

陕西地磁短周期变化异常解释^{*}

范国华 姚同起 韩克礼

(中国北京 100081 中国地震局地球物理研究所)

摘要 1996 年 9 月从陕西南部石泉至甘肃宁县布设地磁短周期变化观测临时测线。通过测点地磁转换函数, 分析了该区地磁短周期变化特征。根据子波变换进行多尺度分析的理论, 提取了该区地磁短周期变化异常的区域性源的影响成分。并以此为观测数据, 反演研究了测线地下相应于区域性源的二维导电率结构。在反演研究中, 将 Zhdanov 等提出的基于观测电磁场和导电率模型理论计算场的剩余场总能量最小, 并且引入迁移剩余场概念的反演方法, 引入磁变测深数据的反演中。反演结果给出了测线地下 100 km 深度范围内的导电率结构, 指出高导电率区位于武功、乾陵一带地下; 并且讨论了该反演方法的主要特点, 即能较好地反映异常导电率区域的深度和导电率分布, 且反演中能允许大数量的反演模型参数。

关键词 地磁转换函数 子波变换 迁移剩余场

1 陕西地磁短周期变化异常简介

1996 年 9 月从陕西南部石泉至甘肃宁县布设了由石泉(SQ)、佛坪(FP)、板房子(BF)、周至(ZZ)、武功(WG)、乾陵(QL)、彬县(BX)、宁县(NX)等测点组成的基本上为南北向的一条临时测线, 在测线上进行了地磁短周期变化三分量的同步观测。观测结果显示, 地磁垂直分量短周期变化在武功、乾陵之间存在一反向轴, 在反向轴两侧其垂直分量短周期变化反向。地磁短周期变化的北向分量在武功最大, 向两侧随距离增加而衰减。通过对观测数据的分析处理, 计算了各测点从 3 min~2 h 各周期成分的地磁垂直转换函数、水平转换函数以及各分量谱成分与参考场的关系。通过对地磁短周期变化转换函数的空间分布和周期特性的分析指出: 各测点的地磁短周期变化受测点附近局部异常感应电流的影响, 以及受武功、乾陵地下近东西向异常感应电流集中的区域性影响(范国华等, 1998)。

本文主要研究相应于区域性源的导电率结构。为了研究区域性源的影响, 我们需要将区域性影响与测点附近的局部异常感应电流的影响加以区分。为此, 我们首先进行了数据预处理, 根据这种区分处理的需要, 通过内插公式将不等间距点的数值内插为等间距点的数据。本研究数据处理所用的不等间距点插值公式是

$$f(x) = y_0 + y_{0,1}(x - x_0) + y_{0,1,2}(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + y_{0,1,\dots,n}(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1}) + R_n(x) \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助课题。中国地震局地球物理研究所论著 99AC1036。
1999-03-04 收到初稿, 1999-06-23 收到修改稿并决定采用。

其中, $y_{0,1}$, $y_{0,1,2} \dots$, $y_{0,1,\dots,n}$ 分别为 1 阶、2 阶和 n 阶差商, $R_n(x)$ 为残差项. 我们的具体计算中仅用到 3 阶差商的项. 局部异常感应电流的影响应该具有随空间变化较快、空间尺度较小的特点; 而区域性异常感应电流集中的影响随空间的变化较平缓, 且具有较大的空间尺度. 子波变换方法现在已被广泛作为多尺度分析的工具(侯遵泽, 杨文采, 1997; Kuman, 1997). 本研究中也利用子波变换方法, 将提取的地磁转换函数空间分布中的大尺度变化成分作为区域性异常感应电流集中影响的近似. 子波变换方法利用 Mallat 和 Zhong (1992) 的离散二进子波变换法

$$W_{2^j}^{d+1} f = S_{2^j}^d f * G_j \quad S_{2^j+1}^{d+1} f = S_{2^j}^d f * H_j \quad (2)$$

其中, H_j 和 G_j 分别为相应于 3 次样条子波的滤波器 $H(2^j\omega)$ 和 $G(2^j\omega)$ 的脉冲响应函数, “*”表示卷积运算, 下标 j 表示相应的次数, 上标 d 表示离散运算. $S_{2^j}^d f$ 为 j 次平滑运算的结果, 即为相应的大尺度成分, $W_{2^j}^{d+1} f$ 为相应的平滑运算中存在的小尺度成分. $S_{2^0}^d f$ 即 $S_1^d f$ 为等间距节点采样的原始数据.

