

郑需要, 董天立, 刘一霖. 2010. 变井源距垂直地震剖面各向异性参数反演. 地震学报, 32(2): 157-166.
Zheng Xuyao, Dong Tianli, Liu Yilin. 2010. Inversion of seismic anisotropic parameters for walkaway VSP data. *Acta Seismologica Sinica*, 32(2): 157-166.

变井源距垂直地震剖面各向异性参数反演^{*}

郑需要^{1),*} 董天立²⁾ 刘一霖¹⁾

1) 中国北京 100081 中国地震局地球物理研究所

2) 中国郑州 450052 郑州铁路职业技术学院

摘要 利用微扰理论推导了弱各向异性(WA)介质参数正反演计算的基本公式; 给出了在已知慢度矢量的一个分量和偏振矢量情况下确定WA参数的方法. 如果这一方法被用于单一的变井源距垂直地震剖面(walkaway VSP)资料, 可以获得9个WA参数. 这9个WA参数完全决定了qP波和两个qS波在由剖面和钻井所决定的平面内传播的特性. 对单条walkaway VSP观测系统数据的产生和WA参数的反演进行了数值模拟计算, 对所能确定的WA参数及其可靠性进行了详细的讨论.

关键词 地震各向异性 弱各向异性(WA)参数 反演 变井源距垂直地震剖面

doi:10.3969/j.issn.0253-3782.2010.02.003 中图分类号: P315.3⁺1 文献标识码: A

Inversion of seismic anisotropic parameters for walkaway VSP data

Zheng Xuyao^{1),*} Dong Tianli²⁾ Liu Yilin¹⁾

1) Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China

2) Zhengzhou Railway Vocational and Technical College, Zhengzhou 450052, China

Abstract: Forward and inversion formulae are derived for the weakly anisotropic (WA) media by using the perturbation theory. We present a method to determine the WA parameters when the polarization vector and one component of slowness vector are known. If this method is applied to a single walkaway VSP data, 9 WA parameters can be obtained. The WA parameters completely determine the property of qP wave and two qS waves propagating in a plane composed of the profile and drill well. A walkaway VSP model test was carried out to generate polarization vector and a component of slowness vector as "observed data". The data set are inverted for the 9 WA parameters to test the accuracy and reliability of the presented formulae.

Key words: seismic anisotropy; weakly anisotropic (WA) parameter; inversion; walkaway VSP

* 基金项目 国家自然科学基金项目(40574060)、科技部《国家地震网络计算应用系统建设》项目(2005DKA64003)和公益性科研院所基本科研业务专项(DQJB08B22)资助. 中国地震局地球物理研究所论著10AC1012.

收稿日期 2009-02-16 收到初稿, 2009-08-26 决定采用修改稿.

† 通讯作者 e-mail: xuyaozheng@yahoo.com.cn

引言

地震波在各向异性介质中传播满足 Christoffel 方程(Červený, 2001). 作为 Christoffel 方程特征根和特征矢量的相速度和偏振矢量随地震波传播方向的变化而变化. 一般情况下, 偏振矢量既不平行也不垂直于波的传播方向. 偏振矢量的这一特性常常被用来决定各向异性介质的弹性参数. Christoffel 方程的特征根和特征矢量, 除了少数简单的介质(如横向各向同性介质)外, 一般是弹性参数的非解析函数. 基于大多数各向异性介质是弱各向异性, Jech 和 Pšenčík (1989) 利用微扰理论获得了 Christoffel 方程特征根和特征矢量的近似解析表达式. 其中关于 qP 波的表达式是线性的, 关于 qS 波的表达式是非线性的. 不仅考虑介质相对于参考介质的扰动, 同时也考虑波传播矢量的扰动, Zheng 和 Pšenčík (2002) 推导出了更为普遍的关于 qP 波的解析表达式, 利用多条 walkaway VSP 资料, 他们反演了井下不同深度处 qP 波的 15 个 WA 参数. Zheng (2004) 基于微扰理论得到了关于 qP 波和 qS 波的反演方程, 这些方程给出了如何利用 qP 波和 qS 波慢度矢量的一个、两个或三个分量和偏振矢量反演介质 WA 参数的方法. Gomes 等(2004) 使用 Zheng 和 Pšenčík (2002) 推导出的公式, 对 Java Sea 的一条 walkaway VSP 资料(Horne, Leaney, 2000) 进行了计算, 获得了井下 1600 多米深处的介质的 WA 参数.

在地震勘探中, walkaway VSP 不仅能够准确确定介质的 P 波和 S 波速度, 而且还能确定介质的各向异性参数. 利用 S 波分裂时间延迟和快 S 波的偏振矢量, Majer 等(1988), Queen 和 Rizer(1990), 以及 Winterstein 和 Medows(1991) 对介质的各向异性和含裂隙的油气田构造进行了研究. Winterstein 和 Paulsson(1990), 以及 de Gopha 等(1994) 利用 VSP 走时数据反演了各向异性介质的速度. 利用 VSP 反射波走时数据, Zhang 等(2003) 重建了层状各向异性介质的水平和垂直速度. Chen 等(2006) 使用联合反演方法和宽角地震 qP 波走时和偏振数据, 反演了横向各向同性介质的垂向 P 波速度 v_{p0} 和 Thomsen 参数 ϵ 和 δ .

