

文章编号: 0253-3782(2003)03-0262-10

三种介质耦联系统动力反应分析的 显式有限元法及其应用*

赵成刚¹⁾ 李伟华¹⁾ 王进廷²⁾ 李 亮¹⁾

1) 中国北京 100044 北方交通大学土木建筑工程学院

2) 中国北京 100084 清华大学土木水电学院

摘要 在笔者已建立的流体饱和多孔介质动力分析的显式有限元法的基础上, 提出了可分析任意形状的流体饱和多孔介质-单相弹性固体介质-理想流体介质耦联的复杂系统的动力响应的显式有限元方法. 该方法建立的有限元方程列式具有解耦特征, 不求解联立方程组, 因而极大地提高了计算效率. 将这一方法用于分析了考虑库水、坝、淤泥层和基岩这一复杂系统动力相互作用问题的斜坡面的地震响应, 给出了一些计算结果.

关键词 流体饱和多孔介质-单相弹性固体介质-理想流体介质耦联系统 动力响应分析
显式有限元方法

中图分类号: P315.9 **文献标识码:** A

引言

在复杂场地动力响应以及土与结构和流体相互作用系统的地震响应分析中, 都会涉及到不同介质以及它们耦联的情况. 流体饱和多孔介质、单相弹性固体介质、理想流体介质, 这 3 种介质的耦联系统就是随着对土-结构-流体动力相互作用问题研究的不断深入而提出来的. 目前虽有少数学者对上述 3 种耦联系统的动力响应进行了一些研究(赵成刚等, 1998; Prevost, 1985; Chen, 2000), 但由于问题的复杂性, 如何高效地处理该问题仍是研究者们所关注和追求的目标.

基于赵成刚等(2001)、王进廷(1998)提出的流体饱和多孔介质动力分析的显式有限元法和廖振鹏(1996)给出的单相弹性固体介质动力反应分析的显式有限元法, 以及王进廷(1998)推导的理想流体介质动力分析的显式有限元法, 本研究建立了这 3 种介质在边界上的有限元模拟, 提出了可以对任意形状的这 3 种介质耦联系统的地震响应进行分析的方法. 该方法具有解耦特征, 不需组装总刚, 不求解大型联立方程组, 节省了内存, 极大地提高了计算效率. 它是处理上述 3 种介质耦联系统动力问题的一种有效方法. 文中还把所提出的方法用于库水、坝、淤泥层和基岩这一复杂系统相互作用时, 坝体的地震响应分析中. 计算结果表明, 具有 2 000 个自由度的 3 种介质耦联系统, 分 10 000 步进行计算, 在 PC-奔 III 主频为 700 的计算机上, CPU 时间仅为 168 s.

* 国家自然科学基金(50178005)资助项目.

2002-06-17 收到初稿, 2002-11-30 收到修改稿, 2003-01-03 决定采用.

1 单一介质中节点的动力反应分析的显式有限元表达式

1.1 流体饱和两相多孔介质

赵成刚等(2001, 1998)根据 Biot 流体饱和和多孔介质波动方程(Biot, 1956), 提出了分析流体饱和和多孔介质中动力反应的显式有限元法, 给出流体饱和和多孔介质内部节点 1 的动力反应显式有限元表达式.

1) 位移表达式

$$\{u_1^{p+1}\} = \{u_1^p\} + \Delta t \{\dot{u}_1^p\} - \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{M}_{u1}^{-1} \{ \mathbf{C}_{il} (\{\dot{u}_i^p\} - \{\dot{U}_i^p\}) + \mathbf{k}_{ui1} \{u_i^p\} + \mathbf{k}_{uU1} \{U_i^p\} - \mathbf{F}_{ui1}^p \} \quad (1)$$

$$\{U_1^{p+1}\} = \{U_1^p\} + \Delta t \{\dot{U}_1^p\} - \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{M}_{U1}^{-1} \{ -\mathbf{C}_{il} (\{\dot{u}_i^p\} - \{\dot{U}_i^p\}) + \mathbf{k}_{Uui1} \{u_i^p\} + \mathbf{k}_{UU1} \{U_i^p\} - \mathbf{F}_{U1}^p \} \quad (2)$$

2) 速度表达式

$$\{\dot{u}_1^{p+1}\} = \{\dot{u}_1^p\} - \mathbf{M}_{u1}^{-1} \{ \mathbf{C}_{il} (\{u_i^{p+1}\} - \{u_i^p\} - \{U_i^{p+1}\} + \{U_i^p\}) + \frac{1}{2} \Delta t [\mathbf{k}_{ui1} \{u_i^{p+1}\} + \mathbf{k}_{uU1} \{U_i^{p+1}\} - \mathbf{F}_{ui1}^{p+1} + \mathbf{F}_{ui1}^p] \} \quad (3)$$

$$\{\dot{U}_1^{p+1}\} = \{\dot{U}_1^p\} - \mathbf{M}_{U1}^{-1} \{ \mathbf{C}_{il} (\{U_i^{p+1}\} - \{U_i^p\} - \{u_i^{p+1}\} + \{u_i^p\}) + \frac{1}{2} \Delta t [\mathbf{k}_{Uui1} \{u_i^{p+1}\} + \mathbf{k}_{UU1} \{U_i^{p+1}\} - \mathbf{F}_{U1}^{p+1} + \mathbf{F}_{U1}^p] \} \quad (4)$$