2 反演方法

磁变测深解释理论的主要问题是反演问题, 即利用在地球表面所观测的变化磁场决定地下导电率结构. 由于不可能获得地下导电率结构反映在变化磁场上的连续的完备的信息, 以及观测所具有的误差等原因, 反演结果不可能是唯一的, 反演的非单值性也受反演算法稳定性的影响. 至今为止, 人们已经提出了很多有关二维电磁感应问题的反演算法. 其中, 基于最小二乘原理及电磁场和导电率结构之间的函数关系的线形化, 以及雅可比矩阵求逆的反演方法(Weiblt, 1995; Jupp, Vozoff, 1977)得到相当广泛的应用. 在这些算法中, 反演的模型参数往往是已知几何尺寸的网格的导电率. 为了能够较为精确地描述比较复杂的导电率模型, 往往需要较多数量的模型参数, 随之所需计算机内存和计算时间会大大地增加, 而且会导致计算的稳定性降低等问题. 为此, Zhdanov 和 Golubev(1983)提出了以一有限数量参数的函数来描述异常区的导电率结构分布, 以达到减少反演模型参数的目的. 再例如, Oldenburg 等(1993)提出了子空间法, 约束了寻找的矢量数.

在本研究中我们试图利用 Zhdanov 等(1997)提出的方法. 其方法可以简要叙述如下: 根据复数波印亭矢量 \mathbf{P} 在导电率介质的单位体积每秒以热形式耗散的电磁能量为

$$\nabla \cdot \operatorname{Re} \mathbf{P} = -\frac{1}{2} \sigma \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*$$

在二维 E 极化的情况下, 设 \mathbf{E} 沿 y 方向, 即 $\mathbf{E} = E_y \mathbf{dy}$. 导电介质位于 $z \geq 0$ 的下半空间, 根据格林定理以及电磁场在介质中的衰减特性, 可得出在整个下半空间的总能量耗散 Q 为

$$Q = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{P} \cdot \mathbf{d}z \mathbf{d}l = -\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} (E_y H_x^* + E_y^* H_x) \mathbf{dx} \quad (3)$$

式中, 对 \mathbf{dx} 的积分为沿地表 x 方向的积分. 假设给出一导电率分布模型 $\sigma_b(x, z)$, 其在 $z=0$ 表面上的电磁场为 $E_y^b(x', 0, \omega)$ 和 $H_x^b(x', 0, \omega)$; 观测的场为 $E_y^{\text{obs}}(x', 0, \omega)$ 和 $H_x^{\text{obs}}(x', 0, \omega)$. 定义在 $z=0$ 表面上的剩余场 $E_y^{\Delta}(x', 0, \omega)$ 和 $H_x^{\Delta}(x', 0, \omega)$ 分别为

$$\begin{cases} E_y^{\Delta}(x', 0, \omega) = E_y^{\text{obs}}(x', 0, \omega) - E_y^b(x', 0, \omega) \\ H_x^{\Delta}(x', 0, \omega) = H_x^{\text{obs}}(x', 0, \omega) - H_x^b(x', 0, \omega) \end{cases} \quad (4)$$

通过 $z=0$ 表面上的剩余场总能量流 Q^{Δ} 为

$$Q^\Delta = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} (E_y^\Delta H_x^{\Delta*} + E_y^{\Delta*} H_x^\Delta) dx' + d\omega \quad (5)$$

Q^Δ 依赖于 $\sigma_b(x, z)$, 即 $Q^\Delta = Q^\Delta(\sigma_b)$. 二维反演问题可以转化为使 $Q^\Delta(\sigma_b)$ 最小. 为此, 假定有一导电率异常分布区, 在其内 $\sigma_b'(x, z) = \sigma_b(x, z) + \delta\sigma(x, z)$, 即有

$$\delta Q(\sigma, \delta\sigma) = \frac{1}{4} \int_{\Omega} \int_{-\infty}^{+\infty} (\delta E_y^\Delta H_x^{\Delta*} + E_y^\Delta \delta H_x^{\Delta*} + \delta E_y^{\Delta*} H_x^\Delta + E_y^{\Delta*} \delta H_x^\Delta) dx' d\omega \quad (6)$$

$$\begin{cases} \delta E_y^\Delta = \delta [E_y^{\text{obs}}(x', 0, \omega) - E_y^b(x', 0, \omega)] = -\delta E_y^b(x', 0, \omega) \\ \delta H_x^{\Delta*} = \delta [H_x^{\text{obs}*}(x', 0, \omega) - H_x^{b*}(x', 0, \omega)] = -\delta H_x^{b*}(x', 0, \omega) \end{cases} \quad (7)$$

