第3卷 第3期
1981年8月

地 震 学 报
ACTA SEISMOLOGICA SINICA

Vol. 3, No. 3
Aug., 1981

地震 *b* 值的估计方法及其标准误差*

——应用蒙特卡罗方法估计 *b* 值精度

张 建 中
(中国科学院计算中心)

宋 良 玉
(国家地震局地球物理研究所)

摘 要

近年在地震预报问题的探索中,不少人企图使用震级频数法则去寻找大震前兆,讨论 b 值的时空变化. 随之出现一个新问题,为适应预报需要资料所取范围越来越小,时段越来越短,这样估计 b 值时使用的地震个数大大减少,至使估计 b 值时误差增加.

本文从古登堡、李希特的震级频数法则出发,讨论了 b 值的各种估计方法. 其中有极大似然估计、矩估计,线性简单最小二乘估计和非线性简单最小二乘估计等. 给出 b 值各种估计的精度,从而比较各种方法的优劣. 文中应用蒙特卡罗 (Monte-Carlo) 方法计算了一个 b 值误差表,供计算 b 值时参考.

一、引 言

地震学中关于地震的发生有两个明显的统计学方面的性质,一个是震级频数分布法则(石本,饭田 1939; 古登堡,李希特 1949)[1,2],另一个是余震次数随时间的衰减法则(大森房吉 1937; 宇津德治 1957). 震级频数分布法则指的是发生在某区某时段内,从震级 M 到 M + dM 的地震次数 n(M) 与震级 M 存在如下统计关系:

$$\ln n(\mathrm{M}) = a - b\mathrm{M} \tag{1}$$

近年在地震预报问题的探索中,不少人企图使用震级频数法则去寻找大震前兆,讨论 (1) 式中参数 b 的时空变化[3,4],随之出现一个新问题,即为适应预报需要资料所取的范围越来越小,时段越来越短,因而估计 b 值时使用的地震个数大大减少,至使估计 b 值时误差增加,因此有必要认真地研究一下 b 值的估计精度问题. 本文根据模型 (1) 式,从地震震级M服从指数分布出发,讨论地震 b 值的各种不同的统计估计方法,其中包括极大似然估计,矩估计,线性简单最小二乘估计和非线性简单最小二乘估计等,给出 b 值各种估计的标准误差,从而比较各种方法的优劣. 最后应用蒙特卡罗方法提供一个 b 值误差表,供计算 b 值时参考.

---

* 1979年7月20日收到.

一个地震活动区，在某段时间内发生了 N 个地震：

$$M_1, M_2, M_3, \cdots M_i, \cdots M_N \tag{2}$$

如果震级 M 是一个服从指数分布的随机变量，上述 N 个地震可看成是来自指数分布总体的样本量为 N 的一组简单子样．震级M具有概率密度函数：

$$n(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ be^{-bx} & x \geqslant 0 \end{cases} \tag{3}$$

和分布函数

$$N(x) = P\{M < x\} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-bx} & x \geqslant 0 \end{cases} \tag{4}$$

为讨论简便，上式设起算震级为零．

二、b 值的极大似然估计，矩估计及其标准误差

1. 极大似然估计

极大似然估计基本思想认为，已发生的随机事件（例如地震），或是被抽到的样品一定来自使它们出现概率最大的那个总体．先举一个地震以外的简单例子．假定小学生的年龄服从如图 1 所示的等方差的正态分布，我们从一群小学生中任抽一个学生年龄是 8.7

