

深井水位的固体潮效应

张 昭 栋

(中国济南 250021 山东省地震局)

郑 金 涵

(中国北京 100081 国家地震局地球物理研究所)

冯 初 刚

(中国上海 200000 中国科学院上海天文台)

摘要

本文从体应变固体潮对深井水位影响的偏微分方程出发, 考虑到含水层和井孔之间相互渗流的边界条件, 用叠加原理、冲量定理和分离变量法等方法得出了方程的解。通过对这个解中水井含水层参数给予一些可能的值进行数值计算, 讨论了水井固体潮系数和位相滞后与水井含水层参数间的关系, 较好地解释了井水位对固体潮响应的位相滞后现象。计算表明, 井孔的半径、含水层的孔隙度及固体骨架的体压缩系数愈大, 含水的导水系数愈小, 则水井水位的固体潮系数愈小, 而水位对固体潮响应的位相滞后愈大。井水对长周期的潮汐响应比对短周期的更好。

关键词 体应变固体潮; 渗流; 潮汐系数; 位相滞后; 承压含水层

一、引言

深井水位的固体潮效应引起许多科技工作者的关注, 并进行了大量研究工作^[1-6]。以前的工作一般假定固体潮对承压含水层的影响是不排水型的, 得出的结论无法解释井水位对固体潮响应的滞后现象。这只有当含水层的导水系数相当高, 且其单位贮水系数及井管的半径相当小时, 才有实际意义。事实上, 一个封闭的含水层只要打上一口井以后, 就已经破坏了其封闭条件, 井孔和含水层之间就会产生水的相互渗流, 所以严格说含水层是排水型的。由于水在含水层和井孔之间的渗流, 必定造成水井对固体潮响应产生一个位相滞后。国内外的大量水井潮汐观测资料的分析结果也是如此。我们在全国地震地下水网中挑选了 33 口水井, 用反复调和分析的方法找出了井水位固体潮系数和位相滞后^[5], 表 1 给出了四个主要潮波的部分结果。

以前的不排水理论研究结果, 只指出井水位固体潮系数与含水层弹性性质的关系, 并无法解释井水位对固体潮响应的位相滞后现象。本文的理论研究结果表明, 井水位固体

1988 年 1 月 3 日收到本文初稿, 1988 年 12 月 20 日决定采用。

潮系数不仅与含水层的弹性性质有关,而且与含水层的渗流性质、井孔的半径及潮汐信号的周期等有关,并且较好地解释了井水位对固体潮响应的位相滞后现象,还讨论了位相滞后与水井含水层参数的关系,认为水井含水层系统对周期越长的潮汐信号响应越好,井水位固体潮系数越大的井孔,对固体潮响应的位相滞后一般越小。

二、固体潮影响深井水位的偏微分方程及其解

由文献[5]知,体应变固体潮对承压含水层影响的偏微分方程是

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{K}{\rho g[(1-n)\alpha + n\beta]} \nabla^2 H - \frac{1}{\rho g[(1-n)\alpha + n\beta]} \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (1)$$

其中 H 为含水层内压力水头, K 和 n 分别为含水层的渗透系数和孔隙度, ρ 和 β 分别为含水层内水的密度和体压缩系数, α 为含水层固体骨架的体压缩系数, Θ 为固体潮体应变。

首先只考虑体应变固体潮一个分潮波 $\theta = A \sin \omega t$ 的影响。在圆柱坐标内方程(1)写为

$$\frac{\partial H}{\partial t} - a \left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} \right) = B \omega A \sin \omega t \quad (2)$$

其中

$$a = \frac{K}{\rho g[(1-n)\alpha + n\beta]} \quad B = \frac{1}{\rho g[(1-n)\alpha + n\beta]}$$