1.2 单相弹性固体介质

廖振鹏(1996)给出了单相弹性固体介质中内部节点 1 动力反应分析的显式有限元表达式:

1) 位移表达式

$$\{u_{s1}^{p+1}\} = \{u_{s1}^p\} + \Delta t \{\dot{u}_{s1}^p\} - \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{M}_{s1}^{-1} \{ \mathbf{k}_{s1} \{u_i^p\} - \mathbf{F}_{s1}^p \} \quad (5)$$

2) 速度表达式

$$\{\dot{u}_{s1}^{p+1}\} = \{\dot{u}_{s1}^p\} - \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{M}_{s1}^{-1} \{ \mathbf{k}_{s1} (\{u_i^p\} + \{u_i^{p+1}\}) - (\mathbf{F}_{s1}^p + \mathbf{F}_{s1}^{p+1}) \} \quad (6)$$

1.3 理想流体介质

王进廷(1998)推导出理想流体介质中内部节点 1 动力反应分析的显式有限元表达式:

1) 位移表达式

$$\{u_{f1}^{p+1}\} = \{u_{f1}^p\} + \Delta t \{\dot{u}_{f1}^p\} - \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{M}_{f1}^{-1} \{ \mathbf{k}_{f1} \{u_i^p\} - \mathbf{F}_{f1}^p \} \quad (7)$$

2) 速度反应表达式

$$\{\dot{u}_{f1}^{p+1}\} = \{\dot{u}_{f1}^p\} - \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{M}_{f1}^{-1} \{ \mathbf{k}_{f1} (\{u_i^p\} + \{u_i^{p+1}\}) - (\mathbf{F}_{f1}^p + \mathbf{F}_{f1}^{p+1}) \} \quad (8)$$

计算的局部节点如图 1 所示. 式(1)~(8)中, $\{u_{s1}\}$ 、 $\{\dot{u}_{s1}\}$, $\{u_{f1}\}$ 、 $\{\dot{u}_{f1}\}$, $\{u_1\}$ 、 $\{\dot{u}_1\}$, $\{U_1\}$ 、 $\{\dot{U}_1\}$ 分别表示弹性固体介质、理想流体介质、饱和两相多孔介质的固相、液相的内部节点 1 的位移、速度; \mathbf{M}_{s1} , \mathbf{M}_{f1} , \mathbf{M}_{u1} , \mathbf{M}_{U1} , \mathbf{k}_{s1} (\mathbf{k}_{1i1}), \mathbf{k}_{f1} (\mathbf{k}_{3i1}), \mathbf{k}_{ui1} (\mathbf{k}_{11i1}), \mathbf{k}_{uU1} (\mathbf{k}_{12i1}) 和 \mathbf{k}_{UU1} (\mathbf{k}_{13i1}) 分别表示弹性固体介质、理想流体介质、饱和两相多孔介质的固相、液相的

内部节点 1 的局部组合质量矩阵和刚度矩阵; $\{F_{s1}\}$ 、 $\{F_{f1}\}$ 、 $\{F_{u1}\}$ 、 $\{F_{U1}\}$ 分别表示弹性固体介质、理想流体介质、饱和两相多孔介质的固相、液相的内部节点 1 的节点外力; $\{C_{i1}\}$ 表示饱和两相多孔介质的内部节点 1 的阻尼矩阵; 下标 $i=1, 2, \dots, 9$ (图 1); 上标 p 和 $p+1$ 表示时间步数; Δt 表示时间离散步距. 上述各式对重复下标采用求和法则.

2 流体饱和两相多孔介质、单相弹性固体介质、理想流体介质等 3 种介质交界线上节点的动力反应的显式有限元表达式

2.1 3 种介质交界线上的连续条件

赵成刚等(1999)给出了流体饱和两相多孔介质、单相弹性固体介质、理想流体介质 3 种介质交界线(图 2)上的连续条件.

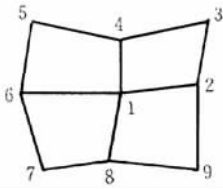


图 1 局部单元组合及节点示意图

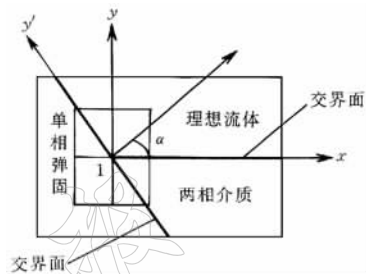


图 2 交界线上节点 1 示意图

1) 交界线上流体饱和两相多孔介质的固相、液相, 单相弹性固体介质, 理想流体的运动在斜交界面法向(x' 方向)连续, 即

$$\{u_{1x'}\} = \{U_{1x'}\} = \{u_{s1x'}\} = \{u_{f1x'}\} \quad (9)$$

$$\{\dot{u}_{1x'}\} = \{\dot{U}_{1x'}\} = \{\dot{u}_{s1x'}\} = \{\dot{u}_{f1x'}\} \quad (10)$$

