第15卷 第1期　　地　震　学　报　　Vol.15, No.1
1993年2月　(68－75)　　ACTA SEISMOLOGICA SINICA　　Feb., 1993

瞬时频谱分析及其在地震趋势估计中的应用*

郑治真　胡劲波

(中国北京 100081 国家地震局地球物理研究所)

摘　要

首先简述了瞬时频谱分析理论,并用3个信号的瞬时频谱计算结果与其Fourier谱的比较,说明了瞬时谱的优越性.最后,将瞬时频谱分析用于华北地区几个地震带的地震趋势估计的研究中.结果表明,用地震序列的瞬时谱分析,不仅对未来大震的发生时间,而且对大地震的震级,都能给出较好的估计.

关键词　瞬时频谱; WD; 瞬时频率

1. 引　言

频谱分析方法在地震资料处理中有着广泛的应用.例如震源参数的频谱研究,用频谱分析方法从地震前兆观测资料中提取地震孕育信息,特别是从地震序列的频谱分析结果中提取大地震的复发周期,用于大地震的趋势估计,是前人研究中常用的方法.但是,前人所用的各种谱分析方法,不论是Fourier谱、功率谱、还是最大熵谱,都属于稳态信号分析理论,只适用于稳态信号的处理,它所给出的参数只是信号总体的平均结果.然而,越来越多的研究表明,地震孕育过程是非稳态过程,因而采用稳态谱分析方法从地震前兆资料中提取的信息,在地震趋势估计中收效甚微.尽管一些人采用SFT方法,试图改进频谱计算结果(Jane *et al.*, 1983),但是SFT方法本身仍然建立在稳态假设基础上,没有取得明显改进.本文引用瞬态频谱分析理论,又称WD(Wigner Distribution),它适用于非稳态信号分析,能给出时间信号在任一时刻的频率成份.WD是Wigner(1932)提出来的,用于量子力学研究中.1948年Ville把它引入信号分析中.Classen等(1980)在信号分析理论基础上,对WD进行了详细研究.到目前为止,已有不少学科开始应用WD,并获得显著成功(Boachan, 1985; Martin, 1984; Bartels *et al.*, 1986).

本文通过对华北地区几个地震带地震序列的分析研究,探讨了WD在地震趋势估计中的应用.前人的大量研究表明,采用稳态频谱理论分析地震序列,只能获得序列总体的

* 国家地震局地球物理研究所论著93A0013.

1990年12月24日收到本文初稿,1991年9月13日决定采用.

平均性质，而地震趋势估计需要的是随时间不断变化的信息．采用 WD 方法恰恰满足了上述要求，不仅能获得任一时刻的瞬时周期，而且能估计未来地震的震级，从而为用地震序列估计大震趋势开辟了新途径．

2. WD 简介

下面仅介绍本文需用到的一些 WD 的重要内容：

2.1 连续信号的WD

两个任意信号 $f(t)$ 和 $g(t)$，它们的互 WD（Cross-Wigner Distribution）定义为

$$W_{f,g}(t,\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j\omega\tau}f(t+\frac{\tau}{2})g^{*}(t-\frac{\tau}{2})\mathrm{d}\tau$$

一个信号的 $f(t)$ 的自 WD（Auto-Wigner Distribution）定义为

$$W_{f}(t,\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j\omega\tau}f(t+\frac{\tau}{2})f^{*}(t-\frac{\tau}{2})\mathrm{d}\tau \tag{1}$$

若 $F(\omega)$ 是 $f(t)$ 的 Fourier 变换，那么 $f(t)$ 的 WD 还定义为

$$W_{F}(\omega,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{j\xi t}F(\omega+\frac{\xi}{2})F^{*}(\omega-\frac{\xi}{2})\mathrm{d}\xi \tag{2}$$

