第5卷 第4期 地 震 学 报 Vol.5, No. 4
1983 年 11 月 ACTA SEISMOLOGICA SINICA Nov., 1983

石英弹簧重力仪流变模型的研究*

李瑞浩** 陈冬生 傅兆珠 蒯大西
(国家地震局地震研究所)

摘 要

本文给出了确定助动重力仪流变参数 τ 和 ε 的实用方法. 根据中比固体潮合作所得武昌台的精密结果首次研究了 CG-2 型石英弹簧重力仪的流变模型并确定了 CG-2 317 号仪器的流变参数为 $\varepsilon = 0.010$, $\tau = 795.8$ 分钟. 实践证明,这种方法对于确定助动重力仪的流变模型是有效的.

一、引 言

我们知道,固体潮调和分析中得到两个重要参数,即潮汐因子 δ 和相位滞后 $\Delta\varphi$. 前者是观测向量与理论向量的振幅比, 它是 Love 数 h 和 k 的线性组合的无因次参数. 它与地球弹性有关. 后者则是观测向量与理论向量的相位差. 它主要反映地球介质的粘滞性,从目前大量实际观测资料所得到的结果来看,顾及各项干扰因素特别是顾及海洋负荷的影响以后,主波的 δ 值在 1.160 附近波动,而 $\Delta\varphi$ 的绝对值则一般都小于 1°.

潮汐信号输入重力仪后,它受到仪器本身动力学特性的作用而产生振幅和相位畸变,这种畸变势必影响到调和分析结果的可靠性,所以在精密的固体潮研究中,必须顾及重力仪的动力学特征对输入信号的影响, 为了研究方便. 我们先回顾一下最简单的单弹簧垂直悬挂的情况. 众所周知,这种结构的重力仪在潮汐力场中的运动方程可以写成:

$$\ddot{x} + 2c_1\dot{x} + c_2^2x = \Sigma H \sin \omega_i t \tag{1}$$

式中 x 表示弹簧上下振动时的位移,左端第二项是阻尼项, c_1 与弹性系统的阻尼系数有关, c_2 是自振周期. 方程右端是潮汐力. 这个方程的一般解是大家熟悉的,它可以写成

$$x = e^{-c_1t}(c_3\cos k_1t + c_4\sin k_1t) + \frac{H}{[(c_2^2 - \omega^2)^2 + 4c_1^2\omega^2]^{1/2}}\sin(\omega t + b) \tag{2}$$

式中 $k_1 = (c_2^2 - c_1^2)^{1/2}$, c_3 和 c_4 是待定系数. 上式右端第一项为无扰动力时的自由振动, 由于阻尼的存在, 它以 e^{-c_1t} 的形式衰减,振动一段时间以后, 自由振动便不起作用了, 这时仪器的弹性系统在潮汐力作用下按下式作纯受迫振动

$$x = \frac{H}{[(c_2^2 - \omega^2)^2 + 4c_1^2\omega^2]^{1/2}}\sin(\omega t + b) \tag{3}$$

上式给人们一个启示: 重力仪对潮汐信号的畸变与输入信号的频率和仪器本身的自振周期以及阻尼系数有关. 对于垂直悬挂的单弹簧重力仪来说,其振幅畸变(即衰减)和

* 1982 年 3 月 30 日收到.
** 参加本工作的还有魏望生、陈莉琳、喻节林、陈敏等同志.

相位畸变(即滞后)分别为

$$\left.\begin{aligned} B &= \frac{H}{[(c_2^2-\omega^2)^2+4c_1^2\omega^2]^{1/2}} \\ \text{和}\qquad b &= \operatorname{tg}^{-1}\frac{2c_1\omega}{\omega^2-c_2^2} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

二、助动重力仪流变模型的选择

前面的讨论是对最简单的结构而言，它仅限于 Hooke 体范围内讨论问题，实际的重力仪远非如此简单，特别是对于助动性能较大的重力仪，须用一个 Hooke 体和两个 Kelvin 体组成的流变模型来模拟它的动力学特性，它的运动方程是极为复杂的，为了简化，人们往往通过研究输入阶跃函数的响应来研究其振幅衰减和相位滞后特征，这时阶跃函数的响应可写成:

$$x(t)-x(0)=A\{1+\varepsilon_1(1-e^{-\frac{t}{\xi_1}})+\varepsilon_2(1-e^{-\frac{t}{\xi_2}})+\cdots\cdots\} \tag{5}$$

