

文章编号: 0253-3782(2002)04-0397-10

# 液核动力学扰动引起的地球形变\*

徐建桥 孙和平

(中国武汉 430077 中国科学院测量与地球物理研究所动力大地测量学重点开放实验室)

**摘要** 讨论了地球固体部分对液核动力学效应引发的核幔边界和内核边界上压力和引力扰动的形变响应。采用弹性-引力形变理论描述地幔和内核的形变, 给出了内部负荷 Love 数的一般表达式。以初始参考地球模型为例, 分别计算了在地球表面、核幔边界和内核边界上的内部负荷 Love 数。探讨了液核边界上压力和引力扰动导致的地球形变场的空间和频率分布特征。本文的结果可以为中短周期液核动力学理论模拟提供必要的边界条件。

**关键词** 液核动力学效应 液核边界 内部负荷 Love 数 地球的形变场 边界条件

中图分类号: P315.72<sup>5</sup> 文献标识码: A

## 引言

流体外核将地球的固体部分分成两个主要部分: 地幔和内核, 使得这一力学体系的自由和受迫运动都变得更加复杂和丰富多彩。与弹性地幔类似, 由于深部大地震的激发, 地球的液态外核也将发生“自由振荡”(Crosley 1975a; Friedlander, Siegmann, 1982; Shen, 1983; Friedlander, 1985), 其简正模通常被称为“内部重力或惯性波”或简称为“核模”。核模信号很微小, 目前, 国际上正尝试采用现代地球高精度的大地测量或天文测量手段进行检测(Melchior, Ducarme, 1986; Aldridge, Lumb, 1987; Cummins, Wahr, 1991)。同时, 对于自转的椭球分层地球, 地球的液态外核相对于其固体部分存在相对刚性转动, 即存在近周日自由摆动(NDFW), 导致在核幔边界(CMB)和内核边界(ICB)上的内部附加压力的存在(Hinderer *et al.*, 1982; Legros, Amalvict, 1985)。CMB 和 ICB 上的扰动将导致地球的表面和地球固体部分(包括地幔和内核)的形变和引力位变化, 即液核动力学效应。

在一般情形下, 地球液核的动力学特征与自转产生的 Coriolis 力、电磁力、粘滞力等和流体的浮力有关, 所有这些力都将在 CMB 和 ICB 上产生相应的扰动, 从而在不同程度上导致地球固体部分的形变。尽管经过许多科学家的不懈努力, 但到目前为止我们还很难建立这些扰动之间的关系, 在液核动力学处理中都仅采用非常简单的模型。对于周期比较小(小于几年)的液核流动, 在运动方程中可以忽略流体的粘滞力和电磁力(Crossley, Smylie, 1975; Poirier, 1988)。即使如此, 由于强 Coriolis 耦合将导致液核流动的球型位移和环型位移的无穷耦合链(Smith, 1974), 其收敛性很难确定。要建立液核振荡的理论模型, 往往要对流体的性质作出一些假设, 其中最著名的两个假设是 Boussinesq 近似(BA)(Crossley, Rochester, 1980)和亚地震波近似(SSA)(Smylie, Rochester, 1981)。BA

\* 国家自然科学基金项目(40174022, 49925411)和中国科学院项目(KZ9S2-J1-411, KZ952-J1-411)联合资助。  
2001-10-24 收到初稿, 2002-03-01 收到修改稿, 2002-04-18 决定采用。

假设流体是不可压缩的，并忽略了密度和引力位的扰动，而 SSA 则假设流体中

$$\nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{\alpha^2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{g}_0 = 0 \quad (1)$$

其中， $\nabla$  为梯度算子， $\mathbf{u}$  为位移矢量， $\alpha$  为 P 波速度， $\mathbf{g}_0$  为平衡时的重力加速度。

本研究以球形分层、非自转完全弹性和各向同性(SNREI)地球的弹性-引力运动方程描述地球固体部分的形变，采用非粘性、无电磁力作用的液核模型，将地球表面( $r=a$ )、CMB( $r=b$ )和 ICB( $r=c$ )上的形变和引力位扰动表示为无量纲的内部负荷 Love 数，这些 Love 数为 CMB 和 ICB 上各扰动效应的总和。采用初始参考地球模型(PREM) (Dziewonski, Anderson, 1981)，计算地球表面、CMB 和 ICB 上的内部负荷 Love 数，探讨在液核动力学效应引起的 CMB 和 ICB 不同扰动作用下地球固体部分内部负荷 Love 数的空间分布特征及其与扰动频率的依赖关系。

## 1 地球固体部分的运动方程和边界条件

具有流体静压预应力的球对称地球固体部分的弹性-引力静态形变问题，可以用频率域中 Navier 弹性平衡方程描述，同时，引力位和密度扰动(分别记为  $V_l$  和  $\rho_l$ )必需满足 Poisson 方程， $\rho_l$  满足连续性方程，弹性应力  $\mathbf{T}$  和位移矢量  $\mathbf{u}$  满足各向同性的理想弹性本构方程。Alterman 等(1959)将这些相互耦合的方程转换成为球型运动的一阶线性常微分方程组

$$\frac{dy}{dr} = A\mathbf{y} \quad (2)$$

式中， $A$  为  $6 \times 6$  矩阵，其元素  $a_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, 6; j=1, 2, \dots, 6$ ) 均为半径  $r$ 、Lamé 常数和地球内部密度的代数函数。 $\mathbf{y}$  为六维向量，其分量  $y_i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 所表示的物理意义请参考 Alterman 等(1959) 文章。位移矢量  $\mathbf{u}$ 、弹性应力  $\mathbf{T}$  和引力位扰动  $V_l$  可以  $y_i$  表示