且有

$$W_{f}(t,\omega)=W_{F}(\omega,t) \tag{3}$$

（3）式说明了信号 WD 的定义，在时间域和频率域中是对称的．

据本文需要，以下仅介绍自 WD．

2.2 WD 的几个重要性质

（1）时移性　若 $f(t-t_1)$，则有 $W_f(t-t_1,\omega)$；

（2）频移性　若 $f(t)\cdot e^{j\ \ t}$，则有 $W_f(t,\omega-\Omega)$；

（3）时限性　若 $f(t)=0$，$t<t_a$ 或 $t>t_b$，则有 $W_f(t,\omega)=0$，　$t<t_a$ 或 $t>t_b$；

（4）频限性　若 $F(\omega)=0$，$\omega<\omega_a$ 或 $\omega>\omega_b$，则有 $W_f(t,\omega)=0$，$\omega<\omega_a$ 或 $\omega>\omega_b$；

（5）平均频率　定义为

$$\Omega_f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\omega W_f(t,\omega)\mathrm{d}\omega\Big/\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}W_f(t,\omega)\mathrm{d}\omega \tag{4}$$

若 $f(t)=v(t)e^{j\ \ (t)}$，可以证明有

$$\Omega_f(t) = \quad '(t)$$

即平均频率等于瞬时频率(这是本文要用到的性质).

(6)平均时间 定义为

$$T_f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} tW_f(t,\omega)\mathrm{d}t \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} W_f(t,\omega)\mathrm{d}t$$

若 $F(\omega) = A(\omega)e^{j\psi(\omega)}$,可以证明有

$$T_f(\omega) = -\psi'(\omega)$$

即平均时间等于群延迟.

(7)解析信号的 WD 令 $f(t)$ 是实信号,定义它的解析信号为

$$f_a(t) = f(t) + j\hat{f}(t) \tag{5}$$

式中,$\hat{f}(t)$ 是 $f(t)$ 的 Hilbert 变换

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{\pi} v\cdot p \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t-\tau} d\tau \qquad (v\cdot p\text{表示主值})$$

解析信号的谱满足

$$F_a(\omega) = \begin{cases} 2F(\omega) & \omega > 0 \\ F(\omega) & \omega = 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases} \tag{6}$$

解析信号的 WD 满足

$$W_{f_a}(t,\omega) = 0 \qquad \omega < 0 \tag{7}$$

(本文采用解析信号对地震序列进行分析).

(8)实值性 任何实信号或者复信号,其 WD 是变量 t 和 ω 的实函数.

值得注意的是,WD 不具有正值性,因而不能简单地把它看作信号的能量.但是,如果采用高斯窗,则可消除负值.

2.3 离散信号的WD

离散信号 $f(n)$,其 WD 定义为

$$W_f(n,\omega) = 2\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j2k\omega} f(n+k) f^*(n-k) \tag{8}$$

式中,$W_f(n,\omega)$ 是离散变量 n 和连续变量 ω 的函数.且对变量 ω 具有周期 π.将一个连续信号 $f(t)$ 离散为 $f(n)$,$f(n)$ 的 WD 象离散 Fourier 变换一样存在混淆问题.但是对过采样信号和解析信号不存在混淆问题.

连续信号 $f_a(t)$ 和它的采样信号 $f(n)$ 的 WD 之间有下述关系:

$$W_f(n,\omega)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}W_{f_a}\left(nT,\ \frac{k\pi+\omega}{T}\right) \tag{9}$$

上式中的 T 为采样间隔.

实际计算中,不可能取无穷长数据,必须加窗.若令窗 $W(k)$的长度 $M=2L-1$, 采样间隔为$T=1$, 通常用下述公式计算WD:

$$PWD(n,\pi m/M)=\sum_{k=-L+1}^{L-1}\exp(-j2\pi km/M)P(k)f(n+k)f^{*}(n+k) \tag{10}$$

上式中，$P(k)=W(k)W^{*}(k)$.因为加了窗,所以称为伪 WD(Pseudo-WD).