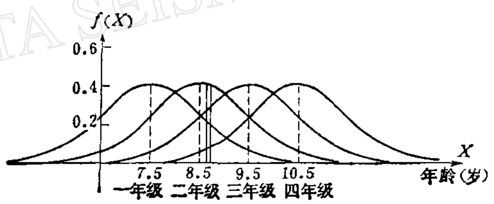

图 1　极大似然原理示例

（假定小学生的年龄服从如图所示的等方差正态分布）

岁，问他是哪个年级的？根据极大似然原理，抽到 8.7 岁学生概率最大的那个年级也就是 8.7 岁左右孩子最多的二年级（参见图 1）．同样某区发生了一个震级为 M_i 的地震，问 b 为何值时，M_i 地震发生的可能性最大，或者问如果发生了一组相互独立的地震（(2) 式），问 b 为何值时该组地震发生的可能性最大．由于 (2) 式来自指数分布母体（(3) 式），多个地震同时发生的概率，根据独立事件的概率乘积定理有

$$L = \prod_{i=1}^{N} (be^{-bM_i}) = b^N \prod_{i=1}^{N} e^{-bM_i} \tag{5}$$

L 称为样本 (2) 式的似然函数．根据极大似然原理，(2) 式是来自使它们出现概率最大的那个总体，也就是说相应的 b 值应该使 L 达到极大值．为了计算方便，对(5)式取对数，于是 b 应使

$$\ln L = N \ln b - b \sum_{i=1}^{N} M_i$$

达到极大，满足方程

$$\frac{\partial \ln L}{\partial b} = \frac{N}{b} - \sum_{i=1}^{N} M_i = 0$$

由此，得 b 值的极大似然估计

$$\hat{b}_1 = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} M_i} = \frac{1}{\bar{M}} \tag{6}$$

这里 $\bar{M} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} M_i$ 为 (2) 式中已发生的一组地震的震级平均值. 一般由极大似然估计参数是很麻烦的，但地震 b 值服从指数分布比较简单，由 (5)、(6) 式可知很易求解.

2. 极大似然法估计 b 值的标准误差

令

$$\eta = 2bM$$

由 (3) 式可知，随机变量 η 的分布函数

$$F_\eta(t) = \begin{cases} 0 & t \leqslant 0 \\ P\{2bM < t\} = \int_0^t \frac{1}{2} e^{-x/2} dx & t > 0 \end{cases}$$

这是一个自由度为 2 的 χ^2 分布，简记为

$$\eta \sim \chi^2(2)$$

由

$$\eta_i = 2bM_i \qquad i = 1, 2, \cdots, N$$

知

$$\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_N$$

为来自总体 $\chi^2(2)$ 的样本量为 N 的一组简单子样，对 χ^2 分布来讲加法定理成立，故知

$$\xi = \sum_{i=1}^{N} \eta_i = 2Nb\bar{M} \tag{7}$$

服从自由度为 $2N$ 的 χ^2 分布，即

$$\xi \sim \chi^2(2N)$$

所以当 $N > 2$ 时有

$$\left.\begin{aligned} E(\xi^{-1}) &= \frac{1}{2(N-1)} \\ E(\xi^{-2}) &= \frac{1}{4(N-1)(N-2)} \\ \sigma^2(\xi^{-1}) &= \frac{1}{4(N-1)^2(N-2)} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

根据 (6)(7)(8) 式对极大似然估计 $\hat{b}_1$ 有

$$\left.\begin{aligned}
&\text{均值}\quad E(\hat{b}_1)=E(2Nb/\xi)=\frac{N}{N-1}b\\
&\text{方差}\quad \sigma^2(\hat{b}_1)=E[\hat{b}_1-E(\hat{b}_1)]^2=4N^2b^2\sigma^2(\xi^{-1})=\frac{N^2b^2}{(N-1)^2(N-2)}\\
&\text{均方误差}\quad MSE(\hat{b}_1)=E[\hat{b}_1-b]^2=\sigma^2(\hat{b}_1)+\left(\frac{N}{N-1}-1\right)^2b^2=\frac{(N+2)b^2}{(N-1)(N-2)}
\end{aligned}\right\}\qquad(9)$$

由此可知，b 值的极大似然估计 $\hat{b}_1$ 是它的一个渐近无偏估计，标准误差为

$$\sqrt{\frac{N+2}{(N-1)(N-2)}}\,b\qquad(10)$$

由于 ξ 服从自由度为 $2N$ 的 χ^2 分布，可以给出 b 在显著水平为 α 时的区间估计

$$\chi^2_{\alpha/2}(2N)/2N\bar{\mathrm{M}}<b<\chi^2_{1-\alpha/2}(2N)/2N\bar{\mathrm{M}}\qquad(11)$$

这里 $\chi^2_\alpha(2N)$ 为自由度等于 $2N$，概率为 α 的 χ^2 分布的下侧分位点.