大量的观测结果表明,井水位潮汐与体应变固体潮相关十分好(见图 1)。我国 33 口井的观测资料调和分析结果,也证明了井水位对固体潮的响应基本上是线性的^[6]。所以对水位潮汐也可以类似于处理固体潮那样,表达为各种谐波的总和。先只考虑其中与体应变固体潮对应的那一个分潮波,则有

$$h = h_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

其中 $-\varphi$ 为水井水位对固体潮响应的位相滞后。

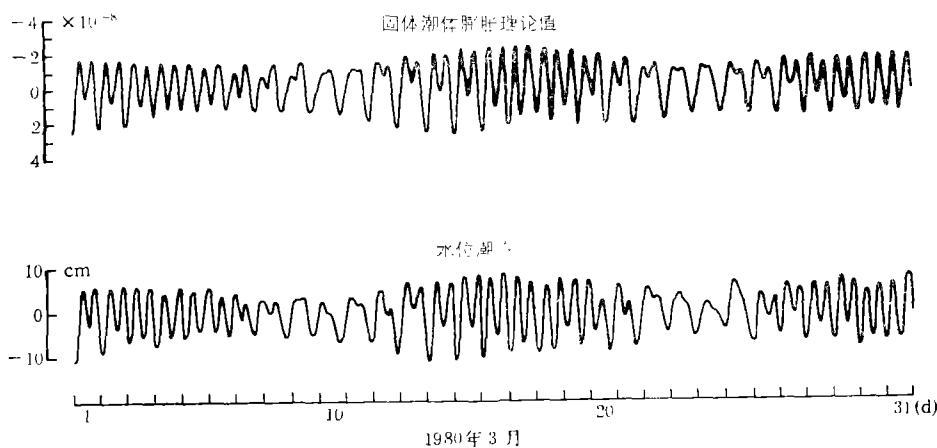


图 1 候-6 井水位观测值与固体潮理论值

考虑渗流后,井孔内的边界条件是

$$r \frac{\partial H}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = -\frac{r_w^2 \omega h_0}{2T} \sin(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

在无穷远处有边界条件

$$H(\infty, t) = H_a \quad t > 0 \quad (5)$$

还应有初始条件

$$H(r, 0) = H_a, \quad 0 \leq r < \infty \quad (6)$$

其中 r_w 为井管的半径, H_a 为含水层平均压力水头.

式(2),(4),(5)和(6)构成了这个问题的方程和条件.

利用叠加原理、冲量定理和分离变量法等方法,可以得到方程(2)的解为

$$H_w(t) = BA \cos \omega t + H_0 \cos(\omega t + \varphi + \phi) \quad (7)$$

其中

$$H_0 = \frac{r_w^2 \omega h_0 G(\alpha_K)}{2T} \quad (8)$$

$$[G(\alpha_K)]^2 = [\text{Ker}(\alpha_K)]^2 + [\text{Kei}(\text{Kei})]^2$$

$$\phi = \text{tg}^{-1}[\text{Ker}(\alpha_K)/\text{Kei}(\alpha_K)]$$

而 Ker 和 Kei 是开尔文函数, $\alpha_K = r_w \sqrt{\omega S/T}$, 其中 S 和 T 分别是含水层的贮水系数和导水系数. 可见方程(2)的解由两部分组成, 一个是不排水情况下的特解, 另一个是考虑了含水层和井孔间渗流的特解.

三、井水位的固体潮系数和对固体潮响应的位相滞后

把式(3)代入式(7), 利用三角函数的性质把它展开, 可得出方程组

$$\begin{cases} BA + H_c y \cos \phi - H_c x \sin \phi - y = 0 \\ H_c x \cos \phi + H_c y \sin \phi - x = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中 $H_c = H_0/h_0$, $x = h_0 \sin \varphi$, $y = h_0 \cos \varphi$. 解方程组(9)可得

$$\begin{cases} x = \frac{H_c \sin \phi \cdot BA}{(H_c \sin \phi)^2 + (1 - H_c \cos \phi)^2} \\ y = \frac{(1 - H_c \cos \phi)BA}{(H_c \sin \phi)^2 + (1 - H_c \cos \phi)^2} \end{cases} \quad (10)$$

由此可得水井水位的固体潮系数和对固体潮响应的位相滞后分别为

$$B_G = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{A} \quad -\varphi = -\text{tg}^{-1} \frac{x}{y} \quad (11)$$

四、讨 论

水井水位的固体潮系数和位相滞后与水井含水层参数的关系由式(10)和(11)很难直接看出, 为了定量地研究它们, 只有通过数值计算用计算机画出它们的关系曲线来进行讨