引入格林函数可得

$$\begin{aligned} \delta Q^\Delta(\sigma, \delta\sigma) = & -\frac{1}{4} \iint_D \delta\sigma \int_{\Omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(i\omega\mu_0 G_{\sigma_b} E_y^b H_x^{\Delta*} - E_y^\Delta \frac{\partial G_{\sigma_b}^*}{\partial z'} E_y^{b*} - \right. \\ & \left. i\omega\mu_0 G_{\sigma_b}^* E_y^{b*} H_x^\Delta - E_y^{\Delta*} \frac{\partial G_{\sigma_b}}{\partial z'} E_y^b \right) dx' d\omega ds \end{aligned} \quad (8)$$

根据 Zhdanov 等(1997)定义的迁移剩余场 $E_y^{\Delta m}$ 为

$$\begin{aligned} E_y^{\Delta m}(x, z) = & \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{\sigma_b}(x, z | x', z') \frac{\partial E_y^{\Delta*}(x', z')}{\partial z'} - \\ & E_y^{\Delta*}(x', z') \frac{\partial G_{\sigma_b}(x, z | x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0}) dx' \end{aligned} \quad (9)$$

式(8)可写为

$$\delta Q^\Delta(\sigma, \delta\sigma) = -\frac{1}{2} \iint_S \delta\sigma \operatorname{Re} \int_{\Omega} E_y^b E_y^{\Delta m} d\omega ds \quad (10)$$

为使 δQ^Δ 沿梯度方向减小, 使

$$\delta\sigma(x, z) = -k_0 \iota(x, z) \quad (11)$$

当 $\iota(x, z) = \operatorname{Re} \int_{\Omega} E_y^b E_y^{\Delta m} d\omega$, 且 $k_0 > 0$ 时

$$\delta Q^\Delta(\sigma_b, \delta\sigma) = -\frac{1}{2} k_0 \iint_S \left[\operatorname{Re} \int_{\Omega} E_y^b E_y^{\Delta m} d\omega \right]^2 ds \quad (12)$$

保证了 $\delta Q^\Delta < 0$. 最佳 k_0 值可由剩余场能量是 k_0 的函数以及使剩余场能量对 k_0 的导数为零计算获得.

由于实际观测的电磁场为磁场变化三分量, 为了将上述公式用于磁变测深, 公式中的观测电场及电场的偏导数以磁场分量及磁场分量的偏导数来表示. 具体的反演程序采用迭代运算. 为了检验所编制的程序在磁变测深数据反演中的能力, 选择了几个导电率模型. 利用导电率模型有限元法的正演计算, 得到地表的磁场值, 并以此为观测数据反演了地下导电率结构. 所得导电率结构与 Zhdanov 等(1997)文中的结果相当一致, 说明所编制的程序在磁变测深数据反演的应用中同样具有较好的效果.

3 观测数据的反演

根据范国华(1998)的分析, 测线所在地区的地磁短周期变化存在区域性源的影响, 该区域性影响为存在于武功和乾陵之间地下近东西向的异常感应电流集中. 因此, 在本研究所用的 E 极化反演中, 所用的电磁场分量为 E_y, H_x, H_z . 观测异常场可用地磁转换函数的

A 和 C 近似描述. A 和 C 的空间分布经内插和子波变换提取大尺度的区域性影响后, 利用地磁虚拟事件原理得到沿测线的 H_x 和 H_z 在 40 个内插点上的空间分布. 这些数据被作为反演计算中的观测数据. 反演计算中共用了 320, 515, 816, 1 292, 2 048, 3 246 s 的 6 个周期的观测数据. 反演计算中所用的导电率结构模型的正演计算基于有限元法. 模型所用的网格由宽 60 格和高 40 格组成. 异常导电率分布区域由地表向下宽 40 格和高 20 格的网格组成. 每个网格单元是边长 5 km 的正方形. 在反演开始的初始导电率模型中, 包括正常区和异常区所有网格单元的导电率为 $0.001 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$. 图 1 给出了经 4 次迭代反演后的在测

图 1 6 个周期观测数据反演得到的地下导电率结构

期变化在武功、乾陵之间的反向轴。北向分量在武功最大，且向两侧随距离增加而衰减的分布。在导电率结构反演中，6个不同周期的地表磁场 H_x 、 H_z 和观测场的总体均方误差为 0.04 nT。

线下宽 200 km、深 100 km 范围内的导电率分布结果。每个网格的导电率大小由相应的数值表示，数值越大则导电率越大。数值和导电率的对应关系如表 1 所示。