至此我们看出了用极大似然估计法估计 b 值的优点在于从理论上导出了 b 估计值的标准误差，且给出了 b 真值存在的范围，这是其他算法所不能比拟的.

3. 矩估计法

矩的概念是从力学中引来的，一般把随机变量 X 的分布密度 $f(x)$ 的积分

$$a_r=\int_{-\infty}^{\infty}x^rf(x)dx\qquad(12)$$

称为 X 的 r 阶矩. 例如当把上式中 $f(x)$ 看做点的质量，x 看作点到轴 $x=0$ 的距离，一阶矩 a_1 就是点组关于轴的重心，二阶矩 a_2 就表示转动惯量. 如果已知分布参数是矩的函数，那么就可以用子样矩作为母体相应矩的估计值，从而求得参数估计值，这就是矩估计. 对于我们的问题，由 (3) 式和矩的定义 (12) 式可求出一阶矩与参数 b 的关系：

$$a_1=\int_0^{\infty}xf(x)dx=b\int_0^{\infty}xe^{-bx}dx=\frac{1}{b}$$

由样本 (2) 式求出样本矩：

$$\hat{a}_1=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{M}_i=\bar{\mathrm{M}}$$

以 $\hat{a}_1$ 代入上式 a_1 有

$$\bar{\mathrm{M}}=\frac{1}{b}$$

故参数 b 的矩估计为：

$$\bar{b}_1^*=\frac{1}{\bar{\mathrm{M}}}\qquad(13)$$

由 (6) 与 (13) 式可知，极大似然估计，矩估计给出了相同的结果，因此关于极大似然估计误差的讨论也适用于矩估计.

三、b 值的最小二乘估计及其标准误差

与前面讨论的极大似然估计与矩估计截然不同的另一种对 b 值的估计方法称为最小

二乘估计，它是回归分析中估计参数常用的一种方法. 但是我们这里需要着重指出的是，b 值问题不是一般的回归问题，这里的回归误差不是独立同分布的，不能用一般回归分析方法对 b 值误差作估计，下面要仔细讨论这个问题. 所谓“回归分析”是指随机变量 y 随自变量 x 变化，并有如下关系：

$$y = a - bx + \varepsilon$$

根据 x，y 的 N 组观察值 x_K，y_K $(K = 1, 2, \cdots, N)$，给出回归系数 a，b 的估值及精度. 这里 ε 是随机变量，亦称“剩余误差”，是 y 中无法用 x 表示的各种复杂的随机因素组成的误差. 通常假设“误差 ε_K 相互独立地服从正态分布”. 在 b 值回归问题中，观察值是震级分档值及各档地震个数. ε_K 不能满足“独立同分布”假设. 这是因为，地震原始观察值 (2) 式中震级 M_i 之间是可以假设“独立同分布”的，但在进行回归分析时已将 (2) 式中的原始观察值 M_i 经过按大小排序处理

$$M_{(1)} \leqslant M_{(2)} \leqslant \cdots \leqslant M_{(K)} \leqslant \cdots \leqslant M_{(N)} \tag{14}$$

例如

$$M_{(1)} = \min\{M_1, M_2, \cdots, M_N\}$$
$$M_{(N)} = \max\{M_1, M_2, \cdots, M_N\}$$