论。

1. B_G, φ 与井管半径 r_w 的关系

由式(10)和(11)可以看出, 水井水位的固体潮系数与 BA 成正比, 即与 $1/\rho g[(1-n)\alpha + n\beta]$ 及固体潮该分潮波振幅 A 成正比, 而与其它参数的关系难以直接看出。

对一些参数取可能的数值: 含水层的孔隙度 $n = 1\%$, 含水层的渗透系数 $K = 10^{-7}\text{m}/\text{N}$, 含水层的厚度 $b = 100\text{m}$, 井管半径分别取 $0.05, 0.125$ 和 0.2m , 含水层内水的体压缩系数取 $4.69 \times 10^{-10}\text{m}^2/\text{N}$, 当信号的周期取 $100-10^6\text{s}$ 一系列数值时, 由公式(10)和(11)可以计算出 B_G 和 φ 的一系列数值, 由此画出图 2.

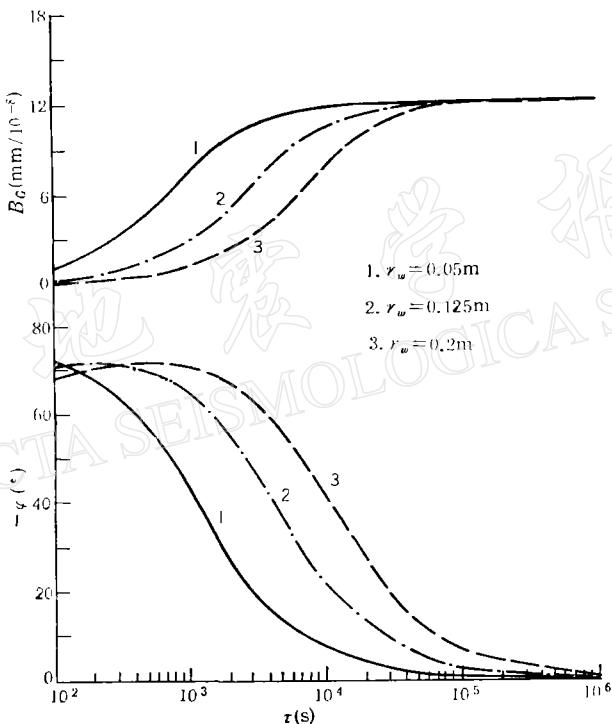


图 2 B_G, φ 与 r_w 的关系

从图 2 可以看出, 当井管半径增大时, 水井水位固体潮系数会减小。当信号周期在 $100-4.5 \times 10^4\text{s}$ 之间, 系数 B_G 随信号周期的增大而迅速增大。信号周期在固体潮日波和半日波范围内, 井管半径从 0.2m 减少到 0.05m 时, 系数 B_G 则增大了 $1\text{mm}/10^{-8}$ 左右。当信号周期大于 10^5s 以后, 系数 B_G 基本平稳无变化。

从图 2 还可以看出, 随着井管半径的增大, 水位对固体潮响应的位相滞后也增大。当信号周期在 $100-10^5\text{s}$ 之间, 位相滞后随信号周期的增大而迅速减小; 信号周期在固体潮日波和半日波范围内, 井管半径从大到小可使位相滞后相差 14° 左右。只有当信号周期大于 10^6s 以后, 位相滞后才基本上为零度, 即两者变化基本上同步。

2. B_G, φ 与含水层孔隙度 n 的关系

我们所以讨论 B_G, φ 与 n 的关系, 而不讨论与含水层贮水系数的关系, 因为贮水系

数是 n 和 α 的函数,不如讨论单个因素与 B_G 和 φ 的关系更直接一些。

由前面给出的 α_K 和 $G(\alpha_K)$ 的表达式可以看出,孔隙度 n 对 $G(\alpha_K)$ 有影响。但计算结果表明, $G(\alpha_K)$ 的变化比较缓慢,所以 n 对 φ 的影响也比较缓慢。而系数 B_G 与 $1/\rho g[(1-n)\alpha + n\beta]$ 成正比,所以 n 对系数 B_G 影响较大。

取 $r_w = 0.125\text{m}$, $K = 10^{-7}\text{m/s}$, $\alpha = 8 \times 10^{-11}\text{m}^2/\text{N}$, 含水层厚度取 100m , 而 n 分别取 1% , 10% 和 30% 。当信号周期从 $100-10^6\text{s}$ 变化时,得出图 3。