更详细内容请参看Classen 等(1980).

3. WD 与 Fourier 变换比较

为了研究 WD 的非稳态特点,选用 3 个时间函数,计算它们的 WD 和 Fourier 谱,比较其异同,结果一目了然. 3 个时间信号为

(1) 调幅信号　$f(t)=[1+0.5\cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_c t)$

(2) 调频信号　$f(t)=\cos[2\pi f_c+6\cos(2\pi f_m t)]$

(3) 调幅调频信号　$f(t)=[1+0.5\cos(2\pi f_m t)]\times\cos[2\pi f_c t+6\cos(2\pi f_m t)]$

其中，$f_c=10\,\mathrm{Hz}$，$f_m=0.5\,\mathrm{Hz}$．用(10)式计算了上述3个时变信号的 WD,采样间隔为 $T=1/32\,\mathrm{s}$,采用高氏窗函数 $W(k)$,其中 $L=32$.

图 1a,图 2a 和图 3a 是上述 3 个时变信号的 WD. 图 1a 清楚地表现出振幅谱随时间变化,图 2a 清楚地表现出频率随时间变化,图 3a 清楚地表现出振幅和频率都随时间变化. 因而 WD 能很好地给出信号的时变性质,即非稳态性质. 图 1b,图 2b 和图 3b 是这

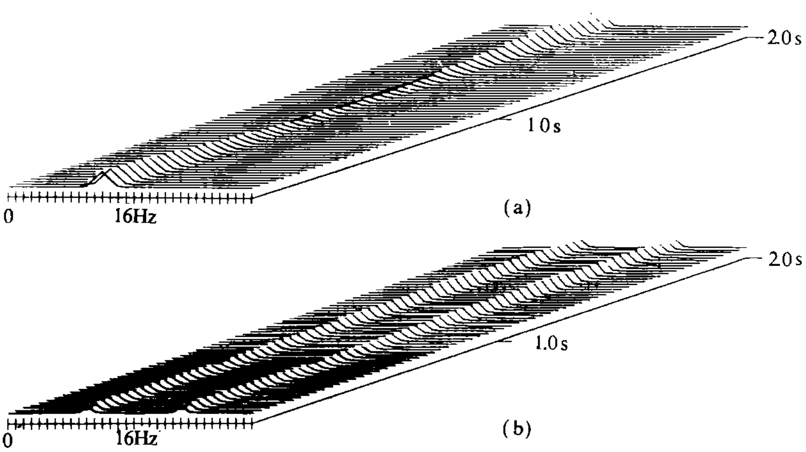

图 1　时变信号$f(t)=[1+0.5\cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_c t)$的 WD(a),Fourier 谱(b)

3个时变函数的 Fourier 谱. 图 1b 没能表现出振幅变化,图 2b 和图 3b 虽然有些频率变

化，但很混乱，特别是 3 个图中都出现了混淆现象，多出一个假频谱. 在这种情况下，如果是对某种观测资料进行解释的话，必定导致错误结论.

这虽然是 3 个简单例子，但却充分显示了 WD 的优越性.