在 walkaway VSP 观测研究中, 利用慢度矢量的 3 个分量可以完全确定钻井中检波器周围介质的各向异性参数. 在这种情况下, 偏振矢量可作为辅助信息参与计算. 然而在许多情况下, 我们不知道慢度矢量的所有 3 个分量, 为了确定各向异性介质的弹性参数, 偏振矢量就成了必不可少的信息. 当只有一个钻井存在的情况下, 我们只能获得慢度矢量沿钻井方向的一个分量. 我们给出了在已知慢度矢量的一个分量和偏振矢量情况下确定 WA 参数的公式, 对单条 walkaway VSP 观测系统正演和反演进行了数值模拟计算, 对所能确定的 WA 参数的唯一性、可靠性和精度进行了详细的讨论. 在下面公式中使用了爱因斯坦求和约定.

1 地震波在弱各向异性介质中的传播

地震波在各向同性和各向异性介质中传播遵守 Christoffel 方程(Červený, 2001)

$$(\bar{G}_{jk} - \bar{G}_m \delta_{jk}) g_j^{(m)} = 0 \quad (1)$$

式中, $\bar{G}_{jk} = a_{ijkl} n_i n_l$ 是 Christoffel 矩阵, a_{ijkl} 是密度归一化的弹性张量, n_i 是波传播方向的单位矢量, $\bar{G}_m = v_m^2$ ($m=1, 2, 3$) 代表 Christoffel 矩阵的 3 个特征根, $g_j^{(m)}$ 为相应的特征矢量, δ_{ij} 是克罗内克符号; v_m 为波传播的相速度, $m=3$ 代表 P 波, $m=1, 2$ 时分别代表 qS₁ 和 qS₂ 波.

因为许多地壳岩石是弱各向异性介质(Thomsen, 1986), 所以可以使用微扰理论对方程(1)求解, 获得关于 qP 波的相速度和偏振矢量表达式(Zheng, 2004)

$$v_3^2 = \alpha^2 + B_{33} \quad (2)$$

$$g_j^{(3)} = n_j + \alpha(p_i e_i^{(K)}) e_j^{(K)} + \frac{B_{K3}}{\alpha^2 - \beta^2} e_j^{(K)} \quad K = 1, 2 \quad (3)$$

qS₁ 波的相速度和偏振矢量表达式为

$$v_1^2 = \beta^2 + \bar{B}_{11} \quad (4)$$

$$g_j^{(1)} = g_j^{(1)0} + \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\bar{B}_{22} - \bar{B}_{11}} \left(\beta p_j g_j^{(1)0} + \frac{\bar{B}_{13}}{\alpha^2 - \beta^2} \right) \left(\beta p_j g_j^{(2)0} + \frac{\bar{B}_{23}}{\alpha^2 - \beta^2} \right) g_j^{(2)0} - \left(\beta p_j g_j^{(1)0} + \frac{\bar{B}_{13}}{\alpha^2 - \beta^2} \right) g_j^{(3)0} \quad (5)$$

和 qS₂ 波的相速度和偏振矢量表达式

$$v_2^2 = \beta^2 + \bar{B}_{22} \quad (6)$$

$$g_j^{(2)} = g_j^{(1)0} + \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\bar{B}_{11} - \bar{B}_{22}} \left(\beta p_j g_j^{(2)0} + \frac{\bar{B}_{23}}{\alpha^2 - \beta^2} \right) \left(\beta p_j g_j^{(1)0} + \frac{\bar{B}_{13}}{\alpha^2 - \beta^2} \right) g_j^{(2)0} - \left(\beta p_j g_j^{(2)0} + \frac{\bar{B}_{23}}{\alpha^2 - \beta^2} \right) g_j^{(3)0} \quad (7)$$

式中, α 和 β 分别为各向同性参考介质中 P 波和 S 波的相速度; p_j 为各向异性介质中波的慢度矢量. $B_{mn} = \Delta a_{ijkl} e_i^{(m)} n_j n_k e_l^{(n)}$ 被称为弱各向异性矩阵元素, Δa_{ijkl} 是弹性参数 a_{ijkl} 的扰动量, $e_i^{(m)} (m=1, 2, 3)$ 为射线坐标系中相互正交的 3 个单位矢量, 它们与波传播方向 n 的关系如下:

$$\begin{aligned} e^{(1)} &= D^{-1}(n_1 n_3, n_2 n_3, n_3^2 - 1) & e^{(2)} &= D^{-1}(-n_2, n_1, 0) \\ e^{(3)} &= (n_1, n_2, n_3) & D &= (n_1^2 + n_2^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (8)$$

\bar{B}_{11} , \bar{B}_{12} 等是矩阵 \bar{B}_{mn} 的元素, $\bar{B}_{mn} = \Delta a_{ijkl} g_i^{(m)0} n_j n_k g_l^{(n)0}$, Zheng(2004) 文章附录中给出了 \bar{B}_{mn} 与 B_{mn} 之间的关系. $g_i^{(3)0}$ 是各向同性参考介质中 P 波的偏振矢量, $g_i^{(1)0}$ 和 $g_i^{(2)0}$ 是垂直于矢量 $g_i^{(3)0}$ 平面内的两个相互正交的单位矢量, 可以通过下面的关系式求出:

$$\tan 2\psi = \frac{2\bar{B}_{12}}{\bar{B}_{11} - \bar{B}_{22}} \quad (9)$$

式中, ψ 是矢量 $g_i^{(1)0}$ 与 $e_i^{(1)}$ 之间的夹角. 在获得公式(5)和(7)时, 曾经利用了关系式(9).