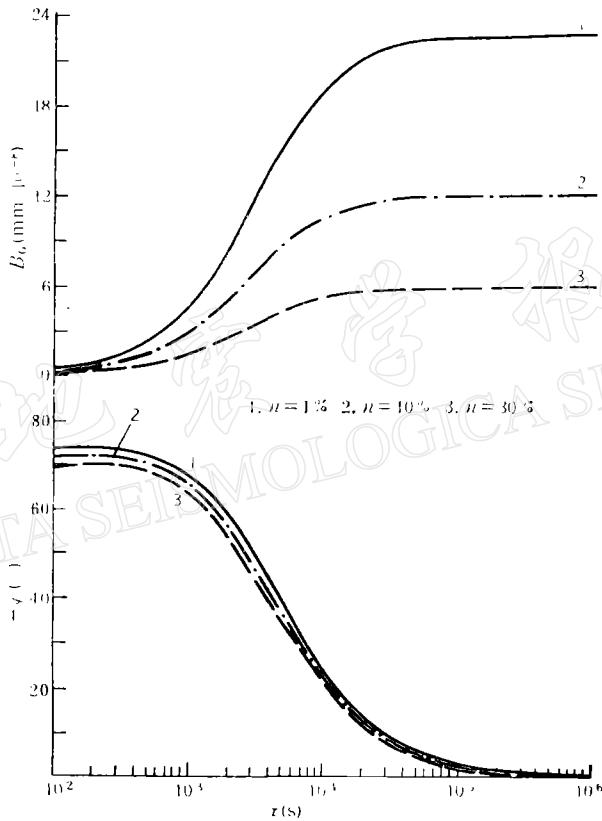
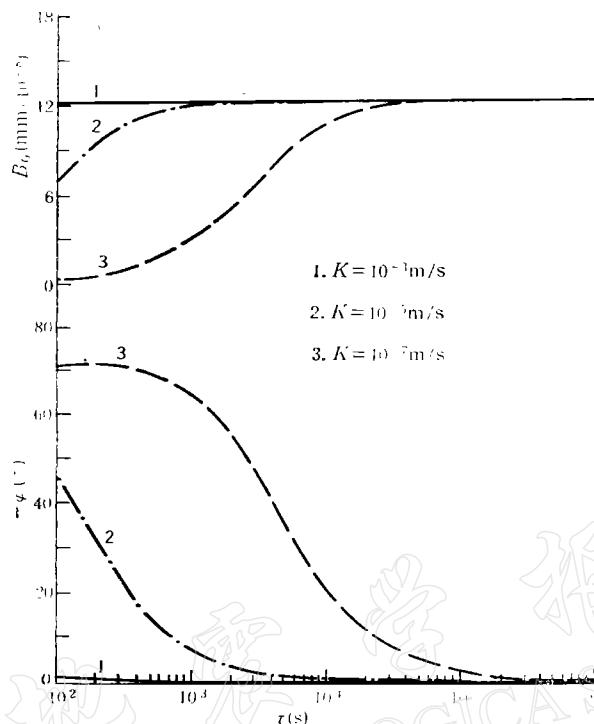


图 3 B_G , φ 与 n 的关系

从图 3 可以看出,对于大小不同的三个含水层孔隙度,系数 B_G 的三条曲线明显地分开。当含水层的孔隙度 n 增大时,系数 B_G 明显地减小。而位相滞后随着孔隙度的增大仅略有减小,位相滞后的三条曲线靠得很近,可见孔隙度对位相滞后的影响不大。

在信号周期 $100-4 \times 10^4\text{s}$ 之间,随着信号周期的增大,系数 B_G 也明显地增大;在信号周期 10^5-10^6s 之间,系数 B_G 基本上不随信号周期而变化;在信号周期 $100-10^5\text{s}$ 之间,位相滞后随信号周期的增大而迅速降低;在信号周期大于 10^6s 以后,位相滞后基本上等于零度。

总之,含水层的孔隙度对固体潮系数 B_G 的影响较大,但对水位对固体潮响应的位相滞后影响很小。

图 4 B_G, φ 与 K 的关系

3. B_G, φ 与含水层渗透系数 K 的关系

取 $r_w = 0.125\text{m}$, $n = 1\%$, $\alpha = 8 \times 10^{-11}\text{m}^2/\text{N}$, $b = 100\text{m}$, 而 K 分别取 10^{-3} , 10^{-5} 和 10^{-7}m/s , 当信号周期从 $100-10^6\text{s}$ 变化时, 可以作出图 4.