2) 交界线上流体饱和两相多孔介质的固相和单相弹性固体介质的运动在斜交界面切向(y' 方向)连续, 即

$$\{u_{1y'}\} = \{u_{s1y'}\} \quad (11)$$

$$\{\dot{u}_{1y'}\} = \{\dot{u}_{s1y'}\} \quad (12)$$

3) 交界线上流体饱和两相多孔介质的总体运动和理想流体介质的运动在斜交界面切向(y' 方向)连续, 即

$$\{u_{f1y'}\} = (1-n)\{u_{1y'}\} + n\{U_{1y'}\} \quad (13)$$

$$\{\dot{u}_{f1y'}\} = (1-n)\{\dot{u}_{1y'}\} + n\{\dot{U}_{1y'}\} \quad (14)$$

4) 交界线上的总体应力在斜交界面法向(x' 方向)连续, 即

$$\mathbf{F}_{u1x'} + \mathbf{F}_{U1x'} + \mathbf{F}_{s1x'} + \mathbf{F}_{f1x'} = 0 \quad (15)$$

5) 交界线上的总体应力在斜交界面切向(y' 方向)连续, 即

$$\mathbf{F}_{u1y'} + \mathbf{F}_{U1y'} + \mathbf{F}_{s1y'} + \mathbf{F}_{f1y'} = 0 \quad (16)$$

6) 交界线上两相介质的液相和理想流体的压强在斜交界面切向(y' 方向)连续, 即

$$\mathbf{F}_{U1y'} + n\mathbf{F}_{f1y'} = 0 \quad (17)$$

以上各式中符号的意义同上, n 表示流体饱和两相多孔介质的孔隙率.

2.2 3 种介质交界线上节点的位移显式有限元表达式

根据上述 3 种介质中节点的位移、速度显式有限元表达式以及 3 种介质交界线上的连续条件表达式, 可求出交界线上节点 1 的位移显式有限元表达式. 其具体步骤如下:

1) 根据上述 3 种介质中节点的位移显式有限元表达式: 公式(1)、(3)、(5)和(6), 求出 3 种介质中节点的节点外力表达式.

2) 将节点外力表达式代入连续条件表达式(15)、(16)和(17), 消去式(15)、(16)和(17)中的外力项.

3) 将连续条件表达式(9)和(10)代入式(15), 求得交界线上节点 1 的流体饱和两相多孔介质的固相位移在 x' 方向的显式有限元表达式; 根据连续条件表达式(9), 求得交界线上节点 1 的两相多孔介质的液相、单相弹性固体介质、理想流体介质的位移在 x' 方向显式有限元表达式.

4) 将连续条件表达式(11)~(14)代入式(16)、(17), 联立求解两式, 求得交界线上节点 1 的两相多孔介质的固相、液相位移在 y' 方向的显式有限元表达式, 根据连续条件的表达式(11)和(13), 求得交界线上节点 1 的单相弹性固体介质、理想流体介质的位移在 y' 方向显式有限元表达式.

5) 根据坐标转换关系求得交界线上节点 1(图 2)的位移在 x 、 y 方向的表达式如下.

2.2.1 流体饱和多孔介质固相的位移

$$\begin{cases} \{u_{1x}^{p+1}\} = \{u_{1x'}^{p+1}\} \cos\alpha - \{u_{1y'}^{p+1}\} \sin\alpha \\ \{u_{1y}^{p+1}\} = \{u_{1y'}^{p+1}\} \cos\alpha + \{u_{1x'}^{p+1}\} \sin\alpha \end{cases} \quad (18)$$

式(18)中

$$\begin{aligned} \{u_{1x}^{p+1}\} = & \{u_{1x}^p\} \cos\alpha + \{u_{1y}^p\} \sin\alpha + \Delta t (\{\dot{u}_{1x}^p\} \cos\alpha + \{\dot{u}_{1y}^p\} \sin\alpha) - \\ & \frac{\Delta t^2}{2} \frac{1}{M_{s1} + M_{f1} + M_{u1} + M_{U1}} \{m_x (k_{1i1} \{u_s^p\} + k_{3i1} \{u_{fi}^p\} + k_{11i1} \{u_i^p\} + \\ & k_{12i1} \{U_i^p\} + k_{12i1} \{u_i^p\} + k_{13i1} \{U_i^p\}) \cos\alpha + m_y (k_{1i1} \{u_s^p\} + k_{3i1} \{u_{fi}^p\} + \\ & k_{11i1} \{u_i^p\} + k_{12i1} \{U_i^p\} + k_{12i1} \{u_i^p\} + k_{13i1} \{U_i^p\}) \sin\alpha\} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\{u_{1y}^{p+1}\} = \frac{DE - BF}{AD - BC} \quad (20)$$