在获得上述公式时, 我们不仅考虑了弹性参数的扰动, 同时也考虑了波传播方向的扰动. 后一种扰动实际上也是由弹性参数扰动造成的. 表达式(2)是方程(1)的一个特征根, 式(3)是与其对应的特征矢量. 如果知道弱各向异性介质参数, 可以通过式(2)和式(3)计算 qP 波在任意方向传播的相速度和偏振矢量. 关于 WA 参数的定义及其与弱各向异性矩阵元素的关系, 请参见 Zheng(2004, 2007) 文章. 表达式(4)和式(6)是方程(1)的另外两个特征根, 式(5)和式(7)分别是相应的特征矢量. 如果知道了各向异性参数, 利用式(4)和式(6)可以获得 qS₁ 波和 qS₂ 波的相速度, 利用式(5)和式(7)并结合式(9)可以计算相应的偏振矢量.

当 qS₁ 波和 qS₂ 波具有相同的相速度(qS 波的奇点)时, 即 $\bar{B}_{11} = \bar{B}_{22}$, $\bar{B}_{12} = 0$, 公式(9)

中的 ψ 无定义, 决定 qS 波偏振矢量的式(5)和式(7)失效. 在这种情况下, qS 波的偏振矢量可以是位于垂直于波的传播矢量 \mathbf{n} 的平面内的任意单位矢量.

方程(2)和(3)是关于 qP 波在弱各向异性介质中传播的相速度和偏振矢量的正演公式. 式(4)和式(5)是关于 qS₁ 波的正演公式, 式(6)和式(7)是关于 qS₂ 波的正演公式. 这些公式的右边包含着与弹性参数相联系的 WA 参数, 左边是待求的相速度和偏振矢量. 如上所述, 给定各向异性介质的弹性参数或 WA 参数, 则利用这些公式可以得到 qP 波和 qS 波在任意方向传播的相速度和偏振矢量. 如果介质的各向异性较弱, 利用这些公式计算得到的相速度和偏振矢量具有较高的精度. 当介质的各向异性很强时, 可以使用高阶扰动项进行校正(Farra, 2001).

2 弱各向异性介质参数反演方法

在弱各向异性介质中, 慢度矢量可以表示为

$$p_i = p_i^0 + \Delta p_i = p_i^0 + \Delta \xi i_i + \Delta \xi j_i + \Delta \eta k_i = (\xi + \Delta \xi) i_i + (\zeta + \Delta \zeta) j_i + (\eta + \Delta \eta) k_i \quad (10)$$

式中, $p_i^0 = v_0^{-1} n_i$ 是各向同性参考介质中慢度矢量, Δp_i 是它的扰动. i_i , j_i 和 k_i 分别是沿 x , y 和 z 轴的单位矢量的第 i 个分量. $\xi = v_0^{-1} n_1$, $\zeta = v_0^{-1} n_2$ 和 $\eta = v_0^{-1} n_3$ 是慢度矢量 p_i^0 的 3 个投影; $\Delta \xi$, $\Delta \zeta$ 和 $\Delta \eta$ 是它的扰动. 对于 P 波 $v_0 = \alpha$, 对于 S 波 $v_0 = \beta$.

当忽略 $\Delta \xi$, $\Delta \zeta$ 和 $\Delta \eta$ 的二次方项后, 利用式(10)可以得到慢度矢量的平方的近似表达式

$$v^{-2} = p_i p_i = v_0^{-2} (1 + 2v_0^2 \xi \Delta \xi + 2v_0^2 \zeta \Delta \zeta + 2v_0^2 \eta \Delta \eta) \quad (11)$$

比较公式(2)和(11), 可以得到

$$B_{33} = -2\alpha^4 (\xi \Delta \xi + \zeta \Delta \zeta + \eta \Delta \eta) \quad (12)$$

从公式(3)可以得到

$$B_{K3} = (\alpha^2 - \beta^2) (g_j^{(3)} e_j^{(K)} - \alpha \Delta \xi e_1^{(K)} - \alpha \Delta \zeta e_2^{(K)} - \alpha \Delta \eta e_3^{(K)}) \quad (13)$$

方程(12)和(13)是关于 qP 波的线性化反演方程. 方程的左边是待求量, 包含 15 个 WA 参数; 方程的右边是观测量, 即 qP 波的偏振矢量和慢度矢量. 这 15 个 WA 参数可以完全描述 qP 波在弱各向异性介质中的传播规律. 如果知道慢度矢量的 3 个分量, 利用式(12), 则可以获得一般弱各向异性介质与 qP 波相联系的 15 个 WA 参数. 这时式(13)可以作为辅助方程或约束方程参与计算.

