就很大, 而且所采用的震级又往往来自多个台站震级的加权平均, 因此, 震级误差就会更大.

为了从统计意义上最大程度地消除上述震级误差的影响, 我们引入“视”震级围绕“真”震级服从正态分布的假设(Tinti, Mulargia, 1985a, b). 根据这一分布, 对震级大于等于某一给定值的地震次数重新进行计算. 利用所得的新序列($\lg N, M$), 对 a 和 b 值进行计算, 其拟合精度比普通方法所得到的拟合精度要高.

我们注意到, 随着震级的增大, 地震次数将按指数形式衰减, 因此, 大震在确定古登堡-里克特关系中的影响远远超过小震影响. 换句话说, 如果所有地震震级误差是一致的, 大震的震级误差则被大大地夸大, 从而使拟合曲线在大震端走偏. 为了避免此类情况的发生, Sornette 等(1996)利用增序法(rank-ordering)来解决这一问题. 由于增序法是以能量或地震矩为观测量, 同时, 其聚和的统计分布又仅与序数(整数)的不确定性有关, 所以该方法对极尾分布极为重要. 然而必须指出的是, 在没有足够数量的极大地震情况下, 则很难正确使用此方法. 尤其是在定义大小地震的过渡区(crossover)方面就更为突出. 更为困难的是, 由于有可靠地震记录的时间一般不超过 200 年, 这与几百年乃至上千年的大震复发周期相比, 相差甚远. 因此, 在可靠的数据内拥有若干次大地震的要求很难满足; 再则, 古登堡-里克特关系式是在一个复发周期内对地震进行计算; 而一个复发周期内至多只能有一个特征地震(Qin *et al.*, 1999).

在确定饱和震级方面, 不论是用 W 模型还是用 L 模型, 都会涉及到断层宽度的问题. 断层越宽, 饱和震级就越大, 而且随区域的不同而变化. 本文 3 个区域饱和震级的确定是根据平均值而定, 具体的断层宽度可见 Qin(2000) 文章.

B. C. Papazachos 教授对本文英文稿进行了仔细审阅并提出了有意义的建议; E. E. Papadimitriou, G. F. Karakaisis 和 C. B. Papazachos 博士对本文提出了建设性的意见; 审稿人所提的修改意见大大地增加了本文的说服力. 在此一并向他们表示衷心地感谢!

参 考 文 献

- 黄玮琼, 时振梁, 曹学锋. 1989. b 值统计中的影响因素及危险性分析中 b 值的选取[J]. 地震学报, 11(4), 351~361
- Frohlich C, Davis S D. 1993. Teleseismic b -values: or much ado about 1.0[J]. *J Geophys Res*, 98: 631~644
- Gutenberg B, Richter C F. 1944. Frequency of earthquakes in California[J]. *Bull Seism Soc Amer*, 34: 185~188
- Kagan Y Y. 1997. Statistical aspects of Parkfield earthquake sequence and Parkfield prediction experiment[J]. *Tectonophysics*, 270: 207~219
- Kagan Y Y. 1999. Universality of the seismic moment-frequency relation[J]. *Pure Appl Geophys*, 155: 537~573
- Main I G. 1996. Statistical physics, seismogenesis, and seismic hazard[J]. *Rev Geophys*, 34: 433~462
- McGarr A. 1976. Dependence of magnitude statistics on strain rate[J]. *Bull Seism Soc Amer*, 66: 33~44
- Mogi K. 1967. Regional variations in magnitude-frequency relation of earthquake[J]. *Bull Earthq Res Inst*, 45: 313~325
- Mori J, Abercrombie R E. 1997. Depth dependence of earthquake frequency-magnitude distribution in California: Implications for rupture initiation[J]. *J Geophys Res*, 102: 15 081~15 090
- Okal E A, Romanowicz B A. 1994. On the variation of b -values with earthquake size[J]. *Phys Earth Planet Inter*, 87: 55~76
- Pacheco J F, Scholz C H, Sykes L R. 1992. Changes in frequency-size relationship from small to large earthquakes[J]. *Nature*, 355: 71~73
- Papazachos B C. 1974. Dependence of the seismic parameter b on the magnitude range[J]. *Pure Appl Geophys*, 112: 1 059~1 065
- Qin Changyuan. 2000. The down-dip width of seismogenic layer under the Ordos block[J]. *Pure Appl Geophys*. (submitted).
- Qin Changyuan, Papadimitriou E E, Papazachos B C, et al. 1999. Spatial distribution of time independent seismicity of China[J]. *Pure Appl Geophys*, 154: 101~119
- Rundle J B. 1989. Derivation of the complete Gutenberg-Richter magnitude-frequency relation using the principle of scale invariance[J]. *J Geophys Res*, 94: 12 337~12 342
- Scholz C H. 1968. The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquake[J]. *Bull Seism Soc Amer*, 58: 399~415
- Scholz C H. 1990. *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1~439
- Sornette D, Knopoff L, Kagan Y Y, et al. 1996. Rank-ordering statistics of extreme events: Application to the distribution of large earthquakes[J]. *J Geophys Res*, 101: 13 883~13 893
- Tinti S, Mularia F. 1985a. Effects of magnitude uncertainties on estimating the parameters in the Gutenberg-Richter frequency-magnitude law[J]. *Bull Seism Soc Amer*, 75: 1 681~1 697
- Tinti S, Mularia F. 1985b. Application of the extreme value approaches to the apparent magnitude distribution of the earthquakes[J]. *Pure Appl Geophys*, 123: 199~220
- Turcotte D L. 1989. A fractal approach to probabilistic seismic hazard assessment[J]. *Tectonophysics*, 167: 171~177
- Turcotte D L. 1992. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1~221
- Wiemer S, Benoit J. 1996. Mapping the b -value anomaly at 100 km depth in the Alaska and New Zealand subduction zones[J]. *Geophys Res Lett*, 23: 1 557~1 560
- Wyss M, Shimazaki K, Wiemer S. 1997. Mapping active magma chambers by b values beneath the off-Ito volcano, Japan [J]. *J Geophys Res*, 102: 20 413~20 422

THE EFFECT OF THE MAGNITUDE UNCERTAINTY ON THE b VALUE

Qin Changyuan

(*Laboratory of Geophysics, University of Thessaloniki, Thessaloniki, GR54006 Greece*)

Abstract: Since the magnitude is usually not the same from one catalog to another for the same earthquake, the calculated b value will change with different catalogs. Big b error is usually introduced when the magnitudes of the events are not well measured. For this reason, based on the uncertainty of the observed magnitude, *i. e.*, the “apparent” magnitude, the frequency-magnitude relation (Gutenberg-Richter relation) was estimated by assuming the normal distribution of the apparent magnitude around the “true” one. The number of the events with same “true” magnitude was recalculated according to this distribution. The error of the b value obtained with the “true” magnitude is largely reduced by taking into account the distribution of the “apparent” ones. In order to show the advantage of the present method, the b values in the three zones in China are calculated with both ordinary and present method. Furthermore, in consideration of the magnitude saturation of the large events, the data set was divided into two parts on $M=7.0$. Results obtained by the method presented in this paper are of higher precision than those with ordinary method.

Key words: magnitude; uncertainty; b -value