这样得到一个新的值序统计量. 根据随机变量 M 的分布函数和密度函数 (3)、(4) 式，值序统计量 (14) 式 M_K 具有边缘密度分布函数

$$n_{NK}(x) = \begin{cases} 0 & x \leqslant 0 \\ NbC_{N-1}^{K-1}(1 - e^{-bx})^{K-1}e^{-(N-K+1)x} & x > 0 \end{cases}$$

和联合密度函数

$$g(x_1, x_2, \cdots, x_N) = \begin{cases} N!\,b^N(1 - b^{-bx_1})e^{-bx_1}e^{-2bx_N}\prod_{i=2}^{N-1}(e^{-bx_{i-1}} - e^{-bx_i})b^{-bx_i} \\ \qquad\qquad \text{当 } 0 \leqslant x_1 < x_2 < \cdots < x_N \text{ 时} \\ 0 \qquad\qquad \text{其他} \end{cases}$$

因此子样 (14) 式与子样 (2) 式的统计特性很不相同，它们彼此相关且具有不同分布. b 值回归问题中的震级分档值正是属于序列 (14) 式的，它们“彼此相关，具有不同分布”. 这一点是十分重要的，往往被人们所忽视. 根据值序统计量 (14) 式，可以构造经验分布函数

$$S_N(M) = \begin{cases} 0 & M \leqslant M_{(1)} \\ \dfrac{K}{N} & M_{(K)} < M \leqslant M_{(K+1)} \quad (K = 1, 2, \cdots, N-1) \\ 1 & M > M_{(N)} \end{cases} \tag{15}$$

做为随机变量M的分布函数 $N(x)$ 的近似估计.

1. 线性最小二乘估计

由 (4) 式可知

$$e^{-bM} = 1 - N(M)$$
$$\ln[1 - N(M)] = -bM$$

利用经验分布函数 $S_N(M)$ 作为分布函数 $N(x)$ 的近似估计值，要求使

$$Q_1 = \sum_{i=1}^{N} \{\ln[1 - S_N(M_{(i)})] + bM_{(i)}\}^2$$

最小，给出 b 值的线性最小二乘估计值 $\hat{b}_2$，这时有

$$\frac{dQ}{db} = 2\sum_{i=1}^{N} \{\ln[1 - S_N(M_{(i)})] + bM_{(i)}\}M_{(i)} = 0$$

得

$$\hat{b}_2 = -\frac{\sum_{i=1}^{N} \ln[1 - S_N(M_{(i)})]M_{(i)}}{\sum_{1}^{N} M_{(i)}^2}$$

若令

$$z_i = -\ln[1 - S_N(M_{(i)})]$$

则有

$$\hat{b}_2 = \frac{\sum z_i M_{(i)}}{\sum M_{(i)}^2} \tag{16}$$

2. 非线性最小二乘估计

根据 M 的分布函数 (4) 式，取 $S_N(M)$ 作为 $N(M)$ 的渐近估计值，由

$$Q_2 = \sum_{i=1}^{N} (1 - S_N(M_{(i)}) - e^{-bM_{(i)}})^2$$

最小，可以给出 b 值的非线性最小二乘估计 $\hat{b}_3$ 这时有

$$\frac{dQ_2}{db} = 2\sum_{i=1}^{N} (1 - S_N(M_{(i)}) - e^{-bM_{(i)}})M_{(i)}e^{-bM_{(i)}} = 0$$

则 $\hat{b}_3$ 满足非线性代数方程

$$\sum_{i=1}^{N} [1 - S_N(M_{(i)}) - e^{-bM_{(i)}}]M_{(i)}e^{-bM_{(i)}} = 0 \tag{17}$$

用双曲插值法可将 $\hat{b}_3$ 解出.