从图 4 可以看出, 在信号周期从 $100-10^4\text{s}$ 变化时, 系数 B_G 随信号周期的增大而迅速增大, 而且含水层的渗透系数越大时, 系数 B_G 也越大. 当信号周期在固体潮日波、半日波范围内渗透系数由大到小变化时, 可影响系数 B_G 变化 $0.5\text{mm}/10^{-8}$. 但在信号周期大于 10^5s 以后, 系数 B_G 基本上不变.

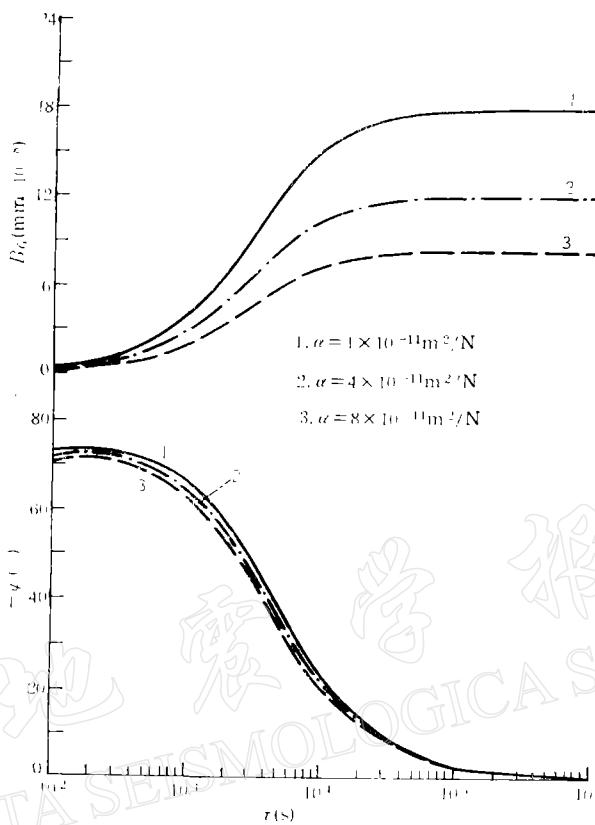
从图 4 还可以看出, 随渗透系数的增大, 水位对固体潮响应的位相滞后迅速减小. 当 $K = 10^{-3}\text{m/s}$ 时, 位相滞后基本上等于零度. 在信号周期从 $100-10^5\text{s}$ 变化时, 随信号周期的增大, 位相滞后迅速减小. 信号周期在固体潮范围内, 渗透系数小的可影响位相滞后 7° 左右.

4. B_G, φ 与含水层固体骨架体压缩系数 α 的关系

取 $r_w = 0.125\text{m}$, $n = 1\%$, $K = 10^{-7}\text{m/s}$, $b = 100\text{m}$, 而含水层固体骨架体压缩系数 α 分别取 1×10^{-11} , 4×10^{-11} 和 $8 \times 10^{-11}\text{m}^2/\text{N}$, 当信号周期从 $100-10^6\text{s}$ 变化时, 可作出图 5.

从图 5 可以看出, 当压缩系数增大时, 井水固体潮系数反而明显地减小. 当压缩系数取某一值不变时, 信号周期在 $100-4 \times 10^4\text{s}$ 变化, 系数 B_G 随着信号周期的增大而迅速增大. 但在信号周期大于 10^5s 以后, 系数 B_G 的变化很小.