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} [y_1(n, r)P_n(\cos\theta)\hat{r} + ry_3(n, r)\nabla P_n(\cos\theta)] \\ \mathbf{T}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} [y_2(n, r)P_n(\cos\theta)\hat{r} + ry_4(n, r)\nabla P_n(\cos\theta)] \\ V_l = \sum_{n=0}^{\infty} y_5(n, r)P_n(\cos\theta) \end{array} \right. \quad (3)$$

其中， $P_n(\cos\theta)$  为  $n$  阶 Legendre 多项式( $\theta$  为参考点的余纬)， $\hat{r}$  为径向单位矢量。

由于控制地球固体部分球型形变的一阶线性常微分方程组(2)包含了 6 个方程，因此，在一般情形下，系统(2)的通解由 6 个线性无关解  $y_i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 的线性组合构成

$$\mathbf{y}(n, r) = \sum_{i=1}^6 C_i \cdot \mathbf{y}_i(n, r) \quad (b \leq r \leq a) \quad (4)$$

其中， $C_i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 为待定常数。要确定地球对液核边界(包括 CMB 和 ICB)扰动的形变响应特征，还必需给出相应的“边界条件”，以确定方程(4)中  $C_i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ )。在一般情形下，球型解在地球内部间断面上必需满足边界条件

$$\begin{cases} [y_i]^+ = 0 & i=1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ [y_i]^- = 0 & i=1, 2, 4, 5, 6 \\ \lim_{r \rightarrow 0} y_i = 0 & i=1, 3, 5 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{内部固联边界} \\ \text{内部任意边界} \end{array} \quad (5)$$

在此, 我们将弹性地幔和内核分开处理。对于弹性地幔的运动方程(2), 取6个线性无关解 $y_i(i=1, 2, \dots, 6)$ , 使得它们在CMB上满足 $y_{ij}(b, n) = \delta_{ij}$ ( $\delta_{ij}$ 为Kronecker函数), 分别将它们积分到地球表面。地幔中的球型解由方程(4)给出, 根据地球表面和CMB上的边界条件确定其中的待定常数 $C_i(i=1, 2, \dots, 6)$ 。仅考虑地球的自由运动(即没有外部体力和面力作用于地球), 则方程(4)在地球表面必需满足边界条件

$$y_2(n, a) = y_4(n, a) = y_6(n, a) + \frac{n+1}{a} y_5(n, a) = 0 \quad (6)$$

对于非粘性的液核流动, 如果不考虑电磁力的作用, 则运动方程(2)在CMB上还满足条件

$$y_2(n, b^+) = Y_2^{\text{CMB}} = p_1(n, b^-) \quad y_4(n, b^+) = 0 \quad y_6(n, b^+) = Y_6^{\text{CMB}} \quad (7)$$

式中, 带有上标“CMB”的量表示相应量是由于液核动力学效应在CMB上产生的扰动,  $p_1$ 为液核对CMB流体压力的扰动,  $Y_i$ 和 $y_i$ 具有相同的物理意义。

对于弹性内核, 运动方程(2)在 $r=0$ 处出现明显的奇异。对于这一问题, 不同学者采用了不同的处理方法。Crossley(1975b)对于地球中心的运动方程给出了比较详细的描述。在此我们取地心小球(如半径 $\delta_r=1\text{ km}$ )作为均质球, 利用方程(5)的第三式给出的地心正则条件, 运动方程在均质小球内部( $r \leq \delta_r$ )的解可以解析形式给出, 选取3组线性独立解

$$\begin{cases} y_{11}(n, r) = r^{n-1} & y_{31}(n, r) = 0 & y_{51}(n, r) = 0 \\ y_{12}(n, r) = 0 & y_{32}(n, r) = r^{n-1} & y_{52}(n, r) = 0 \\ y_{13}(n, r) = 0 & y_{33}(n, r) = 0 & y_{53}(n, r) = r^n \end{cases} \quad (8)$$

根据 $\mathbf{y}$ 表示法中各分量的定义(Alterman *et al.*, 1959), 即可得到在半径 $\delta_r$ 的3组线性独立解的积分初值

$$\begin{cases} y_1(n, \delta_r) = (\delta_r^{n-1}, [\lambda(n+1) + 2\mu(n-1)]\delta_r^{n-2}, 0, \mu\delta_r^{n-2}, 0, 4\pi G\rho\delta_r^{n-1})^T \\ y_2(n, \delta_r) = (0, -\lambda n(n+1)\delta_r^{n-1}, \delta_r^{n-1}, \mu(n-2)\delta_r^{n-2}, 0, 0)^T \\ y_3(n, \delta_r) = (0, 0, 0, \delta_r^n, n\delta_r^{n-1})^T \end{cases} \quad (9)$$