四、非线性和线性最小二乘估计的均方误差

由上节可知，b 值的最小二乘估计来自一组值序统计量，它们彼此相关且具有不同分布，不能借用一般线性回归分析的方法分析参数估计的特性及其均方误差. 用解析方法精确分析这些估计的性质，特别是非线性最小二乘估计十分困难. 目前解决这一类问题切实可行的，被人们广泛采用的办法是蒙特卡罗方法. 该方法的一般介绍可参考文献[5]. 蒙特卡罗方法又称统计实验法或概率模拟法. 在具体解决 b 值的精度问题中我们的作法是，根据震级 M 服从指数分布这一统计性质用计算机模拟造出 2500 组伪地震震级 M_i 代入上述各类方法中求出参数 b 及其随机误差的统计估值. 基本过程为:

(1) 在电子计算机上用乘同余法

$$\overline{U}_{K+1} \equiv \lambda \overline{U}_K (\mathrm{mod}\ 2^{39})$$

产生 (0, 1) 上的均匀分布随机数

$$R_{1j},\ R_{2j},\cdots,\ R_{nj} \tag{18}$$

这里 $\lambda = 5^{15}(10) = 343277244615(8)$

括弧内的数字代表 10 进制与 8 进制.

$$U_0 = 1$$

$$R_{ij} = 2^{-39}U_{ij} \qquad (j \geqslant 0,\ i = 1,\ 2,\cdots,\ N)$$

将 U_{ij} 乘以 2^{-39} 是为了将 U_{ij} 化到 (0, 1) 区间.

(2) 用快速排序算法把均匀分布随机数序列 (18) 式按其取值的大小进行排序,给出值序统计量

$$R_{(1)j} \leqslant R_{(2)j} \leqslant \cdots \leqslant R_{(N)j} \tag{19}$$

(3) 根据均匀分布和指数分布的性质，利用产生随机数的直接抽样的办法[6] 产生指数分布($b = 1$)的值序统计量

$$M_{(i)} = -\ln(1 - R_{(i)j})/b \tag{20}$$

(4) 由 (20) 式产生的 $M_{(i)}$ 代入 (6) (16) (17) 式,算出 b 的极大似然估计,线性与非线性最小二乘估计

$$\hat{b}_{1j};\quad \hat{b}_{2j},\quad \hat{b}_{3j}$$

取 $j = 1,\ 2,\cdots,\ 2500$，经 2500 次模拟试验，可以得到 $\hat{b}_1$, $\hat{b}_2$, $\hat{b}_3$ 的 2500 个估计值,代入下式:

期望: $$\bar{b}_i = \frac{1}{2500}\sum_{j=1}^{2500}\hat{b}_{ij}$$

方差: $$S_i^2 = \frac{1}{2500}\sum_{j=1}^{2500}(b_{ij} - \bar{b}_i)^2$$

标准误差: $$MS_i = \sqrt{S_i^2 + (\bar{b}_i - b)^2}$$

$$i = 1,\ 2,\ 3$$

得到 $\hat{b}_1$,$\hat{b}_2$, $\hat{b}_3$ 的数学期望和标准误差的估计值见下表. 同时还给出非线性最小二乘与线性最小二乘估计的 b 值与极大似然估计 b 值的相关系数.

$$r_i = \frac{1}{N}\sum_j\left(\frac{b_{1j} - \bar{b}_1}{S_1}\right)\left(\frac{b_{ij} - \bar{b}_i}{S_i}\right) \qquad i = 2,\ 3$$

“地震 b 值标准误差表”集中了计算的全部结果. 这个表是在已知真值 $b_0 = 1$ 的情况下，应用蒙特卡罗方法求得 b 的各种估值 $\hat{b}_i$ 及误差. 全表共分七个小表，各小表的不同仅在于计算 b 值时的伪地震个数不等，由 $N = 10$ 至 $N = 100$. 表的第一列给出不同方法估计的 b 值,有极大似然估计 (MLE)，线性最小二乘估计 (LSQE) 及非线性最小二乘估计 (ULSQE)，第二列是 b 的估计值与真值的偏差 $\hat{b} - b_0(b_0 = 1)$，第三列是各种方法求得 b 的标准差 $\sigma(b)$，第四列是标准误差 $MS(b)$，第五列是相关系数. 表中所提供的结果分有偏估计与纠偏估计. 由理论分析式 (9) 与表中统计模拟结果可知，b 的估值 $\hat{b}_1$, $\hat{b}_2$, $\hat{b}$ 是有偏的;即 $E(\hat{b}) \neq b$，为了给出 b 的无偏估计,需对 $\hat{b}_i$ 进行纠偏. 由(9)式可知极大似然估计的纠偏系数为 $\frac{N-1}{N}$ 即 $E\left(\frac{N-1}{N}\hat{b}_1\right) = b$，故由 $\frac{N-1}{N}\hat{b}_1$ 给出极大似然估计 b