在许多地震观测中, 如 walkaway VSP, 可以通过对三分量地震记录图的分析确定 qP 波和 qS 波的偏振矢量. 如果取 $g_i^{(1)}$ 与 $g_i^{(1)0}$ 方向一致, $g_i^{(2)}$ 与 $g_i^{(2)0}$ 方向一致, 则 $g_i^{(3)0}$ 垂直于由 $g_i^{(1)0}$ 与 $g_i^{(2)0}$ 构成的平面. 在这个新坐标系里, qS₁ 和 qS₂ 波的偏振方向分别沿坐标轴的方向 $g_i^{(1)0}$ 和 $g_i^{(2)0}$, 它们的扰动为零. 从公式(4)–(7)出发, 利用式(11), 可以得到关于 qS₁ 和 qS₂ 的反演计算公式(Zheng, 2004):

$$\bar{B}_{KK} = -2\beta^4 (\xi \Delta \xi^{(K)} + \zeta \Delta \zeta^{(K)} + \eta \Delta \eta^{(K)}) \quad (14a)$$

$$\bar{B}_{13} = -(\alpha^2 - \beta^2) \beta (g_1^{(1)0} \Delta \xi^{(K)} + g_2^{(1)0} \Delta \zeta^{(K)} + g_3^{(1)0} \Delta \eta^{(K)}) \quad (15a)$$

$$\bar{B}_{23} = -(\alpha^2 - \beta^2) \beta (g_1^{(2)0} \Delta \xi^{(K)} + g_2^{(2)0} \Delta \zeta^{(K)} + g_3^{(2)0} \Delta \eta^{(K)}) \quad (16a)$$

当 $K=1, 2$ 时, 公式(14a)、(15a)和(16a)分别为 qS_1 和 qS_2 波的反演公式. 这 3 个公式与 qP 波的反演公式具有相同的形式. 公式的右边是观测量, 即慢度矢量的扰动; 公式的左边为待求的物理量, 即 WA 参数, 它们包含在 \bar{B}_{mn} 中. 如果利用 \bar{B}_{mn} 与 B_{mn} 之间的关系 (Zheng, 2004), 则公式(14a)–(16a)可进一步表示为:

$$\cos^2 \psi B_{11} + 2\sin\psi\cos\psi B_{12} + \sin^2 \psi B_{22} = -2\beta^4 (\xi \Delta \xi^{(1)} + \zeta \Delta \zeta^{(1)} + \eta \Delta \eta^{(1)}) \quad (14b)$$

$$\sin^2 \psi B_{11} - 2\sin\psi\cos\psi B_{12} + \cos^2 \psi B_{22} = -2\beta^4 (\xi \Delta \xi^{(2)} + \zeta \Delta \zeta^{(2)} + \eta \Delta \eta^{(2)}) \quad (14c)$$

$$\cos\psi B_{13} + \sin\psi B_{23} = -(\alpha^2 - \beta^2) \beta (g_1^{(1)0} \Delta \xi^{(K)} + g_2^{(1)0} \Delta \zeta^{(K)} + g_3^{(1)0} \Delta \eta^{(K)}) \quad (15b)$$

$$-\sin\psi B_{13} + \cos\psi B_{23} = -(\alpha^2 - \beta^2) \beta (g_1^{(2)0} \Delta \xi^{(K)} + g_2^{(2)0} \Delta \zeta^{(K)} + g_3^{(2)0} \Delta \eta^{(K)}) \quad (16b)$$

这里, ψ 是 $g_i^{(1)0}$ 与 $e_i^{(1)}$ 之间的夹角, 由观测到的 qS 波的偏振矢量确定. 如果知道了 qS_1 或 qS_2 波的慢度矢量的 3 个分量, 使用公式(14)就可以求解相关的 WA 参数, 公式(15)和(16)可以作为辅助或约束条件.

由于观测条件的限制, 在很多实际地震观测中 (Horne, Leaney, 2000), 我们并不能得到慢度矢量的 3 个分量. 如果仅仅知道慢度矢量的一个或两个分量, 要完成对介质各向异性参数的反演, 偏振矢量信息就非常重要. 在公式(12)–(16)中, 通过消去 qP 和 qS 波慢度矢量的两个水平分量, 可以得到下列方程:

$$D \frac{B_{13}}{\alpha^2 - \beta^2} - \eta^{(P)} \frac{B_{33}}{2\alpha} = D g_i^{(3)} e_i^{(1)} + \alpha \Delta \eta^{(qP)} \quad (17)$$

$$-\frac{1}{2} \eta^{(S)} \beta^{-1} (\cos^2 \psi B_{11} + \sin^2 \psi B_{22} + 2\sin\psi\cos\psi B_{12}) + D \frac{B_{13}}{\alpha^2 - \beta^2} = \beta \Delta \eta^{(qS_1)} \quad (18)$$

$$-\frac{1}{2} \eta^{(S)} \beta^{-1} (\sin^2 \psi B_{11} + \cos^2 \psi B_{22} - 2\sin\psi\cos\psi B_{12}) + D \frac{B_{13}}{\alpha^2 - \beta^2} = \beta \Delta \eta^{(qS_2)} \quad (19)$$

在上面的公式中, $\eta^{(P)}$ 和 $\eta^{(S)}$ 分别是参考介质中 P 波和 S 波慢度矢量的垂直分量. $\Delta \eta^{(qP)}$, $\Delta \eta^{(qS_1)}$ 和 $\Delta \eta^{(qS_2)}$ 分别为观测到的 qP 波, qS_1 波和 qS_2 波慢度矢量垂直分量的扰动值. 公式(17)–(19)分别是 qP 波、 qS_1 波和 qS_2 波在已知偏振矢量和慢度矢量的一个分量情况下, 反演介质 WA 参数的一般公式.