式中, 上标“T”表示向量或矩阵的转置。将这3组线性无关解分别积分到ICB, 地球内核的解可以表示为与这3组线性独立解对应解的线性组合

$$\mathbf{y}(n, r) = D_1 \cdot \mathbf{y}_1(n, r) + D_2 \cdot \mathbf{y}_2(n, r) + D_3 \cdot \mathbf{y}_3(n, r) \quad (0 \leq r \leq c) \quad (10)$$

其中,  $D_1$ ,  $D_2$ 和 $D_3$ 为待定常数。根据ICB上的边界条件

$$y_2(n, c^-) = Y_2^{\text{ICB}} = p_1(n, c^+) \quad y_4(n, c^-) = 0 \quad y_6(n, c^-) = Y_6^{\text{ICB}} \quad (11)$$

即可唯一确定待定常数 $D_1$ ,  $D_2$ 和 $D_3$ 。式中, 带有上标“ICB”的量表示相应量是由于液核动

力学效应在ICB上产生的扰动.

虽然我们在数值计算过程中将地幔和内核分别处理, 而事实上弹性地幔和内核中的解则通过流体外核的动力学方程联系起来. 根据所采用的液核动力学方程, CMB和ICB上的边界条件中 $Y_2$ 和 $Y_6$ 也必需满足相应的关系.

## 2 数值解及内部负荷 Love 数的表示

根据上面的讨论, 地球固体部分对液核动力学扰动的形变响应的数值计算, 最终可被简化为分别求解 6 阶和 3 阶的线性方程组

$$\mathbf{P}(b, a) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{Y}(b, a) \quad \text{和} \quad \mathbf{Q}(c, 0) \cdot \mathbf{D} = \mathbf{Y}(c) \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{Q}$  分别为  $6 \times 6$  和  $3 \times 3$  矩阵, 与 Crossley 等(1991) 和 Hinderer 等(1991) 定义的“传播矩阵”稍有区别, 其元素实际上是地幔和内核中线性无关解在 CMB、地球表面和 ICB 上的值;  $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{D}$  分别为 6 维和 3 维待定常数向量, 其分量分别为方程(4) 和 (10) 中的待定常数. 利用边界条件(6)、(7) 和 (11) 可得

$$\mathbf{P}(b, a) = \begin{pmatrix} y_{12}(n, a) & y_{22}(n, a) & y_{32}(n, a) & y_{42}(n, a) & y_{52}(n, a) & y_{62}(n, a) \\ y_{14}(n, a) & y_{24}(n, a) & y_{34}(n, a) & y_{44}(n, a) & y_{54}(n, a) & y_{64}(n, a) \\ z_1(n, a) & z_2(n, a) & z_3(n, a) & z_4(n, a) & z_5(n, a) & z_6(n, a) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y}(b, a) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Y_2^{\text{CMB}} \\ 0 \\ Y_6^{\text{CMB}} \end{pmatrix} \quad \mathbf{Q}(c) = \begin{pmatrix} y_{12}(n, c) & y_{22}(n, c) & y_{32}(n, c) \\ y_{14}(n, c) & y_{24}(n, c) & y_{34}(n, c) \\ y_{16}(n, c) & y_{26}(n, c) & y_{36}(n, c) \end{pmatrix} \quad \mathbf{Y}(c) = \begin{pmatrix} Y_2^{\text{ICB}} \\ 0 \\ Y_6^{\text{ICB}} \end{pmatrix} \quad (13)$$

其中  $z_i(n, a) = y_{i6}(n, a) + \frac{n+1}{a} y_{i5}(n, a) \quad i=1, 2, \dots, 6 \quad (14)$

采用矩阵  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{Q}$  的逆(其元素分别记为  $p_{ij}^-$  和  $q_{ij}^-$ ), 很容易求解方程(12)

$$C_i = p_{i4}^- \cdot Y_2^{\text{CMB}} + p_{i6}^- \cdot Y_6^{\text{CMB}} \quad D_j = q_{i1}^- \cdot Y_2^{\text{ICB}} + q_{i3}^- \cdot Y_6^{\text{ICB}} \quad (i=1, \dots, 6; \quad j=1, 2, 3) \quad (15)$$

将式(15)代入方程(4), 即可得到地幔中的形变和引力位扰动

$$\begin{cases} y_1(n, r) = \left[ \rho g_0 \sum_{i=1}^6 p_{i4}^- y_{i1}(n, r) \right] \cdot \frac{Y_2^{\text{CMB}}}{\rho g_0} + \left[ \frac{g_0}{a} \sum_{i=1}^6 p_{i6}^- y_{i1}(n, r) \right] \cdot \frac{a Y_6^{\text{CMB}}}{g_0} \\ y_3(n, r) = \left[ \rho g_0 \sum_{i=1}^6 p_{i4}^- y_{i3}(n, r) \right] \cdot \frac{Y_2^{\text{CMB}}}{\rho g_0} + \left[ \frac{g_0}{a} \sum_{i=1}^6 p_{i6}^- y_{i3}(n, r) \right] \cdot \frac{a Y_6^{\text{CMB}}}{g_0} \\ y_5(n, r) = \left[ \rho \sum_{i=1}^6 p_{i4}^- y_{i5}(n, r) \right] \cdot \frac{Y_2^{\text{CMB}}}{\rho} + \left[ \frac{1}{a} \sum_{i=1}^6 p_{i6}^- y_{i5}(n, r) \right] \cdot a Y_6^{\text{CMB}} \end{cases} \quad (16)$$