其中 A, $A\varepsilon_1$, $A\varepsilon_2$ 分别为一个 Hooke 体和二个 Kelvin 体对总位移的影响，ξ_1 和 ξ_2 分别是两个 Kelvin 体的相位滞后，信号的输出是按时间的指数规律变化的。从上式看出，如果参数 ε 和 ξ 确定了，则这个流变模型就完全确定了。

我们知道，助动性能很小的重力仪(如 GS 型重力仪)的阶跃函数响应可以写成:

$$x(t)-x(0)=A(1-e^{-\frac{t}{\xi}})$$

这时它的振幅衰减与相位滞后是与潮汐波频率呈比例的，即:

$$B=\frac{1}{\left[1+\frac{2\pi\xi}{T}\right]^{1/2}}$$

$$b=\operatorname{tg}^{-1}\frac{2\pi\xi}{T}$$

也就是说潮汐波的频率越高所引起的衰减和滞后也越大，但对于助动性能较大的重力仪来说，却不再保持这种简单关系了，一般说来需要采用模型(5)。由于助动重力仪的阻尼系数较大，第一个 Kelvin 体的影响很小，因此可以把模型(5)简化为一个 Hooke 体和一个 Kelvin 体的串联，这时振幅衰减 B 和相位滞后 b 分别为:

$$\left.\begin{aligned} B &= \left\{\frac{(1+\varepsilon)+\left(\frac{\tau}{T}\right)^2}{(1+\varepsilon)\left[1+\left(\frac{\tau}{T}\right)^2\right]}\right\}^{1/2} \\ b &= \operatorname{tg}^{-1}\frac{\varepsilon\tau T}{T^2(1+\varepsilon)+\tau^2} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中 $\tau=2\pi\xi$, T 为输入信号的周期.

三、流变参数的确定

除了调和分析结果的本身要顾及 B 和 b 以外，在固体潮分析工作中，我们常常遇到

一个重要问题，就是要指明海潮对不同周期的固体潮分量的影响. 国际上往往采用比值 $\frac{\delta(M_2)}{\delta(o_1)}$ 作为一个衡量指标. 为了顾及仪器衰减因子 B 对观测振幅的影响，这时必须用 $\frac{B(o_1)}{B(M_2)}\cdot\frac{\delta(M_2)}{\delta(o_1)}$ 的乘积作为衡量海潮对半日波和周日波干扰程度的指标. 所以，从判定海潮干扰特征的角度看，我们也必须设法确定仪器的流变参数. 从 (6) 式可知，如果我们能够在一个测站上准确地求得某台仪器关于 o_1 波或 M_2 波的 B 和 b，这时 T 为已知值，联合解算 (6) 式即可求出 τ 和 ε，这样，流变模型便完全确定. 但是 B 的预先确定是很困难的，实际上只能通过 τ 和 ε，根据 (6) 式的第一式来反算 B，而通过调和分析预先确定 b 则是可能的. 设某台站的 o_1 波和 M_2 波的精细相位差分别为 $\Delta\varphi(o_1)$ 和 $\Delta\varphi(M_2)$，且它们都是已经顾及了流变模型的多台精密重力仪加以预先确定了的. 显然，这时的 $\Delta\varphi(o_1)$ 和 $\Delta\varphi(M_2)$ 纯粹是地球介质的粘滞性所引起的，如果待研究的重力仪在该台站所得的相位差为 $\Delta\varphi'(o_1)$ 和 $\Delta\varphi'(M_2)$，则有

$$\left.\begin{aligned}\Delta\varphi'(o_1)-\Delta\varphi(o_1)&=b(o_1)\\ \Delta\varphi'(M_2)-\Delta\varphi(M_2)&=b(M_2)\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