其中

$$m_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad m_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A = \frac{2}{\Delta t^2} [(1-n)^2 M_{f1} + M_{u1} + M_{U1}]$$

$$B = n(1-n) \frac{2}{\Delta t^2} M_{f1} \quad C = n(1-n) \frac{2}{\Delta t^2} M_{f1} \quad D = \frac{2}{\Delta t^2} (M_{u1} + n^2 M_{f1})$$

$$\begin{aligned} E = & \frac{2}{\Delta t^2} \{M_{u1} [(\{u_{1y}^p\} \cos\alpha - \{u_{1x}^p\} \sin\alpha) + \Delta t (\{\dot{u}_{1y}^p\} \cos\alpha - \{\dot{u}_{1x}^p\} \sin\alpha)] + \\ & M_{s1} [(\{u_{s1y}^p\} \cos\alpha - \{u_{s1x}^p\} \sin\alpha) + \Delta t (\{\dot{u}_{s1y}^p\} \cos\alpha - \{\dot{u}_{s1x}^p\} \sin\alpha)] + \\ & (1-n) M_{f1} [(\{u_{f1y}^p\} \cos\alpha - \{u_{f1x}^p\} \sin\alpha) + \Delta t (\{\dot{u}_{f1y}^p\} \cos\alpha - \{\dot{u}_{f1x}^p\} \sin\alpha)]\} - \\ & m_y \{C_{i1} (\{u_i^p\} - \{U_i^p\}) + k_{11i1} \{u_i^p\} + k_{12i1} \{U_i^p\} + k_{1i1} \{u_s^p\} + (1-n) k_{3i1} \{u_{fi}^p\}\} \cos\alpha + \\ & m_x \{C_{i1} (\{u_i^p\} - \{U_i^p\}) + k_{11i1} \{u_i^p\} + k_{12i1} \{U_i^p\} + k_{1i1} \{u_s^p\} + (1-n) k_{3i1} \{u_{fi}^p\}\} \sin\alpha \\ F = & \frac{2}{\Delta t^2} \{M_{U1} [(\{U_{1y}^p\} \cos\alpha - \{U_{1x}^p\} \sin\alpha) + \Delta t (\{\dot{U}_{1y}^p\} \cos\alpha - \{\dot{U}_{1x}^p\} \sin\alpha)] + \end{aligned}$$

$$n\mathbf{M}_{f1}[\langle\{u_{f1y}^p\}\cos\alpha - \{u_{f1x}^p\}\sin\alpha\rangle + \Delta t(\langle\dot{u}_{f1y}^p\}\cos\alpha - \langle\dot{u}_{f1x}^p\}\sin\alpha)] - \\ m_y\{-\mathbf{C}_{11}(\langle\{u_i^p\} - \{U_i^p\}) + \mathbf{k}_{12i1}\langle\{u_i^p\} + \mathbf{k}_{13i1}\langle\{U_i^p\} + n\mathbf{k}_{3i1}\langle\{u_{fi}^p\}\rangle\cos\alpha + \\ m_x\{-\mathbf{C}_{11}(\langle\{u_i^p\} - \{U_i^p\}) + \mathbf{k}_{12i1}\langle\{u_i^p\} + \mathbf{k}_{13i1}\langle\{U_i^p\} + n\mathbf{k}_{3i1}\langle\{u_{fi}^p\}\rangle\sin\alpha$$

2.2.2 流体饱和多孔介质液相的位移

$$\langle U_{1x}^{p+1} \rangle = \langle U_{1x}^{p+1} \rangle \cos\alpha - \langle U_{1y}^{p+1} \rangle \sin\alpha \quad (21)$$

$$\langle U_{1y}^{p+1} \rangle = \langle U_{1x}^{p+1} \rangle \cos\alpha + \langle U_{1y}^{p+1} \rangle \sin\alpha \quad (22)$$

其中

$$\begin{cases} \langle U_{1x}^{p+1} \rangle = \langle u_{1x}^{p+1} \rangle \\ \langle U_{1y}^{p+1} \rangle = \frac{\mathbf{A}\mathbf{F} - \mathbf{C}\mathbf{E}}{\mathbf{A}\mathbf{D} - \mathbf{B}\mathbf{C}} \end{cases} \quad (23)$$

2.2.3 单相弹性固体介质的位移

$$\langle U_{s1x}^{p+1} \rangle = \langle u_{s1x}^{p+1} \rangle \cos\alpha - \langle u_{s1y}^{p+1} \rangle \sin\alpha \quad (24)$$

$$\langle u_{s1y}^{p+1} \rangle = \langle u_{s1y}^{p+1} \rangle \cos\alpha + \langle u_{s1x}^{p+1} \rangle \sin\alpha \quad (25)$$

其中, $\langle u_{s1x}^{p+1} \rangle = \langle u_{1x}^{p+1} \rangle$; $\langle u_{s1y}^{p+1} \rangle = \langle u_{1y}^{p+1} \rangle$.

2.2.4 理想流体的位移

$$\langle u_{f1x}^{p+1} \rangle = \langle u_{f1x}^{p+1} \rangle \cos\alpha - \langle u_{f1y}^{p+1} \rangle \sin\alpha \quad (26)$$

$$\langle u_{f1y}^{p+1} \rangle = \langle u_{f1x}^{p+1} \rangle \cos\alpha + \langle u_{f1y}^{p+1} \rangle \sin\alpha \quad (27)$$

式(26)、(27)中, $\langle u_{f1x}^{p+1} \rangle = \langle u_{1x}^{p+1} \rangle$, $\langle u_{f1y}^{p+1} \rangle = (1-n)\langle u_{1y}^{p+1} \rangle + n\langle U_{1y}^{p+1} \rangle$.

2.3 交界线上节点 1 的速度显式有限元表达式

根据上述 3 种介质中节点的位移、速度显式有限元表达式以及 3 种介质交界线上的连续条件, 同理可推出交界线上节点 1 的速度显式有限元表达式.