我们可以按如下方式定义地幔中的无量纲内部负荷 Love 数:

$$\begin{cases} H_n^1(r) = \rho g_0 \sum_{i=1}^6 p_{i4}^- y_{i1}(n, r) & H_n^2(r) = \frac{g_0}{a} \sum_{i=1}^6 p_{i6}^- y_{i1}(n, r) \\ L_n^1(r) = \rho g_0 \sum_{i=1}^6 p_{i4}^- y_{i3}(n, r) & L_n^2(r) = \frac{g_0}{a} \sum_{i=1}^6 p_{i6}^- y_{i3}(n, r) \\ K_n^1(r) = \rho \sum_{i=1}^6 p_{i4}^- y_{i5}(n, r) & K_n^2(r) = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^6 p_{i6}^- y_{i5}(n, r) \end{cases} \quad (17)$$

根据 CMB 上径向位移的连续性, 可以得到 CMB 上的径向位移

$$y_1(n, b) = C_1 = (\rho g_0 p_{14}^-) \cdot \frac{Y_2^{\text{CMB}}}{\rho g_0} + \left( \frac{g_0}{a} p_{16}^- \right) \cdot \frac{a Y_6^{\text{CMB}}}{g_0} \quad (18)$$

从而可以得到 CMB 上的内部负荷 Love 数

$$H_n^1(b) = \rho g_0 p_{14}^- \quad H_n^2(b) = \frac{g_0}{a} p_{16}^- \quad (19)$$

采用类似的方式可以定义内核中的内部负荷 Love 数

$$\begin{cases} H_n^1(r) = \rho g_0 \sum_{i=1}^3 q_{i1}^- y_{i1}(n, r) & H_n^2(r) = \frac{g_0}{a} \sum_{i=1}^3 q_{i3}^- y_{i1}(n, r) \\ L_n^1(r) = \rho g_0 \sum_{i=1}^3 q_{i1}^- y_{i3}(n, r) & L_n^2(r) = \frac{g_0}{a} \sum_{i=1}^3 q_{i3}^- y_{i3}(n, r) \\ K_n^1(r) = \rho \sum_{i=1}^3 q_{i1}^- y_{i5}(n, r) & K_n^2(r) = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^3 q_{i3}^- y_{i5}(n, r) \end{cases} \quad (20)$$

在内核中(包括 ICB 上)的形变和扰动位为

$$\begin{cases} y_1(n, r) = H_n^1(r) \frac{Y_2^{\text{ICB}}}{\rho g_0} + H_n^2(r) \cdot \frac{a Y_6^{\text{ICB}}}{g_0} \\ y_3(n, r) = L_n^1(r) \frac{Y_2^{\text{ICB}}}{\rho g_0} + L_n^2(r) \cdot \frac{a Y_6^{\text{ICB}}}{g_0} \\ y_5(n, r) = K_n^1(r) \cdot \frac{Y_2^{\text{ICB}}}{\rho} + K_n^2(r) \cdot a Y_6^{\text{ICB}} \end{cases} \quad (21)$$

事实上, 我们还可以将内部负荷 Love 数的表达式 (17) 和 (20) 推广到更一般的情形, 顾及到流体外核边界上粘滞力和电磁力的影响。由于流体中强 Coriolis 耦合, 在 CMB 和 ICB 上的径向位移, 实际上应该为所有阶数的  $y_1(n, b)$  和  $y_1(n, c)$  之和。

### 3 数值结果和讨论

我们采用 PREM 地球模型, 利用 4 阶 Runge-Kutta 数值积分方法, 以方程 (9) 和  $y_{ij}(b, n) = \delta_{ij}$  给出初值分别作为在内核和固体地幔中的积分初值对常微分方程组 (2) 积分, 利用方程 (17) 和 (20) 即可获得地球内部不同阶的内部负荷 Love 数。图 1 给出了内部负荷 Love 数  $H_n^1$  和  $H_n^2$  随

半径的分布.