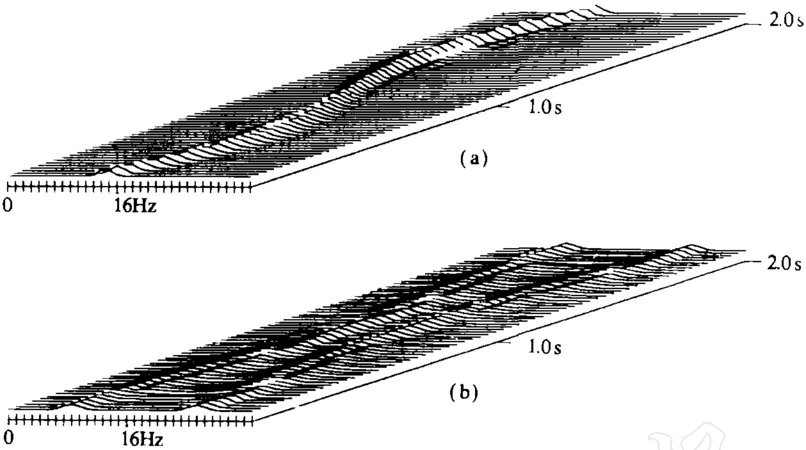

图 2　时变信号 $f(t)=\cos[2\pi f_c t+6\cos(2\pi f_m t)]$ 的 WD(a)，Fourier 谱(b)

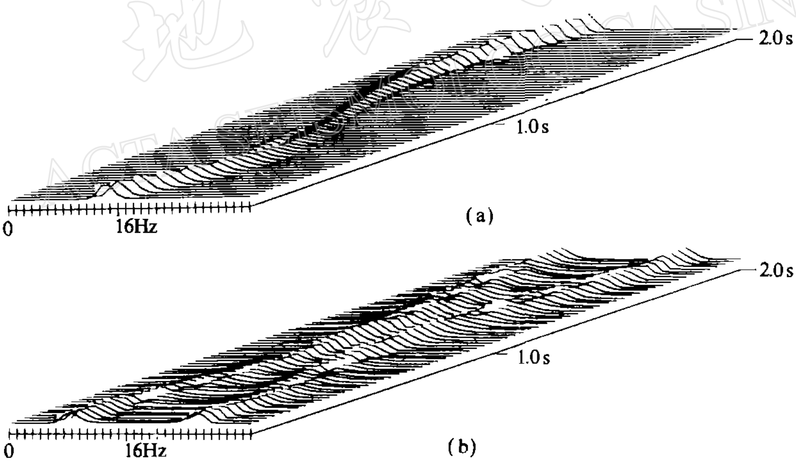

图 3　时变信号 $f(t)=[1+0.5\cos(2\pi f_m t)\times\cos[2\pi f_c t+6\cos(2\pi f_m t)]$ 的 WD(a)，Fourier 谱(b)

4. WD 在地震趋势估计中的应用

4.1 思路

地震孕育是个非稳态过程，因而地震序列也是一个非稳态序列，它在不同时刻携带着不同的地震孕育信息. 本文对地震序列进行 WD 分析，求出每一时刻的瞬时频率(也就得到了瞬时周期)，用瞬时频率预报下次大震的发生时间. 例如，假定未来的某年某月将

发生一个大地震，那么用 WD 分析求得的瞬时频率，应随着用于计算的时间向未来大地震时间的靠近，必定越来越大(即瞬时周期越来越小)．另外，由于地震序列的离散性和随机性，所求得的瞬时频率也具有随机性，因而研究中引进概率"特征值"，定义它为落在单位时间段内预报的次数．研究结果表明，"特征值"与未来大震震级明显相关．

4.2 资料处理

选取大华北地区的地震序列进行研究．由于不同地震带，其地震孕育过程和大震复发周期是不同的，因此将大华北地区又分为 3 个地震带进行研究．表 1 给出了 3个地震带的范围，由 A, B, C, D 4 点确定．

表 1 地震带

地震带	A		B		C		D	
	φ(°N)	λ(°E)	φ(°N)	λ(°E)	φ(°N)	λ(°E)	φ(°N)	λ(°E)
邢台	36	113	36	115.5	38	113	38	115.5
邢台-河间-唐山	36.5	114	36.5	118.5	40	114	40	118.5
海城	39	115	39	125	43	115	43	125