地震 b 值标准误差表(蒙特卡罗法估计)

$N = 10$

	b	$b-b_0$	$\sigma(b)$	$MS(b)$	r
极大似然估计法 (MLE)	1.1192 1.0072	0.1192 0.0072	0.3922 0.3530	0.4099 0.3531	
线性最小二乘 (LSQE)	1.0051 1.1167	0.0051 0.1167	0.3672 0.4080	0.3672 0.4243	0.9485
非线性最小二乘 (ULSQE)	1.0950 0.9855	0.0950 0.0145	0.4678 0.4210	0.4773 0.4213	0.8348

$N = 20$

	b	$b-b_0$	$\sigma(b)$	$MS(b)$	r
极大似然估计法 (MLE)	1.0542 1.0014	0.0542 0.0014	0.2498 0.2373	0.2556 0.2373	
线性最小二乘 (LSQE)	0.9783 1.0297	−0.0217 0.0297	0.2510 0.2642	0.2519 0.2659	0.9297
非线性最小二乘 (ULSQE)	1.0448 0.9926	0.0448 0.0074	0.2900 0.2755	0.2934 0.2756	0.8593

$N = 40$

	b	$b-b_0$	$\sigma(b)$	$MS(b)$	r
极大似然估计法 (MLE)	1.0298 1.0041	0.0298 0.0041	0.1667 0.1625	0.1693 0.1625	
线性最小二乘 (LSQE)	0.9800 1.0051	−0.0200 0.0051	0.1761 0.1806	0.1772 0.1807	0.9085
非线性最小二乘 (ULSQE)	1.0236 0.9980	0.0236 −0.0020	0.1909 0.1861	0.1923 0.1861	0.8654

$N = 50$

	b	$b-b_0$	$\sigma(b)$	$MS(b)$	r
极大似然估计法 (MLE)	1.0257 1.0052	0.0257 0.0052	0.1488 0.1458	0.1510 0.1459	
线性最小二乘估计法 (LSQE)	0.9821 1.0022	−0.0179 0.0022	0.1602 0.1634	0.1612 0.1634	0.9113
非线性最小二乘估计法 (ULSQE)	1.0203 0.9999	0.0203 −0.0001	0.1660 0.1627	0.1673 0.1627	0.8685

续 表

$N = 60$

	b	$b - b_0$	$\sigma(b)$	$MS(b)$	r
极大似然估计法 (MLE)	1.0192 1.0022	0.0192 0.0022	0.1349 0.1327	0.1363 0.1327	
线性最小二乘估计法 (LSQE)	0.9799 0.9965	−0.0201 −0.0035	0.1446 0.1470	0.1460 0.1471	0.9018
非线性最小二乘估计法 (ULSQE)	1.0150 0.9981	0.0150 −0.0019	0.1541 0.1516	0.1549 0.1516	0.8731

$N = 80$

	b	$b - b_0$	$\sigma(b)$	$MS(b)$	r
极大似然估计法 (MLE)	1.0136 1.0009	0.0136 0.0009	0.1148 0.1133	0.1156 0.1133	
线性最小二乘估计法 (LSQE)	0.9808 0.9932	−0.0192 −0.0068	0.1254 0.1270	0.1268 0.1271	0.9011
非线性最小二乘估计法 (ULSQE)	1.0111 0.9984	0.0111 −0.0016	0.1299 0.1282	0.1303 0.1283	0.8674