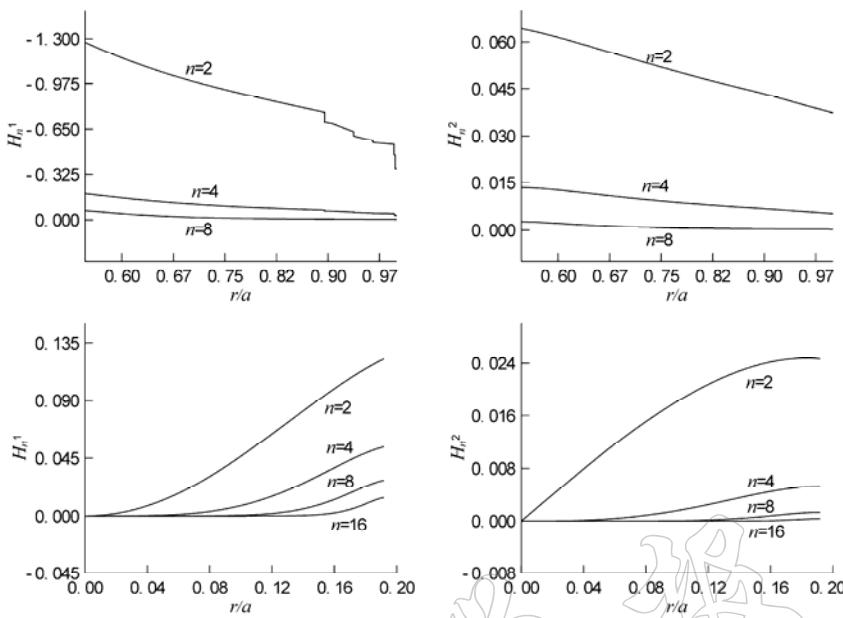


图1 内部负荷Love数 $H_n^1$ 和 $H_n^2$ 在固体地幔(上)和内核(下)中的分布示意图.

横坐标为无量纲半径, 计算中外核边界(包括 ICB 和 CMB)扰动信号的频率取为 0

由图 1 可知, 在内核中, ICB 上的  $H_n^1$  和  $H_n^2$  最大, 随半径的减小而逐步减小, 到地心达到最小(为 0), 并且球谐阶数  $n$  越低, 这种减小的速率越高, 而在地幔中,  $H_n^1$  和  $H_n^2$  在 CMB 上最大, 随半径的增加而逐步减小, 到地球表面达到最小. 其余的两组内部负荷 Love 数  $L_n^1$ ,  $L_n^2$  和  $K_n^1$ ,  $K_n^2$  也具有类似的特点.

在全球地球动力学研究中, 地球表面、核幔边界和内核边界是我们普遍关注的间断面, 为此, 我们在图 2~4 中直观地描述了这 3 个面上不同阶  $n$  的内部负荷 Love 数.

图 2~4 中给出的内部负荷 Love 数均是基于地球固体部分的静态形变假设下计算的, 它们对应的液核扰动频率均为 0. 综观这 3 个面上的内部负荷 Love 数, 我们发现液核边界上流体压力和引力扰动将在不同程度上导致固体地幔、内核的形变和引力位扰动, 且主要表现在球谐阶数非常低的有限几项的位移和引力位扰动上. 球谐阶数  $n$  增加时, 内部负荷 Love 数的绝对值迅速减小, 直到  $n$  增加到 10 左右时, 内部负荷 Love 数都非常小.

在地球表面, 液核动力学扰动的影响主要表现为 CMB 上流体压力扰动  $Y_2^{\text{CMB}}$  引起的垂直位移和引力位扰动(分别以 Love 数  $H_n^1$  和  $K_n^1$  描述). 与此相比, CMB 上流体引力扰动  $Y_6^{\text{CMB}}$  引起的垂直位移和引力位扰动(分别以 Love 数  $H_n^2$  和  $K_n^2$  描述)就小得多, CMB 上的这两种扰动导致的横向位移(分别以 Love 数  $L_n^1$  和  $L_n^2$  描述)则基本相当, 但远小于  $H_n^1$  和  $K_n^1$ .

在 CMB 上, 径向和横向位移主要是由于流体压力扰动  $Y_2^{\text{CMB}}$  引起的,  $Y_6^{\text{CMB}}$  引起的位移相对较小, 而  $Y_2^{\text{CMB}}$  比  $Y_6^{\text{CMB}}$  导致的引力位扰动稍小. 在 ICB 上, 流体压力扰动  $Y_2^{\text{ICB}}$  比引力扰动  $Y_6^{\text{ICB}}$  导致的相应的位移大得多, 但  $Y_6^{\text{ICB}}$  引起的径向位移和  $Y_2^{\text{ICB}}$  引起的横向位移在同一量

级。同时，我们还发现，描述CMB和ICB上引力位扰动的内部负荷Love数 $K_n^1$ 和 $K_n^2$ (绝对值)之间相差不是太大，但描述这两个间断面上径向(或横向)位移的 $H_n^1$ (或 $L_n^1$ )(绝对值)之间却存在较大差异，其主要原因与这两个面上的弹性参数之间极大的差异有关。