显然，这个差数是待研究仪器的流变性质引起的，也就是说 $b(o_1)$ 和 $b(M_2)$ 都是该仪器 ε 和 τ 的函数. 根据 (6) 式我们写出：

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{tg}\,[\Delta\varphi'(o_1)-\Delta\varphi(o_1)]&=\frac{\varepsilon\tau T(o_1)}{T^2(o_1)(1+\varepsilon)+\tau^2}\\ \mathrm{tg}\,[\Delta\varphi'(M_2)-\Delta\varphi(M_2)]&=\frac{\varepsilon\tau T(M_2)}{T^2(M_2)(1+\varepsilon)+\tau^2}\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

式中 $T(o_1)$, $T(M_2)$ 分别为 o_1 波和 M_2 波的周期. 上式左端为已知值，只有 ε 和 τ 是未知数. 联立解此方程即可确定 ε 和 τ. 为了简化书写，令：

$$\left.\begin{aligned}&T(o_1)=T_1,\ T(M_2)=T_2\\ &\mathrm{tg}\,[\Delta\varphi'(o_1)-\Delta\varphi(o_1)]=A\\ &\mathrm{tg}\,[\Delta\varphi'(M_2)-\Delta\varphi(M_2)]=B\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

现在根据 (8) 式来解算 τ 和 ε，把 (9) 式代入 (8) 代得：

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon\tau&=\frac{A}{T_1}[T_1^2(1+\varepsilon)+\tau^2]\\ \varepsilon\tau&=\frac{B}{T_2}[T_2^2(1+\varepsilon)+\tau^2]\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

最后解得：

$$\begin{aligned}\tau&=[M(1+\varepsilon)]^{1/2}\\ M&=\frac{AT_1-BT_2}{BT_1-AT_2}(T_2T_1)\end{aligned}\tag{11}$$

把上式的 τ 代入 (10) 的第一式，简化后得一个二阶方程

$$M\varepsilon^2-N\varepsilon-N=0\tag{12}$$

其中

$$N=\left(AT_1+\frac{A}{T_1}M\right)^2$$

这个方程具有实数解的条件是 $M > 0$.

从(12)式很容易求得 ε,

$$\varepsilon = \frac{N \pm \sqrt{(N + 4M)N}}{2M} \tag{13}$$

根据 ε 的物理意义,它必须取正值.

四、数值结果

我们利用中比合作期间武昌台的观测资料确定了 CG-2 No. 317 重力仪的流变参数 τ 和 ε.

中比固体潮合作期间武昌台安装了比利时皇家天文台(ORB)三台地球动力学重力仪(084号,765号,783号)和一台拉科斯特重力仪(402号),分别进行了6个月以上的观测,工作过程中仪器房室温为25℃±0°.5,噪声较小,观测资料比较连续完整,是比利时皇家天文台开展多年国际合作以来比较满意的一次观测. 根据这四台已经顾及各自的流变模型的仪器所得的武昌台的相位差为:

$$\Delta\varphi(o_1) = -0^\circ\!.95 \qquad \Delta\varphi(M_2) = -0^\circ\!.62$$

这个台站已被国际固体潮中心(ICET)正式列为国际固体潮基本台站,这两个数值可以作为武昌台 o_1 波和 M_2 波的精确的相位差.

在中比合作期间,我们用 CG-2 No. 317 重力仪在武昌台上进行了对比观测,这个仪器已经改装成自动照相记录,它的6个月观测资料,经调和分析所得的 o_1 波和 M_2 波的相位差分别为:

$$\Delta\varphi'(o_1) = -1^\circ\!.18 \qquad \Delta\varphi'(M_2) = -0^\circ\!.90$$

这两个数值包含了武昌台对日、月引潮力的响应和317号仪器本身的相位滞后,根据(8)式得:

$$b(o_1) = -0^\circ\!.23 \qquad b(M_2) = -0^\circ\!.28$$

根据(9)式得:

$$A = -0.00401428 \qquad B = -0.00488626$$

因为 $T_1 = 1544$ 分; $T_2 = 745$ 分,把 A、B、T_1、T_2 之值代入(11),(12)和(13)式,最后解出 ε 和 τ 为:

$$\varepsilon = 0.010$$

$$\tau = 795.8 \text{ 分钟}$$

这两个数值就是我们求得的 CG-2 317 号仪器的流变参数. 这些数值说明,这类仪器的流变参数对潮汐波幅度影响可达1%,这个数并不算很大,但滞后时间很长,整个过程有2小时6分钟,它与杜卡姆博士对6台地球动力学型和4台拉科斯特型所得的结果是一致的,他们的10个结果中 $\varepsilon = 0.02—0.19$, $\tau = 600$ 分钟 —1756 分钟.