在获得 qS_1 波和 qS_2 波正反演公式时, 我们使用了式(9). 如果考虑这一关系, 我们可以进一步把公式(18)和(19)改写为

$$-\frac{1}{2} \eta^{(S)} \beta^{-1} (\cos^2 \psi B_{11} + \sin^2 \psi B_{22}) + (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) D \frac{B_{13}}{\alpha^2 - \beta^2} = \\ (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \beta \Delta \eta^{(qS_1)} \quad (20)$$

$$\frac{1}{2} \eta^{(S)} \beta^{-1} (\sin^2 \psi B_{11} - \cos^2 \psi B_{22}) + (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) D \frac{B_{13}}{\alpha^2 - \beta^2} = \\ (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \beta \Delta \eta^{(qS_2)} \quad (21)$$

反演公式(17)–(19)或者公式(17)、(20)、(21)包含 21 个 WA 参数. 如果要完全确定这 21 个参数, 至少需要 5 条剖面的数据 (Pšenčík, Gajewski, 1998). 在只有一条 walk-away VSP 剖面的情况下, 我们取剖面与钻井所构成的平面为 (x, z) 面. 当 P 波和 S 波在这个平面内传播时, 慢度矢量的 n_2 分量为零. 公式(17)、(20)和(21)中包含 9 个 WA 参

数, 它们是 $\epsilon_x, \epsilon_z, \delta_x, \epsilon_{15}, \epsilon_{35}, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ 和 ϵ_{46} . 其中公式(17)中有 5 个独立的 WA 参数, 即 $\epsilon_x, \epsilon_z, \delta_x, \epsilon_{15}$ 和 ϵ_{35} , 它们完全决定了在 (x, z) 平面内传播的 qP 波的性质. 方程(20)和(21)包含了所有上面提到的 9 个 WA 参数. 但是它们并不完全独立, 其中包括两个线性组合: $\epsilon_x + \epsilon_z - \delta_x$ 和 $\epsilon_{15} - \epsilon_{35}$, 其余 4 个 ($\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ 和 ϵ_{46}) 相互独立. 这 6 个系数决定了在 (x, z) 平面内传播的 qS 波的性质. 值得注意的是两个 qS 波的偏振矢量并不局限于平行或垂直于 (x, z) 平面. 利用 qP 波可以反演得到 5 个独立的 WA 参数. 利用 qS 波可以反演得到 6 个线性组合, 它们是 4 个独立的 WA 参数 ($\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z, \epsilon_{46}$) 和两个线性组合: $\epsilon_x + \epsilon_z - \delta_x$ 和 $\epsilon_{15} - \epsilon_{35}$. 如果想同时获得 9 个 WA 参数, 必须联合使用公式(17)、(20)和(21). 顺便指出, 在公式(18)和(19)中, 由于包含 B_{12} , 将会出现另外 6 个 WA 参数, 它们是两个线性组合 $\chi_x - \epsilon_{34}$ 和 $\epsilon_{16} - \chi_z$ 及两个独立的 WA 参数 ϵ_{45} 和 ϵ_{56} . 由于 $\bar{B}_{12} = 0$, 这 6 个 WA 参数可以用上面提到的 9 个 WA 参数代替. 如果利用公式(17)–(19)进行反演, 则可以得到 15 个 WA 参数, 但是独立参数的个数是 9 个.

3 变井源距垂直地震剖面实验

为了验证公式(17)–(21)的正确性和可靠性, 我们用数值模拟的方法进行了 walk-away VSP 实验. 实验中所用的模型如图 1 所示, 向右为 x 轴正方向, 向下为 z 轴正方向, x, y 和 z 构成右手坐标系. 在模拟实验中, 我们仅使用了一条剖面, 它的位置与 x 轴重合. 在钻井 0.98–1.02 km 之间安装 5 个三分量检波器, 相邻检波器间距为 10 m, 中心检波器位于 1 km 深处. 井口两旁沿 x 轴方向分别布设 45 个既能产生 P 波又能产生 S 波的机械振源, 振源等间距排列, 相邻振源间距为 50 m, 振源离井口的最小距离和最大距离分别为 0.05 km 和 2.25 km. 模型的尺度是 5 km \times 5 km \times 5 km 的立方体, 振源位于立方体的上表面, 钻井口在地表的中央. 模型中的介质是横向均匀的具有恒定梯度的 VTI (transversely isotropic medium with vertical symmetry axis) 弱各向异性介质, 在地表 $z=0$ 处, $A_{11} = A_{22} = 7.855, A_{33} = 6.695, A_{13} = 2.15, A_{44} = A_{55} = 2.49, A_{66} = 2.655$ (km/s)². 在 $z=5$ km 处, $A_{11} = A_{22} = 47.13, A_{33} = 40.17, A_{13} = 12.90, A_{44} = A_{55} = 14.94, A_{66} = 15.99$ (km/s)².