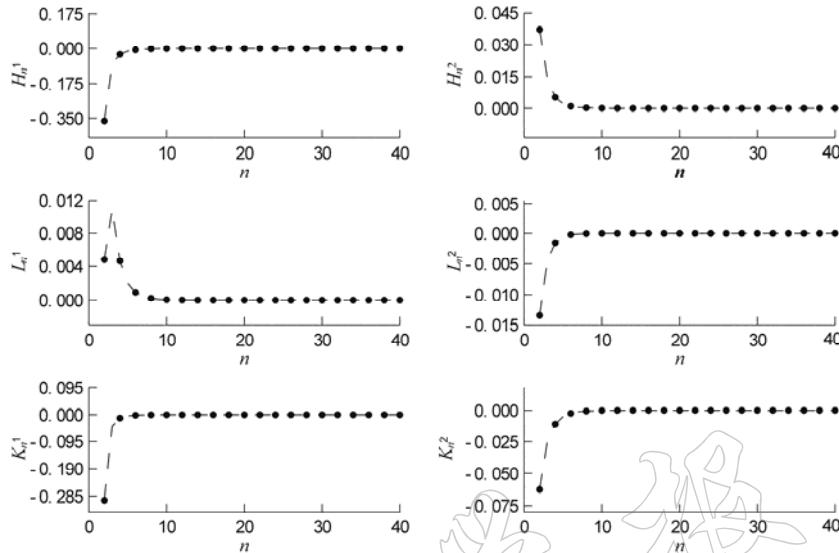


图2 地球表面( $r=a$ )上的内部负荷 Love 数

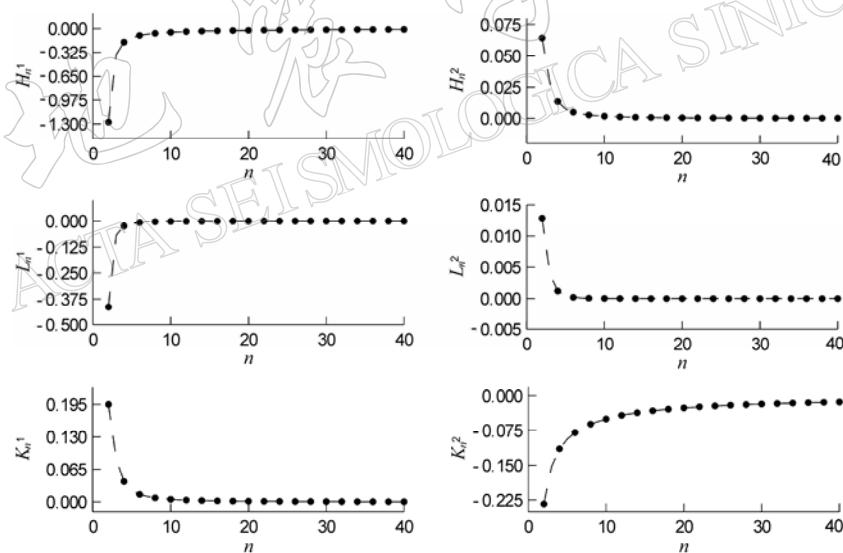
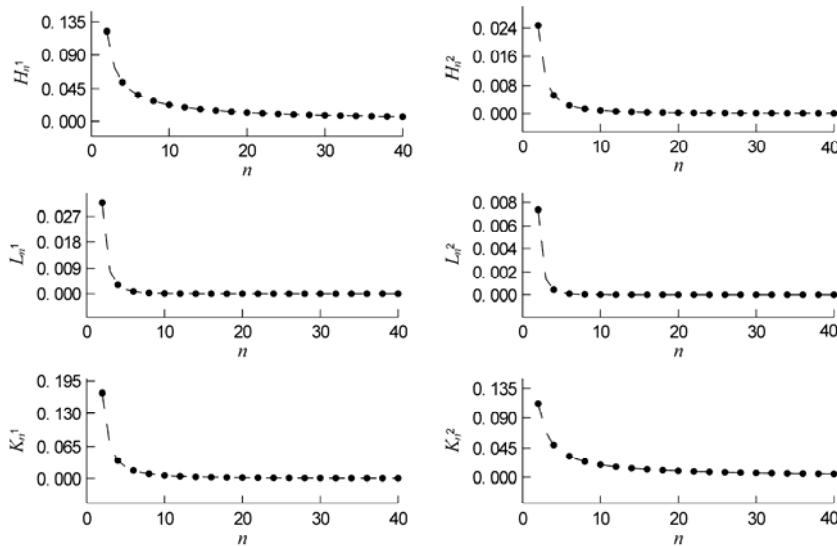
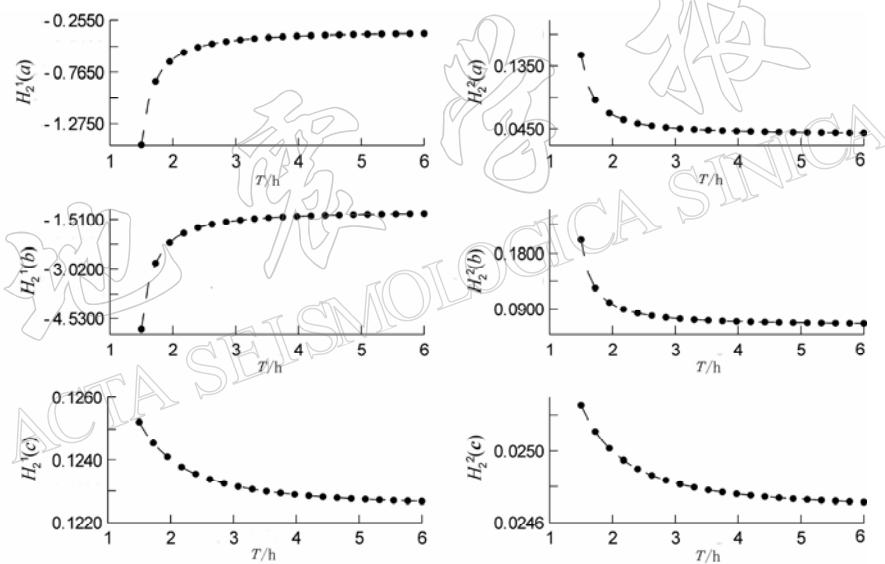