2.3.1 流体饱和两相多孔介质固相的速度

$$\langle \dot{u}_{1x}^{p+1} \rangle = \langle \dot{u}_{1x}^{p+1} \rangle \cos\alpha - \langle \dot{u}_{1y}^{p+1} \rangle \sin\alpha \quad (28)$$

$$\langle \dot{u}_{1y}^{p+1} \rangle = \langle \dot{u}_{1x}^{p+1} \rangle \cos\alpha + \langle \dot{u}_{1y}^{p+1} \rangle \sin\alpha \quad (29)$$

其中

$$\langle \dot{u}_{1x}^{p+1} \rangle = \langle \dot{u}_{1x}^p \rangle \cos\alpha + \langle \dot{u}_{1y}^p \rangle \sin\alpha - \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{\mathbf{M}_{s1} + \mathbf{M}_{f1} + \mathbf{M}_{u1} + \mathbf{M}_{U1}} \times \{m_x\}\langle\mathbf{k}_{1i1}(\langle\{u_s^p\} + \langle\{u_{s1}^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{3i1}(\langle\{u_{fi}^p\} + \langle\{u_{fi}^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{11i1}(\langle\{u_i^p\} + \langle\{u_i^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{12i1}(\langle\{U_i^p\} + \langle\{U_i^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{12i1}(\langle\{u_i^p\} + \langle\{u_i^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{13i1}(\langle\{U_i^p\} + \langle\{U_i^{p+1}\})\rangle\cos\alpha + m_y\{\mathbf{k}_{1i1}(\langle\{u_s^p\} + \langle\{u_{s1}^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{3i1}(\langle\{u_{fi}^p\} + \langle\{u_{fi}^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{11i1}(\langle\{u_i^p\} + \langle\{u_i^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{12i1}(\langle\{U_i^p\} + \langle\{U_i^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{12i1}(\langle\{u_i^p\} + \langle\{u_i^{p+1}\}) + \mathbf{k}_{13i1}(\langle\{U_i^p\} + \langle\{U_i^{p+1}\})\rangle\sin\alpha \quad (30)$$

$$\langle \dot{u}_{1y}^{p+1} \rangle = \frac{\mathbf{D}\mathbf{E} - \mathbf{B}\mathbf{F}}{\mathbf{A}\mathbf{D} - \mathbf{B}\mathbf{C}} \quad (31)$$

式(30)、(31)中

$$m_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad m_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \frac{2}{\Delta t}[(1-n)^2\mathbf{M}_{f1} + \mathbf{M}_{u1} + \mathbf{M}_{U1}] \quad \mathbf{B} = n(1-n)\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}_{f1}$$

$$\mathbf{C} = n(1-n) \frac{2}{\Delta t} \mathbf{M}_{f1} \quad \mathbf{D} = \frac{2}{\Delta t} (\mathbf{M}_{u1} + n^2 \mathbf{M}_{f1})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & \frac{2}{\Delta t^2} \{ \mathbf{M}_{u1} (\{ \dot{u}_{1y}^p \} \cos \alpha - \{ \dot{u}_{1x}^p \} \sin \alpha) + \mathbf{M}_{s1} (\{ \dot{u}_{s1y}^p \} \cos \alpha - \{ \dot{u}_{s1x}^p \} \sin \alpha) + \\ & (1-n) \mathbf{M}_{f1} (\{ \dot{u}_{f1y}^p \} \cos \alpha - \{ \dot{u}_{f1x}^p \} \sin \alpha) \} - m_y \left\{ \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C}_{i1} [\{ \{ u_i^{p+1} \} - \{ u_i^p \} \} - \{ \{ U_i^{p+1} \} - \{ U_i^p \} \}] + \right. \\ & \mathbf{k}_{11i1} \{ \{ u_i^{p+1} \} + \{ u_i^p \} \} + \mathbf{k}_{12i1} \{ \{ U_i^{p+1} \} + \{ U_i^p \} \} + \mathbf{k}_{1i1} \{ \{ u_s^{p+1} \} + \{ u_s^p \} \} + \\ & (1-n) \mathbf{k}_{3i1} \{ \{ u_{fi}^{p+1} \} + \{ u_{fi}^p \} \} \cos \alpha + m_x \left\{ \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C}_{i1} [\{ \{ u_i^{p+1} \} - \{ u_i^p \} \} - \{ \{ U_i^{p+1} \} - \{ U_i^p \} \}] + \right. \\ & \mathbf{k}_{11i1} \{ \{ u_i^{p+1} \} + \{ u_i^p \} \} + \mathbf{k}_{12i1} \{ \{ U_i^{p+1} \} + \{ U_i^p \} \} + \mathbf{k}_{1i1} \{ \{ u_s^{p+1} \} + \{ u_s^p \} \} + \\ & \left. \left. \mathbf{k}_{3i1} \{ \{ u_{fi}^{p+1} \} + \{ u_{fi}^p \} \} \right\} \sin \alpha \right\} \\ \mathbf{F} = & \frac{2}{\Delta t^2} \{ \mathbf{M}_{u1} (\{ \dot{U}_{1y}^p \} \cos \alpha - \{ \dot{U}_{1x}^p \} \sin \alpha) + n \mathbf{M}_{f1} (\{ \dot{u}_{f1y}^p \} \cos \alpha - \{ \dot{u}_{f1x}^p \} \sin \alpha) \} - \\ & m_y \left\{ \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C}_{i1} [\{ \{ U_i^{p+1} \} - \{ U_i^p \} \} - \{ \{ u_i^{p+1} \} - \{ u_i^p \} \}] + \mathbf{k}_{12i1} \{ \{ u_i^{p+1} \} + \{ u_i^p \} \} + \right. \\ & \mathbf{k}_{13i1} \{ \{ U_i^{p+1} \} + \{ U_i^p \} \} + n \mathbf{k}_{3i1} \{ \{ u_{fi}^{p+1} \} + \{ u_{fi}^p \} \} \cos \alpha + m_x \left\{ \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C}_{i1} [\{ \{ U_i^{p+1} \} - \{ U_i^p \} \} - \{ \{ u_i^{p+1} \} - \{ u_i^p \} \}] + \right. \\ & \left. \left. \mathbf{k}_{12i1} \{ \{ u_i^{p+1} \} + \{ u_i^p \} \} + \mathbf{k}_{13i1} \{ \{ U_i^{p+1} \} + \{ U_i^p \} \} + n \mathbf{k}_{3i1} \{ \{ u_{fi}^{p+1} \} + \{ u_{fi}^p \} \} \right\} \sin \alpha \right\} \end{aligned}$$