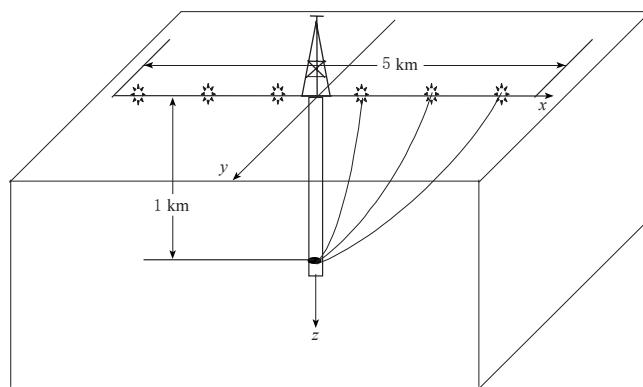


图 1 Walkaway VSP 观测系统. 模型尺度 5 km \times 5 km \times 5 km, 钻井两旁沿地表 x 方向各布设 45 个机械振源, 钻井 0.98–1.02 km 深处等间距(10 m)布设 5 个检波器

Fig. 1 A walkaway VSP observation system. Model size is 5 km \times 5 km \times 5 km. A borehole is located at the center of the model. 45 vibration sources are deployed on both sides of the borehole along the x direction. In the borehole there are 5 seismometers uniformly distributed from depth 0.98 km to 1.02 km

这里 A_{ij} 是密度归一化的弹性参数. 在其它深度, 介质的弹性参数通过线性插值获得. 为了使模拟实验具有普遍意义, 我们对 VTI 介质进行两次坐标变换, 使用右手坐标系, 逆时针为正. 首先让介质围绕坐标轴 y 旋转 30° , 然后再让介质围绕坐标轴 z 旋转 20° , 变换的结果是 21 个弹性参数都为非零. 这时介质除了保持固有的 VTI 对称性外, 与一般介质没有区别. 如果定义 P 波(或 S 波)的各向异性为 P 波(或 S 波)的最大和最小速度差被它们的平均值除后, 再乘上 100, 那么, 在这个实验中 P 波的各向异性为 8%, S 波的各向异性为 3.4%, 而且各向异性不随深度变化.

利用修改过的 ANRAY 软件(Gajewski, Pšenčík, 1990), 通过计算获得钻井中各个检波器记录到的来自地表振源的 qP 波、qS₁ 波和 qS₂ 波的偏振矢量和慢度矢量的垂直分量. 这些物理量构成了用于反演的观测数据. 反演中使用的参考介质速度可以通过多种方法得到. 例如, 在模拟实验中, 由于知道检波器所在深度的各向异性参数(或弹性参数), 可以对最大速度和最小速度进行平均, 也可以对所有方向的速度进行平均得到参考介质的速度. 在实际观测中, 由于知道慢度矢量的垂直分量和偏振矢量, 可以利用在各向同性介质中慢度矢量的垂直分量与偏振矢量的关系得到参考介质的速度.

把上面获得的 qP 波和两个 qS 波的慢度矢量的垂直分量和偏振矢量作为“观测值”. 其中慢度矢量垂直分量的扰动是慢度矢量垂直分量与各向同性参考介质中相应的慢度矢量垂直分量之差, 利用公式(17)、(20)和(21)对位于钻井 1 km 深度的介质进行反演计算, 可以获得该深度处介质的各向异性参数. 在进行反演时, 我们用 qP 波的偏振矢量 $g_i^{(3)}$ 代替上述公式中的 n_i , 这样一方面在反演时避免了通过射线追踪确定 n_i , 另一方面不用考虑上覆介质的影响.

表 1 给出了钻井 1 km 深处介质经过坐标变换后的 9 个 WA 参数和与之相对应的 9 个弹性参数的理论值, 这 9 个参数完全决定了在 (x, z) 平面内传播的 P 波和两个 qS 波的性质. 反演得到的各向异性参数和弹性参数位于理论值的下边(表 1). 为了便于比较, 表 1 中对反演得到的 WA 参数使用了与理论参考介质相同的参考速度进行了转换, 其中 P 波的速度 $\alpha=3.823$ km/s, S 波的速度 $\beta=2.260$ km/s. 顺便指出, 因为所研究的介质实际上是 VTI 介质, 尽管 9 个参数都不为零, 但是它们是线性相关的. 假如所研究的介质是一般的

表 1 反演得到的 WA 参数、弹性参数与理论值的比较

Table 1 Comparison between inverted and true WA parameters and elastic parameters

WA 参数	ϵ_x	ϵ_z	δ_x	γ_x	γ_y	γ_z	ϵ_{15}	ϵ_{35}	ϵ_{46}
理论值	0.0166	-0.0257	-0.0015	-0.0038	-0.0022	0.0134	-0.0368	-0.0282	-0.0265
反演结果	0.0141	-0.0275	-0.0067	-0.0029	-0.0035	0.0154	-0.0364	-0.0287	-0.0305
弹性参数	A_{11}	A_{33}	A_{13}	A_{44}	A_{55}	A_{66}	A_{15}	A_{35}	A_{46}
理论值	15.098	13.861	4.418	5.070	5.086	5.246	-0.538	-0.413	-0.136
反演结果	15.025	13.809	4.368	5.080	5.074	5.267	-0.531	-0.419	-0.156