图3 核幔边界( $r=b$ )上的内部负荷 Love 数

很显然，液核的动力学扰动不可能都是所谓的“0”频率，液核自由振荡的频谱特征具有其自身的特点(Crossley, Rochester, 1980)。因此，要研究地球固体部分对液核动力学扰动的形变响应，还必需考虑液核边界(CMB和ICB)上扰动信号的频率，为此，我们计算了扰动信号周期 $T$ 介于1.5~6 h之间的内部负荷Love数。图5直观地描述了在地球表面、CMB和ICB上内部负荷Love数 $H_2^1$ 和 $H_2^2$ 与扰动信号周期之间的依赖关系。

图4 内核边界( $r=c$ )上的内部负荷Love数图5 地球表面( $r=a$ )、CMB( $r=b$ )和ICB( $r=c$ )上的内部负荷Love数 $H_2^1$ 和 $H_2^2$ 随扰动信号周期的变化

数值计算结果表明，随着扰动信号周期  $T$  增大(或频率减小)，内部负荷 Love 数  $H_2^1$  和  $H_2^2$ (绝对值)逐步减小，且周期越小这种减小的速率越大。到  $T=5$  h 时，基本上收敛到它们静态响应值(图 2~4 给出的相应结果)。其它阶和其余两种类型的内部负荷 Love 数也具有类似的特点，只是随着球谐阶数  $n$  的增加，收敛到其相应的静态响应值的周期越来越短。地球的形变与扰动信号周期的这种依赖关系，实质上与地球自由振荡简正模上的共振有关。根据 Wahr (1981) 简振模展开理论，非自转地球的受迫运动可以展开为其所有自由振荡简正模共振之和。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_n a_n(\omega) \mathbf{u}_n(\mathbf{x}) \quad (22)$$

式中,  $\mathbf{x}$ 为平衡时地球内部质点的Lagrangian位置矢量,  $\omega$ 为扰动信号角频率,  $\mathbf{u}_n$ 为第n个简正模的特征向量, 而  $a_n(\omega)$ 与作用力有关, 且与因子  $1/(\omega_n - \omega)$ 成比例( $\omega_n$ 为自由振荡简正模的本征频率). 实际观测和理论研究表明, 地球球型振荡基模(球谐阶数为0)的本征周期, 当球谐级数  $n=2$  时约为54分钟, 且随球谐阶数增加迅速减小; 到  $n=10$  时, 不足10分钟(Lapwood, Usami, 1981). 从方程(22)可以看出, 当球谐阶数  $n=2$  时, 地球的自振周期约为54分钟, 若扰动周期  $T$ 较小(1.5 h左右), 则形变较大. 当扰动周期  $T$ 增大时, 形变逐步减小, 进而收敛到其静态响应值; 而当球谐阶数  $n$ 增大时, 地球的自振周期逐步减小, 因而收敛到其相应的静态响应值的扰动周期也随之减小. 这一结果与我们的数值计算结果在总的的趋势上是吻合的.

Smylie等(1990)和Crossley等(1991)分别采用液核流体的SSA和BA, 假设计算了内部负荷Love数, 对于描述在地球表面、CMB和ICB上相同扰动源导致的径向位移的内部负荷Love数  $h_n^1$  和  $h_n^2$ , 我们的静态计算结果(图2~4)与Crossley等(1991)的相应结果(见该文献图6), 从总的的趋势来看是一致的. 至于其它两类内部负荷Love数, 由于他们没有给出相应的数值结果, 因而无法进行比较. 但他们都没有考虑到内部负荷Love数与扰动频率的依赖关系, 因此, 以此作为边界条件在构造液核动力学理论模型时, 不可避免地导致最终计算结果的偏差.

## 4 结语

本研究比较系统地探讨了地球固体部分对液核动力学扰动的形变响应, 计算了不同半径上和不同扰动信号周期的内部负荷 Love 数, 数值结果可直接应用于构造液核动力学理论模型的边界条件. 由于液核中的强 Coriolis 耦合将导致同级不同阶位移场的无穷耦合链, 因此, 液核边界上的位移场实际上为所有阶位移之和, 而本研究计算结果表明, 内部负荷 Love 数随阶数的增加迅速减小, 所以, 在实际应用中只需少数低阶位移之和. 即可满足理论模型的数值计算精度. 由于内部负荷 Love 数和扰动信号的频率, 特别是相对较高的频率之间存在比较大的依赖性, 因此, 我们在采用内部负荷 Love 数构造液核动力学理论模型的边界条件时, 必需顾及到液核动力学的频率特征.