用地震序列的能量的平方根，组成时间序列$f(t)$

$$f(t)=\sum_i \sqrt{E_i} \tag{11}$$

$$E=(10^{1.5m_s}+11.8)\times 10^{-7}\ \mathrm{J} \tag{12}$$

在进行 WD 计算时，采用高斯窗函数

$$W(t)=e^{-t^2/2L^2} \tag{13}$$

表 2 给出了各个地震带所用资料的时间段、采样间隔、采样点数和 L 值．

表 2 地震资料的参数

地震带	时间段(年·月)	采样间隔(月)	采样点数	L 值
邢台	1954.9－1975.12	1	256	15
邢台-河间-唐山	1965.5－1975.12	1	128	15
海城	1960.1－1975.12	6	32	8

现以邢台地震带为例，予以详细说明：

采用邢台地区(36－38°N, 113－115.5°E)1954 年 9 月 －1975 年 12 月之间的$M_S<5$的地震序列，采样间隔为一个月，即将每个月里的 $M_S<5.0$ 地震，按(11)式和(12)式计算出相应的$f(n)$值．为了避免混淆现象和求得瞬时频率，首先用(5)式求出$f(n)$的解析序列$f_a(n)$，然后用(10)式求出$f_a(n)$的 WD，再利用(4)式求出瞬时频率．最后，根据落在每个时间段内的预报次数计算特征值．

例如，对 1954 年 9 月求得瞬时频率为 1/123，即从 1954 年 9 月起 123 月，也就是 1964 年 12 月将发生 $M_S>5.0$ 地震．但是，1964 年 12 月之前，可能有几个时间都预报在 1964 年

12 月有 $M_S > 5.0$ 地震,例如有 8 次,那么,1964 年 12 月的特征值即为 8,其它类推.

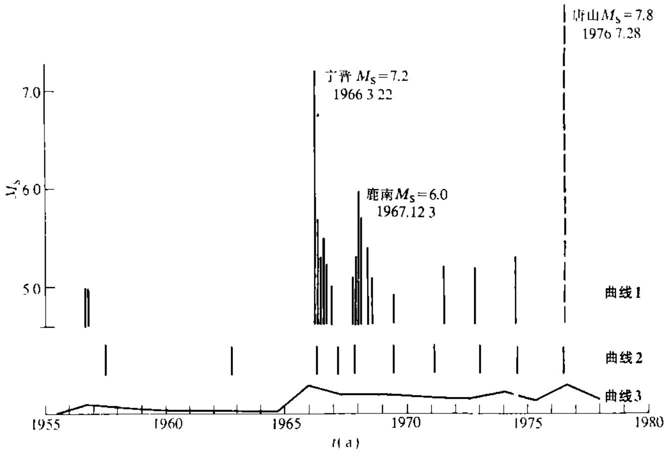

图 4 邢台地震带地震趋势估计

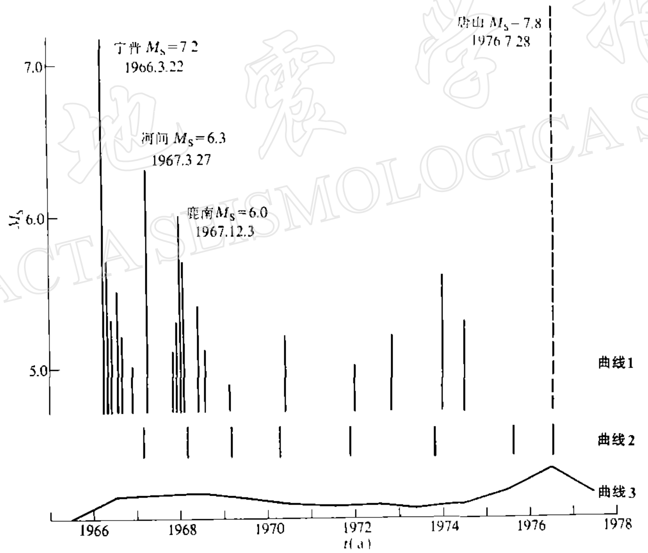

图 5 邢台-河间-唐山地震带地震趋势估计

4.3 结果

图 4 是据上述方法,对邢台地震带地震趋势估计结果.图中有 3 列线,最上一列线表示实际发生的 $M_S > 5.0$ 地震,中间一列线为预报发生 $M_S > 5.0$ 地震的时间,最下一列线为特征值.