我们利用中比合作观测结果首次确定的 CG-2 型石英弹簧重力仪的流变参数与杜卡姆博士对地球动力学型和拉科斯特型两种金属弹簧助动重力仪所得结果是如此一致,他说明这三类国际上主要的助动重力仪的流变性质有相似之处.

现在来计算比值 $\frac{B(o_1)}{B(M_2)}$，把上面的 ε、τ 之值代入 (6) 的第一式得：

$$\left.\begin{aligned} B(o_1) &= 0.9979 \\ B(M_2) &= 0.9948 \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

也就是说 CG-2 No. 317 重力仪对 o_1 波的振幅衰减为 0.21%，对 M_2 波的衰减为 0.52%，从而得比值

$$\frac{B(o_1)}{B(M_2)} = 1.00312 \tag{15}$$

我们利用这个比值对该仪器在我国若干地方所得的海潮影响参数 $\frac{\delta(M_2)}{\delta(o_1)}$ 进行了改正，现将改正前后的结果列于表 1。

表 1

项目 \ 台站	武昌	昆明	成都	天水	银川	上海
$\delta(M_2)/\delta(o_1)$	0.9931	1.0000	0.9915	0.9957	1.0267	0.9716
$\frac{B(o_1)}{B(M_2)}\cdot\frac{\delta(M_2)}{\delta(o_1)}$	0.9962	1.0031	0.9942	0.9988	1.0299	0.9746

我们利用这台仪器在上海地震台与 GS-15 227 号仪器进行对比观测了半年，顾及本文得到的流变参数和海洋负荷改正后所得两个主波的结果如表 2 所示。

表 2　δ_{iL} 和 $\Delta\varphi_{iL}$

仪　器	o_1		M_2	
	δ_{iL}	$\Delta\varphi_{iL}$	δ_{iL}	$\Delta\varphi_{iL}$
CG-2 No. 317	1.163	−0.33	1.158	−0.22
GS-15 No. 227	1.162	0.25	1.142	−0.81

这些数值表明 CG-2 No. 317 仪器的结果是令人满意的，它说明利用这个方法确定助动重力仪的流变模型是可行的。

参　考　文　献

[1] B. Ducarme, A fundamental station for trans-world tidal gravity profiles, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 11, 1975.
[2] J. T. Kuo, R. C. Jachens, P. Melchior and M. Ewing, A link of the Trans U. S. and Trans Europe Tidal gravity Profiles, *EOS* (Trans. Am. Geol. Union), **53**, 4, 343, 1972.
[3] Li Jui Hao (Li Rui Hao), Chen Dong Shen and Fu Zhao Zhu, Study of gravity tides in Shanghai region, Marees Terrestres *Bulletin D'informations*, 87, 1982.
[4] P. Melchior, Fang Tsun, B. Ducarme, Hsu Hou Tse, M. Van Ruymbeke, Li Jui Hao, Tidal gravity measurements in China, Proceedings of the 9th International Symposium for Earth Tides, New York, August, 1981.
[5] P. Melchior, J. T. Kuo and B. Ducarme, Earth tides gravity Maps for Western Europe, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 13, 1976.
[6] P. Melchior, The Tides of the Planet Earth, Pergamon Press, 1978.

INVESTIGATION OF THE RHEOLOGICAL MODEL FOR THE QUARTZ SPRING GRAVIMETERS

LI RUIHAO CHEN DONGSHEN FU ZHAOZHU JIAO DAXI

(Institute of Seismology, State Seismological Bureau)

Abstract

In this paper, the practical method for determining the rheological parameters ε and τ of an astatic gravimeter is given. For the first time, the authors obtained the numerical values of these two parameters, that is $\varepsilon = 0.010$ and $\tau = 795.8$ minutes for the gravimeter CG-2 No. 317, based on the precise observational results of earth tides at the Wuhan station, during the China-Belgium Cooperation period. The work indicates that the method is valid for determining the rheological model of an astatic gravimeter.