2.3.2 流体饱和两相多孔介质液相的速度

$$\{ \dot{U}_{1x}^{p+1} \} = \{ \dot{U}_{1x}^{p+1} \} \cos \alpha - \{ \dot{U}_{1y}^{p+1} \} \sin \alpha \quad (32)$$

$$\{ \dot{U}_{1y}^{p+1} \} = \{ \dot{U}_{1y}^{p+1} \} \cos \alpha + \{ \dot{U}_{1x}^{p+1} \} \sin \alpha \quad (33)$$

$$\text{其中} \quad \left\{ \begin{aligned} \{ \dot{U}_{1x}^{p+1} \} &= \{ \dot{u}_{1x}^{p+1} \} \\ \{ \dot{U}_{1y}^{p+1} \} &= \frac{\mathbf{AF} - \mathbf{CE}}{\mathbf{AD} - \mathbf{BC}} \end{aligned} \right. \quad (34)$$

式(34)中, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{F}$ 意义同式(31).

2.3.3 弹性固体介质的速度

$$\{ \dot{u}_{s1x}^{p+1} \} = \{ \dot{u}_{s1x}^{p+1} \} \cos \alpha - \{ \dot{u}_{s1y}^{p+1} \} \sin \alpha \quad (35)$$

$$\{ \dot{u}_{s1y}^{p+1} \} = \{ \dot{u}_{s1y}^{p+1} \} \cos \alpha + \{ \dot{u}_{s1x}^{p+1} \} \sin \alpha \quad (36)$$

式(35)、(36)中, $\{ \dot{u}_{s1x}^{p+1} \} = \{ \dot{u}_{1x}^{p+1} \}$, $\{ \dot{u}_{s1y}^{p+1} \} = \{ \dot{u}_{1y}^{p+1} \}$.

2.3.4 理想流体的速度

$$\{ \dot{u}_{f1x}^{p+1} \} = \{ \dot{u}_{f1x}^{p+1} \} \cos \alpha - \{ \dot{u}_{f1y}^{p+1} \} \sin \alpha \quad (37)$$

$$\{ \dot{u}_{f1y}^{p+1} \} = \{ \dot{u}_{f1y}^{p+1} \} \cos \alpha + \{ \dot{u}_{f1x}^{p+1} \} \sin \alpha \quad (38)$$

其中, $\{ \dot{u}_{f1x}^{p+1} \} = \{ \dot{u}_{1x}^{p+1} \}$, $\{ \dot{u}_{f1y}^{p+1} \} = (1-n) \{ \dot{u}_{1y}^{p+1} \} + n \{ \dot{U}_{1y}^{p+1} \}$.

2.4 小结

至此, 本文已推导出流体饱和两相多孔介质、单相弹性固体介质和理想流体介质 3 种介质交界线上节点动力反应的显式有限元表达式. 3 种介质中任何两种介质按任何方向相交的界面上的节点动力反应的显式有限元表达式可采用上述相同的方法推得. 在此基础上就可以按照以下的计算步骤, 根据节点的顺序, 计算出每一节点在不同时刻的反应.

- 1) 引入人工边界, 给出计算区域.
- 2) 将计算区域按介质的种类划为不同的大单元, 然后将每个大单元划分为有限元网格, 用有限元节点系代替连续介质区.
- 3) 计算准备: ① 形成集中于每一节点的质量; ② 形成每一节点的计算刚度和阻尼; ③ 令 $p=0$ 时刻以前的若干时刻的节点位移为零, 并输入初始位移场或作用力场.
- 4) 计算 p 和 $p+1$ 时刻的节点外力.
- 5) 计算 $p+1$ 时刻的动力反应: ① 用式(1)~(8)分别计算每一种介质内部节点 $p+1$ 时刻的动力反应; ② 用前面建立的方法计算不同介质交界面上节点 $p+1$ 时刻的动力反应; ③ 人工边界上的节点按照 Liao(1984)和李小军(1993)建立的方法处理.