图 4 中有 3 个结果是明显的:首先,预报的时间与实际发生大地震的时间较吻合; 其次,特征值越大,对应的地震越大; 其三,用邢台地震带 1975 年 12 月之前资料,预报出了 1976 年 7 月份的唐山大地震,不论是预报的时间还是震级都较好.这说明了邢台地震带是华北地震活动的“应力窗口”.

图 5 是邢台-河间-唐山地震带地震趋势估计结果.由于资料仅从 1965 年开始,所以 1966 年 3 月邢台地震的发震时间没预报出来,而特征值表明有一个大地震.但是对 1976年 7

月的唐山地震预报得很好.

图 6 是海城地震带地震趋势估计结果. 由图看出，对 1975 年 2 月的海城地震预报得很好.

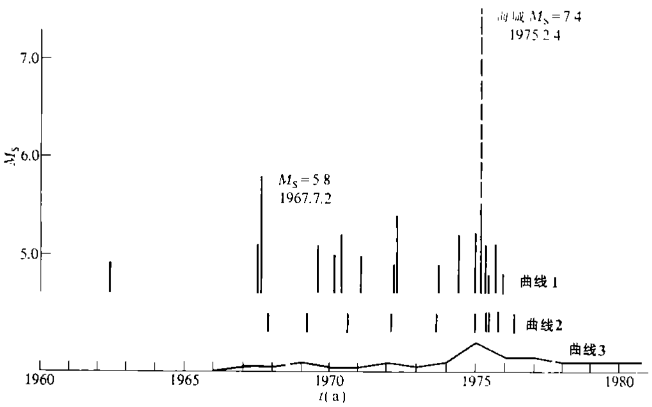

图 6　海城地震带地震趋势估计

5. 讨　　论

用地震序列分析进行大地震趋势估计有很多种方法. 本文采用 WD 方法，结果表明不但能估计大地震发生时间，还能估计大地震的震级，是地震序列分析中一种较好方法. 但是，本文获得的结果仅仅是对已有资料的后验，后验往往是容易实现的，它与预报有本质差异. 要发展该方法，必须在实际预报中进行检验和完善. 此外，就方法本身也还有不少需改进之处，如：(1) 对地区和震级的选择应寻找更合理的标准；(2) 文中关于特征值结果表明，特征值越大，所对应的地震越大. 由于仅研究了 3 个地区，还不能给出定量关系，而且特征值本身应归一化；(3) 结果表明，只有资料足够长，预报效果才较好. 因此，应进一步研究对较短观测资料如何应用该方法. 总之，本文仅仅是一个初步结果.

参 考 文 献

Boachan, B. and Escadie, B., 1985. Winger-Ville analysis of asymptotic signals and applications. *Signal Processing*, **B**, 8, 315－327.

Bartels, B. G. F. and Parks, T. W., 1986. The time varying filtering and signal estimation, using Wigner distribution synthesis techniques. *IEEE Trans.*, *ASSP*－**34**, 442－451.

Classen, T. A. C. M. and Mecklenbrauker, W. F. G., 1980. The Wigner distribution－a tool for time-frequency signal analysis. *Philips J. Res.*, **35**, 217－250.

Jane, C. P. and Kaizer, A. J. M., 1983. Time-frequency distribution of loudspeakers: the application of Wigner distribution. *J. Audio Eng. Soc.*, **31**, 198－222.

Martin, M., 1984. Measuring the degree of nonstationary by using Wigner-Ville spectrum. *ICASSP*－84, **3**, 41B, 1－4.

Wigner, E., 1932. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Phys. Rev.*, **40**, 749－759.