三斜介质, 那么 9 个参数是相互独立的. 从表 1 中我们可以分别得到 WA 参数和弹性参数的相对误差和绝对误差. 然而我们并不能简单地认为某些 WA 参数的相对误差较大, 所得的弹性参数误差就很大. 事实上, 在这个试验中有 3 个 WA 参数, 即 δ_x , γ_x 和 γ_y , 它们的数量级低于其它 WA 参数. 由于数值小, 它们的相对误差就很大, 但是它们对弹性参数影响却很小. 从弹性参数的相对误差可以看出, 除了 A_{46} 的相对误差为 15% 外, 其余弹性参

数的相对误差均小于1.5%。那么究竟用什么方法来衡量反演的WA参数的可靠性呢？图2给出了9个WA参数的归一化方差(最大方差为1)。决定方差大小的因素有两个，一个是反演公式中待反演参数的系数，另一个是观测数据对反演介质的覆盖程度。观测数据的覆盖程度直接影响反演参数的精度，Zheng(2003)对这一问题进行了详细的研究，其结论是慢度矢量对检波器的张角(与垂直方向的夹角)直接影响反演结果的精度，WA参数的方差随张角的减小而增大，各向异性较强的介质所受的影响较小。在数值模拟试验中，由于

观测系统的偏移距比较大，而且正速度梯度引起射线弯曲，使慢度矢量对检波器的张角大于80°。在Java Sea walkaway VSP观测中，qP波的张角甚至大于90°，即qP波是在大于检波器的深度回折后到达检波器(Gomes *et al*, 2004)。反演参数的系数和观测数据对反演介质的覆盖程度对方差的影响，体现在参与反演的数据与反演物理量的关系。在这个实验中，除了偏振矢量外，我们只知道慢度矢量的垂直分量，所以在反演中垂直分量大的观测数据起着重要作用。从图2中可以看出，WA参数可以分为三组。其中， ϵ_z ， ϵ_{35} 方差最小； ϵ_x ， δ_x ， γ_y 次之； γ_x ， γ_z ， ϵ_{46}

图2 反演得到的9个WA参数的归一化方差。横轴代表WA参数，纵轴代表相对应的WA参数的方差

Fig. 2 Normalized variance of 9 inverted WA parameters. Abscissa stands for WA parameters, and ordinate denotes variance of corresponding WA parameters

最大。因此可以说，第一组参数误差最小，可信度最高；第二组参数误差较大，较为可信；第三组参数误差最大，可信度最低。之所以有这样的结果是因为第一组WA参数与慢度矢量的垂直分量(观测值)幂次最高(n_3^x 中指数x大)，第二组WA参数与慢度矢量的垂直分量幂次一般，第三组WA参数与慢度矢量的垂直分量幂次最低。

利用反演获得的WA参数可以计算出在(x, z)平面内传播的qP波、qS₁波和qS₂波的相速度。图3—图5分别给出了反演得到的qP波、qS₁波和qS₂波的相速度与从理论模型得到的相速度。图中横轴代表离开检波器的射线与z轴正方向的夹角，单位为度。在(x, z)平面内第一象限的锐角为正，第四象限的锐角为负。横轴的中点(零度)为z轴的方向；纵轴为相速度大小，单位为km/s。图中实线代表理论模型的相速度，虚线代表反演得到的相速度。通过计算发现，qP波、qS₁波和qS₂波的相速度的最大相对误差分别为1.06%，0.19%

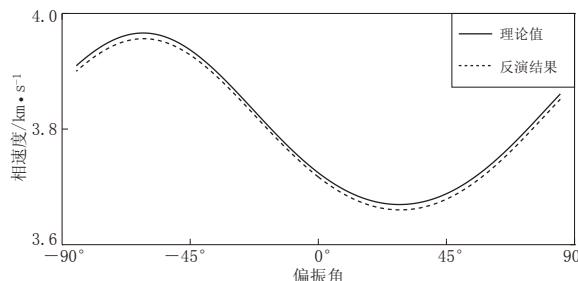


图3 反演得到的qP波的相速度(虚线)与相速度的理论值(实线)的比较

Fig. 3 Comparison between the inverted (dashed line) and true (solid line) phase velocities of qP wave

和 0.41%。由于对介质的弹性矩阵进行了坐标变化, 介质的对称轴偏离了 (x, z) 平面, 所以图 3—5 中相速度曲线不是由相互对称的两部分组成。如果要想获得介质的对称性, 需要布设更多剖面。

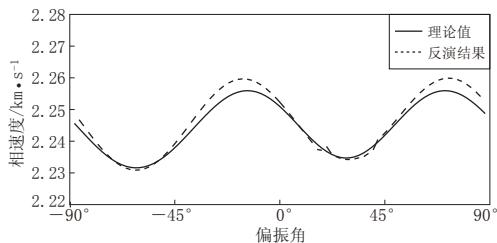


图 4 反演得到的 qS_1 波的相速度(虚线)与相速度的理论值(实线)的比较

Fig. 4 Comparison between the inverted (dashed line) and true (solid line) phase velocities of qS_1 wave

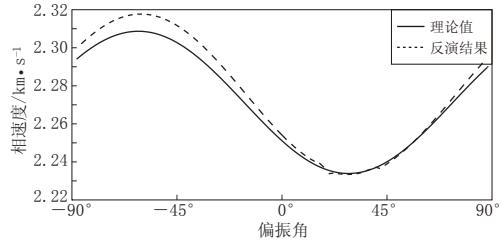


图 5 反演得到的 qS_2 波的相速度(虚线)与相速度的理论值(实线)的比较

Fig. 5 Comparison between the inverted (dashed line) and true (solid line) phase velocities of qS_2 wave