## 参 考 文 献

- Aldridge K, Lumb L I. 1987. Inertial wave identified in the Earth's fluid core[J]. *Nature*, **325**: 421~423  
 Alterman Z S, Jarosh H, Pekeris C S. 1959. Oscillation of the Earth[J]. *Proc Roy Soc Lond*, **A252**: 80~95  
 Crosley D J. 1975a. Core undertone with rotation[J]. *Geophys J R astr Soc*, **42**: 477~488  
 Crosley D J. 1975b. The free-oscillation equations at the center of the Earth[J]. *Geophys J R astr Soc*, **41**: 153~163  
 Crosley D J, Rochester M G. 1980. Simple core undertones[J]. *Geophys J R astr Soc*, **60**: 126~161  
 Crosley D J, Hinderer J, Legros H. 1991. On the excitation, detection and damping of core modes[J]. *Phys Earth Planet Int*, **68**: 97~116  
 Crossley D J, Smylie D E. 1975. Electromagnetic and viscous damping of core oscillations[J]. *Geophys J R astr Soc*, **42**: 1 011~1 033  
 Cummins P, Wahr J M, Duncan C, et al. 1991. Constraining of core undertones using stacked IDA gravity records[J]. *Geophys J Int*, **106**: 189~198

- Dziewonski A D, Anderson D L. 1981. Preliminary reference Earth model[J]. *Phys Earth Planet Int.*, **25**: 297~356
- Friedlander S. 1985. Internal oscillations in the Earth's fluid core[J]. *Geophys J R astr Soc.*, **80**: 345~361
- Friedlander S, Siegmann W L. 1982. Internal waves in a rotating stratified fluid in an arbitrary gravitational field[J]. *Geophys Astrophys Fluid Dyn.*, **19**: 267~291
- Hinderer J, Legros H, Amalvict M. 1982. A search for Chandler and nearly diurnal free wobble using Liouville equations[J]. *Geophys J R astr Soc.*, **71**: 303~332
- Hinderer J, Legros H, Crossley D J. 1991. Global Earth dynamics and induced gravity changes[J]. *J Geophys Res.*, **96**(B12) : 20 257~20 265
- Lapwood E R, Usami T. 1981. *Free Oscillations of the Earth*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 94~115
- Legros H, Amalvict M. 1985. Rotation of a deformable Earth with dynamical superficial fluid layer and liquid core ——Part I, Fundamental equations[J]. *Ann Geophysicae*, **3**(5) : 655~670
- Melchior P, Ducarme B. 1986. Detection of inertial gravity oscillations in the Earth's core with a superconducting gravimeter at Brussels[J]. *Phys Earth Planet Int.*, **42**:129~134
- Poirier J P. 1988. Transport properties of liquid metals and viscosity of the Earth's core[J]. *Geophys J R astr Soc.*, **92**: 99~105
- Shen P Y. 1983. On oscillations of the Earth's fluid core[J]. *Geophys J R astr Soc.*, **75**: 737~757
- Smith M L. 1974. The scalar equations of infinitesimal elastic-gravitational motion for a rotating, slightly elliptical earth[J]. *Geophys J R astr Soc.*, **37**: 491~526
- Smylie D E, Rochester M G. 1981. Compressibility, core dynamics and the subseismic wave equation[J]. *Phys Earth Planet Int.*, **24**: 308~319
- Smylie D E, Szeto A M K, Sato K. 1990. Elastic boundary conditions in long-period core oscillations[J]. *Geophys J Int.*, **100**: 183~192
- Wahr J M. 1981. A normal mode expansion for the forced response of a rotating earth[J]. *Geophys J R astr Soc.*, **64**: 651~675

## EARTH'S DEFORMATION DUE TO THE DYNAMICAL PERTURBATIONS OF THE FLUID OUTER CORE

Xu Jianqiao Sun Heping

(Key Laboratory of Dynamic Geodesy, Institute of Geodesy and Geophysics,  
Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China)

**Abstract:** The elasto-gravitational deformation response of the Earth's solid parts to the perturbations of the pressure and gravity on the core-mantle boundary (CMB) and the solid inner core boundary (ICB), due to the dynamical behaviors of the fluid outer core (FOC), is discussed. The internal load Love numbers, which are formulized in a general form in this study, are employed to describe the Earth's deformation. The Preliminary reference Earth model (PREM) (Dziewonski, Anderson, 1981) is used as an example to calculate the internal load Love numbers on the Earth's surface, CMB and ICB, respectively. The characteristics of the Earth's deformation variation with the depth and the perturbation periods on the boundaries of the FOC are investigated also. The numerical results indicate that the internal load Love numbers decrease quickly with the increasing degree of the spherical harmonics of the displacement and depend strongly on the perturbation frequencies, especially on the high frequencies. The results, obtained in this work, can be used to construct the boundary conditions for the core dynamics of the long-period oscillations of the Earth's fluid outer core.

**Key Words:** the dynamical effects of the fluid outer core; boundaries of the fluid outer core; the internal load Love numbers; the Earth's deformation field; boundary conditions