3 显式有限元法在水库地震动水压力分析中的应用

水库运行一段时间后会 在坝前形成淤砂层. 淤砂层的形成会改变库水的动力特征, 对坝体的动力响应产生影响. 正确认识这种影响, 对于新建大坝抗震设计和已建大坝抗震安全性评估都具有重要意义. 坝体的动力响应分析是一个非常复杂的问题, 需要建立一套完整的坝-库水-淤砂-基岩系统地震反应分析模型. 它涉及到流体饱和两相多孔介质、单相弹性固体介质和理想流体介质等不同类型介质的动力反应分析以及它们间的动力相互作用, 分析时既要考虑坝体附近的复杂介质和复杂几何形状, 又要考虑在半无限地基中能量向无穷远处的辐射作用. 对这样一个大型复杂问题进行动力分析, 首先必须发展一种高效的数值计算方法.

本节把淤砂模拟为流体饱和和多孔介质, 利用前面建立的 3 种介质耦联系统动力响应的有限元方法, 结合局部透射人工边界(Liao, Wong, 1984; 李小军, 1993), 建立了坝-库水-淤砂-基岩系统的动力响应分析模型. 这一模型不仅可以考虑坝、库水、淤砂和基岩之间的动力相互作用, 而且还可以考虑坝面倾斜的情况, 即采用了四边形和三角形两种单元用以模拟任意形状. 通过数值计算, 重点分析了淤砂层厚度对坝顶竖向位移的影响.

3.1 计算模型及材料参数

计算模型及网格划分如图 3 所示. 网格间距为满足精度和稳定性的要求, 取横向 20 m、竖向 10 m, 单元采用四边形等单元和常应变三角形单元. 左侧基岩边界及右侧边界为人工边界. 4 种介质的计算参数见表 1 和 2. 其中基岩、坝体均为单相弹性固体介质, 淤砂为流体饱和和两相多孔介质, 库水为理想流体; 且基岩的材料参数相同. 输入波场为辐值为 1 的正弦纵波场(垂直入射).

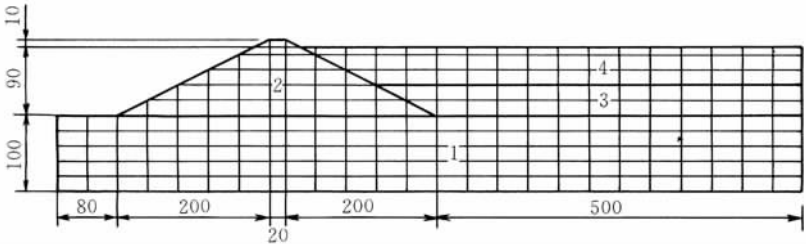


图 3 计算模型及网格划分示意图
1. 基岩, 2. 坝体, 3. 淤泥层, 4. 库水

表 1 中, A, N 相当于淤砂固相的 Lamé 常数; ρ_s, ρ_l 分别为淤砂固相、液相的密度; R, Q 的意义见 Biot(1956) 文章; n 为淤砂的孔隙率, k 为淤砂的渗透系数. 表 2 中, ρ, λ, μ 分别为该种介质的密度和 Lamé 常数; k_L 为库水的压缩系数.

表 1 淤砂材料参数表

A/Pa	N/Pa	n	$\rho_s/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\rho_l/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	Q/Pa	R/Pa	$k/\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$
5.5×10^8	7.7×10^6	0.60	2 640	1 000	8×10^9	1.2×10^9	0.001

表 2 坝体、基岩、库水材料参数表

坝 体			基 岩			库 水	
$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	λ/Pa	μ/Pa	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	λ/Pa	μ/Pa	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	k_L/Pa
2 700	4.2×10^9	1.85×10^9	2 800	1.44×10^{12}	4.4×10^9	1 000	2.0×10^9

3.2 计算结果及分析

图 4 表示淤砂层厚度分别为 10, 20 和 40 m 时在不同频率简谐波输入的情况下, 坝顶竖向位移在不同时刻的反应值. 从图中可以看出, 淤砂层的存在及其厚度变化可以改变坝体的自振频率和共振峰值. 随着淤砂层厚度的增加, 坝体的自振频率减小, 同时坝顶的竖向位移也随之减小.