4 讨论

本文对地震波在弱各向异性介质中的传播规律进行了回顾, 给出利用慢度矢量的一个分量和偏振矢量反演弱各向异性参数的基本公式。如果知道慢度矢量的 3 个分量, 则可以利用公式(12)和(14)反演一般各向异性介质的所有 21 个 WA 参数, 这时偏振矢量反演公式可作为辅助或约束条件参与计算。如果仅仅知道慢度矢量的一个或两个分量, 那么在反演中偏振矢量成为必不可少的信息。利用一条 walkaway VSP 记录得到的 qP 波、 qS_1 波和 qS_2 波的慢度矢量的垂直分量和偏振矢量, 可以决定由钻井和剖面所决定的平面内的 9 个 WA 参数, 这 9 个 WA 参数线性依赖于 9 个弹性参数。这些 WA 参数可分为 3 组, 其中 ϵ_z , ϵ_{15} , ϵ_{35} 最为可靠; ϵ_x , δ_x , γ_y 次之; γ_x , γ_z , γ_{46} 最差。数值计算结果与理论预测非常一致, 数量级小的 WA 参数所产生的误差对弹性参数的恢复影响很小。反演中使用 qP 波的偏振矢量(或者使用由两个 qS 波所在平面的法矢量)代替参考介质中波传播的方向, 可以避免复杂的射线追踪, 也不用考虑上覆介质的影响。反演公式和 (x, z) 平面的相速度的计算公式具有普遍性, 适用于任何弱各向异性介质。

作者对审稿人提出的宝贵建议深表感谢。

参 考 文 献

- Cervený V. 2001. *Seismic Ray Theory* [M]. Cambridge: Cambridge University Press: 22–24.
- Chen J, Zhang Z, Liu E. 2006. Anisotropic inversion of traveltimes and polarization of wide-angle seismic data using simulated annealing media[J]. *Journal of Seismic Exploration*, **15**: 101–118.
- de Gopha S, Winterstein D F, Meadows M A. 1994. Comparison of P- and S-wave velocities and Q's from VSP and sonic log data[J]. *Geophysics*, **59**: 1512–1529.
- Farra V. 2001. High order perturbations of the phase velocity and polarization of qP and qS waves in anisotropic media [J]. *Geophys J Int*, **147**: 93–104.

- Gajewski D, Pšenčík I. 1990. Vertical seismic profile synthetics by dynamic ray tracing in laterally varying layered anisotropic structures[J]. *J Geophys Res*, **95**: 11301–11315.
- Gomes E, Zheng X, Pšenčík I, Horne S, Leaney S. 2004. Local determination of weak anisotropy parameters from walk-away VSP qP-wave data in the Java sea region [J]. *Stud Geophys Geod*, **48**: 215–231.
- Horne S A, Leaney W S. 2000. Polarization and slowness component inversion for TI anisotropy [J]. *Geophysical Prospecting*, **48**: 779–788.
- Jech J, Pšenčík I. 1989. First-order perturbation method for anisotropic media [J]. *Geophys J Int*, **99**: 369–376.
- Majer E L, McEvilly T V, Eastwood F S, Myer L R. 1988. Fracture detection using P wave and S wave vertical seismic profiling at the Geysers media[J]. *Geophysics*, **53**: 76–84.
- Pšenčík I, Gajewski D. 1998. Polarization, phase velocity and NMO velocity of qP waves in arbitrary weakly anisotropic media [J]. *Geophysics*, **69**: 1754–1766.
- Queen J H, Rizer W D. 1990. An integrated study of seismic anisotropy and the natural fracture system at the Conoco borehole test facility, Kay County, Oklahoma media[J]. *J Geophys Res*, **95**: 11255–11274.
- Thomsen L. 1986. Weak elastic anisotropy [J]. *Geophysics*, **51**: 1954–1966.
- Winterstein D F, Medows M A. 1991. Changes in shear wave polarization azimuth with depth in Cymric and Railroad Gap oilfield media[J]. *Geophysics*, **56**: 1349–1364.
- Winterstein D F, Paulsson B N P. 1990. Velocity anisotropy in shale determined from crosshole seismic VSP data media [J]. *Geophysics*, **55**: 470–479.
- Zhang Z, Lin G, Chen J, Harris J M, Han L. 2003. Inversion for elliptically anisotropic velocity using VSP reflection traveltimes media[J]. *Geophysical Prospecting*, **51**: 159–166.
- Zheng X, Pšenčík I. 2002. Local determination of weak anisotropy parameters from qP-wave slowness and particle motion measurements [J]. *Pure Appl Geophys*, **159**: 1881–1905.
- Zheng X. 2003. *Determination of Weak Anisotropy Parameters from qP Wave Slowness and Polarization Vectors*[D]. Prague: Charles University Prague, 34–62.
- Zheng X. 2004. Inversion for elastic parameters in weakly anisotropic media [J]. *Geophys J Int*, **159**: 1077–1089.
- Zheng X. 2007. Identification of symmetry planes in weakly anisotropic elastic media[J]. *Geophys J Int*, **170**: 468–478.