表 1 导电率和相应数值的对应关系

相应数值	导电率/S·m ⁻¹
1	$\sigma \leq 0.0016$
2	$0.0016 < \sigma \leq 0.0025$
3	$0.0025 < \sigma \leq 0.004$
4	$0.004 < \sigma \leq 0.006$
5	$0.006 < \sigma \leq 0.01$
6	$0.01 < \sigma \leq 0.016$
7	$0.016 < \sigma \leq 0.025$
8	$0.025 < \sigma \leq 0.04$

由图1明显可见：武功、乾陵地下介质具有较高导电率。这种导电率结构导致异常感应电流在此集中，形成地磁垂直分量短周

4 讨论

本研究在磁变观测资料的反演中, 引用了 Zhdanov 等(1997)提出的基于观测电磁场和导电率模型理论计算场的剩余场总能量最小, 并且引入迁移剩余场概念的反演方法。根据我们编制的程序对导电率模型的正演计算磁场的反演结果表明: 该算法对反映异常导电率结构的顶面深度及导电率的分布有较好的能力。而另一较吸引人的特点是: 这种反演方法中可以包含大数量的模型参数。现在较为广泛应用的基于反演问题的线形化, 以及利用由此导出的雅可比矩阵求逆的反演方法, 当需要反映较为复杂的导电率结构时, 所求解的导电率模型参数数目会大量增加。一般说来, 理论上要求模型参数的数目小于观测数据的数目。在这种情况下, 若观测数据的数目为 m , 模型参数的数目为 n , 则雅可比矩阵为 $m \times n$ 阶。当 m 和 n 都比较大时, 雅可比矩阵变得相当大, 计算量大大增加, 且计算稳定性降低。所以一般尽量采用较少的模型参数。当观测数据的数目较少时, 就限定了模型参数的数

目, 导致不能反映地下较为复杂的结构. 此时若要求较大多数目的模型参数, 或许可以采用不定问题的反演方法, 则在反演中要引入对模型参数的预知信息, 这是一个值得进一步探讨的问题. 本研究所引用的反演方法中, 反演参数数目不受观测数据数目的约束, 对所需计算机的内存及计算时间都影响不大. 从实际的反演计算过程中可以看出, 主要的计算时间用在导电率模型的正演计算中. 这些优点是反演计算方法使人感兴趣的方面.

在开始反演探讨时, 由于所用的观测数据为原始观测数据, 反演结果表现为剩余场总体均方误差处于较大的水平上, 而且很难进一步减少. 分析误差的具体分布指出, 某些测点的较短周期变化的剩余场相当大, 较长周期变化的剩余场似乎好一些. 这种情况表明了测点附近存在局部感应的影响. 我们的测点布局无法得到测点附近局部感应的空间分布信息, 因而无法研究这种局部感应的影响. 在区域性源的研究中, 这种局部感应的影响则作为噪音的形式出现. 所以我们在反演前, 首先进行了区域性源的影响和局部感应影响的分离. 这种分离在今后磁变测深的解释中应当引起足够的重视. 因为实际的磁变测深中可能很难遇到非常单纯的构造.

参 考 文 献

- 范国华, 姚同起, 韩克礼. 1998. 陕西地磁短周期变化分布特征. 地震学报, **20**(6): 604~621
侯遵泽, 杨文采. 1997. 中国重力异常的子波变换与多尺度分析. 地球物理学报, **40**(1): 85~94
Jupp D L B, Vozoff K. 1977. Two-dimensional magneto-telluric inversion. *Geophys J R Artr Soc*, **50**: 333~352
Kumar P. 1997. Wavelet analysis for geophysical application. *Rev Geophys*, **35**(4): 385~412
Mallat S, Zhong S. 1992. Wavelet maxima representation. In: Meyer Y ed. *Wavelets and Application*. New York: Masson, 207~285
Oldenburg D W, McGillivray P R, Ellis R G. 1993. Generalized subspace methods for large-scale inverse problems. *Geophys J Intl*, **114**: 12~20
Weidelt P. 1975. Inversion of two-dimensional conductivity structure. *Phys Earth Planet Inter*, **10**: 282~292
Zhdanov M S, Traynin P. 1997. Migration versus inversion in electromagnetic imaging technique. *J Geomagn Geoelec*, **49**: 1 415~1 437
Zhdanov M S, Golubev N G. 1983. Use of the finite function method for the 2-D inverse problem. *J Geomagn Geoclec*, **35**: 707~721