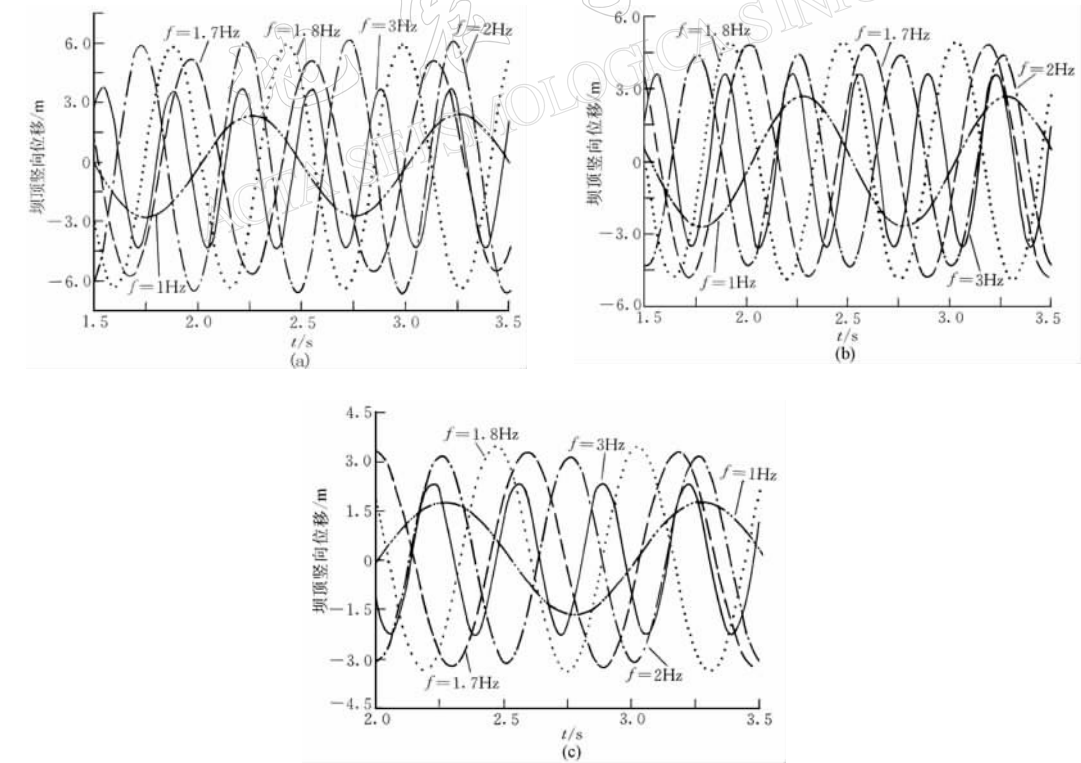


图 4 不同淤砂层厚度下, 坝顶竖向位移在不同输入频率下的反应值
(a) 厚度为 10 m; (b) 厚度为 20 m; (c) 厚度为 40 m

4 结论

1) 根据已提出的流体饱和多孔介质动力分析的显式有限元法, 在建立了 3 种介质在边界上连续性的有限元模拟的基础上, 得到了可分析任意形状的流体饱和两相多孔介质-单相弹性固体介质-理想流体介质耦合系统中结构动力反应分析的显式有限元法. 这一方法可用于任意地形不同地质材料中结构的动力响应分析中. 具有重要的研究意义和工程实用价值.

2) 将该方法应用到坝体动力反应分析中, 通过数值计算给出了坝顶的竖向位移在不同淤砂层厚度及不同简谐波输入频率下的反应值. 通过分析得到了淤砂层厚度会影响坝体的动力响应.

参 考 文 献

- 李小军. 1993. 非线性场地地震反应分析方法的研究[D]: [学位论文]. 国家地震局工程力学研究所, 145~154
- 廖振鹏. 1996. 工程波动理论导引[M]. 北京: 科学出版社, 197~199
- 王进廷. 1998. 两相饱和多孔介质同其它介质耦联时的动力显式有限元法[D]: [学位论文]. 北京: 北方交通大学, 21~27
- 赵成刚, 王进廷, 史培新. 2001. 流体饱和两相多孔介质动力反应分析的显式有限元法[J]. 岩土工程学报, **23**(2): 178~182
- 赵成刚, 杜修力, 崔杰. 1998. 固体\流体多相孔隙介质中的波动理论及其数值模拟的进展[J]. 力学进展, **28**(1): 83~92
- 赵成刚, 高福平, 崔杰. 1999. 波从单相介质向两相饱和多孔介质入射时在交界面的反射与透射[J]. 地震工程与工程振动, **19**(1): 1~6
- Biot M A. 1956. Theory of propagation of elastic wave in fluid-saturated porous soil[J]. *J Acoust Soc Amer*, **28**(2): 168~178
- Chen B F. 2000. Dynamic response of coastal structures during earthquakes including sediment-sea-structure interaction [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **20**(2): 445~467
- Liao Z P, Wong H L. 1984. A transmitting boundary for the numerical simulation of elastic wave propagation[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **3**(4): 176~183
- Prevost J H. 1985. Wave propagation in fluid-saturated media: An efficient finite element procedure[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **4**(4): 183~201

AN EXPLICIT FINITE ELEMENT METHOD FOR DYNAMIC ANALYSIS IN THREE-MEDIUM COUPLING SYSTEM AND ITS APPLICATION

Zhao Chenggang¹⁾ Li Weihua¹⁾ Wang Jinting²⁾ Li Liang¹⁾

1) School of Civil Engineering and Architecture, Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China

2) School of Civil Engineering & Hydropower Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract: In this paper, an explicit finite element method to analyze the dynamic responses of three-medium coupled systems with any terrain is developed on the basis of the numerical simulation of the continuous conditions on the boundaries among the fluid saturated

porous medium, elastic single-phase medium and ideal fluid medium. This method is a very effective one with the characteristic of high calculating speed and small memory needed because the formulae for this explicit finite element method are of the characteristic of decoupling and does not need to solve system of linear equations. The method is applied to analyze the dynamic response in a reservoir with the consideration of the dynamic interactions among water, dam, sediment and foundation rock. The vertical displacement at the top point of the dam is calculated and some conclusions are given.

Key words: saturated porous medium-elastic single-phase medium-ideal fluid medium coupled system; dynamic response analysis; explicit finite element method

地震学报
ACTA SEISMOLOGICA SINICA