$N = 100$

	b	$b - b_0$	$\sigma(b)$	$MS(b)$	r
极大似然估计法 (MLE)	1.0111 1.0010	0.0111 0.0010	0.1041 0.1030	0.1047 0.1030	
线性最小二乘估计法 (LSQE)	0.9821 0.9920	−0.0179 −0.0080	0.1138 0.1149	0.1152 0.1152	0.8955
非线性最小二乘估计法 (ULSQE)	1.0097 0.9996	0.0097 −0.0004	0.1183 0.1171	0.1187 0.1171	0.8687

值的无偏估计．而对于线性与非线性最小二乘就没有这样的理论结果．由表中模拟结果可知对线性最小二乘取纠偏系数 $\frac{N}{N-1}$，对非线性最小二乘取纠偏系数 $\frac{N-1}{N}$，当 $N>40$ 时，都可以降低偏移误差，对线性最小二乘与非线性最小二乘估计纠偏后标准误差降低，提高了估计精度．

从表中可以得到这样一些看法：

(1) 均方误差 极大似然估计 b 值的均方误差最小，线性最小二乘次之，非线性最小二乘均方误差较大，即

$$MS_1 < MS_2 < MS_3$$

(2) 运算量 极大似然法最简，线性最小二乘法次之，非线性最小二乘最烦．

(3) 相关性　从与极大似然估计结果的相关看

$$r_2 > r_3$$

线性最小二乘亦优于非线性最小二乘．随着样本量N的增加，三种方法结果的差异越来越小．

(4) b 值估计精度的查表方法　表 1 提供了三种方法（MLE，LSQE，ULSQE）估计 b 值的误差精度，为了简化蒙特卡罗的模拟计算，表中的 b 取为 1．在用一组观测地震震级使用上述方法估计出 b 值后，可将相应(例如 $N = 20$)$MS(b)$ 纠偏值乘以估计 b 值，即得到 b 为任意值的标准误差．

参　考　文　献

[1] 石本巳四雄，飯田汲事．微動計による地震觀測(一)地震動の大さ，空間的分布，Bulletin of the Earthquake Research Institute Tokyo Imperial University, **17**, 443—478, 1939.

[2] B. Gutenberg, & C. F. Richter, Seismicity of the Earth and Associated Phenomena, Princeton University Press, 1949.

[3] 李全林，于渌，陈锦标，郝柏林，b 值时空扫描，地球物理学报，**21**，2，1978.

[4] 马鸿庆，华北地区几次大震前的 b 值异常变化，地球物理学报，**21**，2，1978.

[5] 张建中，蒙特卡罗方法 (I) (II)，数学的实践与认识，1，2，1974.

[6] 中国科学院计算中心概率统计组编著，概率统计计算，科学出版社，1979.

ON THE METHOD OF ESTIMATING B-VALUE AND ITS STANDARD ERROR

——The Monte Carlo Method of Estimating the Accuracy of b—value

ZHANG JIAN-ZHONG

(*Computing Center, Academia Sinica*)

SONG LIANG-YÜ

(*Institute of Geophysics, State Seismological Bureau*)

Abstract

In attempting to stuty the problem of earthquake prediction, the law of magnitude and frequency of earthquakes has recently been employed to search for precursors of large earthquakes and to examine the variation with time and space of the b-value. A question arises that in order to comply with the requirements of earthquake prediction, the time length of earthquake data chosen, should be short. As a consequence, the number of earthquakes used will be greatly reduced, giving rise to increased error in the estimation of the b-value.

Based on the law of magnitude and frequency of earthquakes of Gutenberg and Richter, various methods for estimating b-value have been discussed in this paper, namely the maximum likehood estimate, the moment estimate, the simple linear and non-linear least square estimates ect., of which the respective accuracies are given and compared for their adequacy. Included in this paper for reference is an error chart for b-value estimation, computed by the Monte Carlo Method.