从图 5 还可以看出, 不同压缩系数的三条曲线靠得很近. 在信号周期 $100-10^5\text{s}$ 之

图 5 B_G, φ 与 α 的关系

间,随着压缩系数的增大,位相滞后略有减小;随着信号周期的增大,位相滞后迅速减小。在信号周期大于 10^6 s 以后,位相滞后基本上等于零度。

5. B_G, φ 与含水层厚度 b 的关系

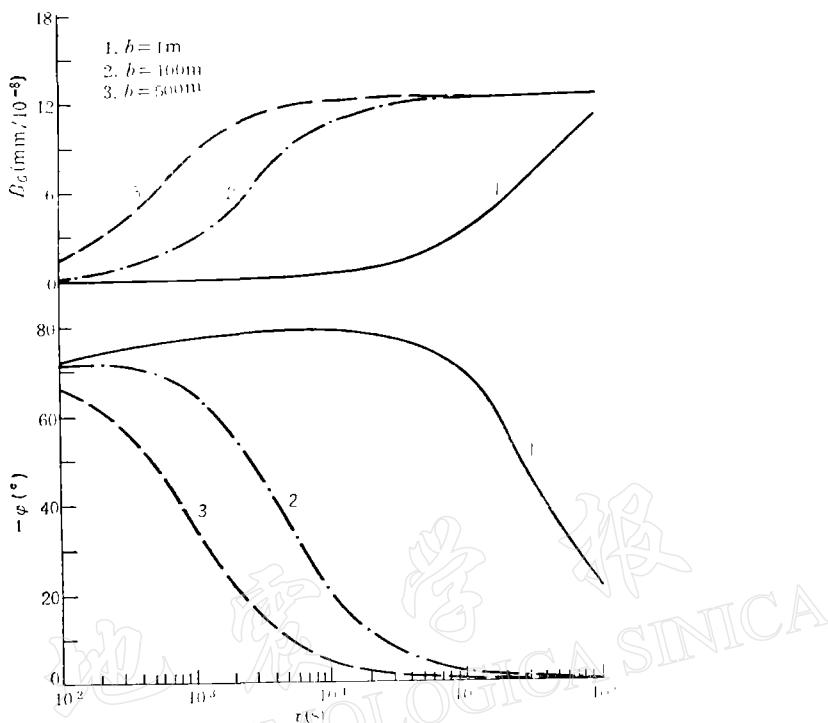
取 $r_w = 0.125\text{m}$, $n = 1\%$, $K = 10^{-7}\text{m/s}$, $\alpha = 4 \times 10^{-11}\text{m}^2/\text{N}$, 而 b 分别取 1, 100 和 500m。当信号周期从 $100\rightarrow 10^6\text{s}$ 变化时,可得出图 6。

从图 6 可以看出,当含水层厚度增大时,井水固体潮系数 B_G 也明显地增大。当厚度取某一数值不变时,系数 B_G 随着信号周期的增大而增大。信号周期在固体潮范围内,当厚度由小到大变化时,系数 B_G 可以 1 增大到 $12\text{mm}/10^{-8}$ 。可见含水层的厚度对井水位固体潮系数的影响较大。

从图 6 还可以看出,当含水层的厚度增大时,位相滞后迅速减小。当厚度取某一数值不变时,位相滞后随信号周期的增大而很快减小。在固体潮周期范围内,含水层厚度对位相滞后的影响也很大。

6. 在固体潮的变化周期范围内 B_G, φ 与水井含水层参数间的关系

从图 2—图 6 的综合分析可以看出,在固体潮的变化周期范围内,即信号周期大于 10^4s 的情况下,井水固体潮系数 B_G 与含水层的渗透系数及井管半径的关系不很大,系数 B_G 主要取决于含水层的孔隙度和固体骨架的体压缩系数及含水层的厚度。当含水层的

图 6 B_G , φ 与 b 的关系

孔隙度愈小,含水层固体骨架的体压缩系数愈小,含水层的厚度愈大,则井水固体潮潮汐系数 B_G 愈大。而水井水位对固体潮响应的位相滞后,与含水层的孔隙度及固体骨架的体压缩系数的关系不大,位相滞后主要取决于含水层的厚度和含水层的渗透系数及井管的半径。当含水层厚度愈小,渗透系数愈小,井管半径愈大,则井水位对固体潮响应的位相滞后就愈大。

五、结 论

1. 水井含水层系统对固体潮的响应看做是不排水过程,只有当含水层的导水系数相当高,且其单位贮水系数及井管的半径相当小时才有实际意义。
2. 当考虑到含水层与井孔之间的渗流作用时,水井水位的固体潮系数将成为一个变化的量;井水位对固体潮的响应也会有位相滞后。实际观测情况也是如此。
3. 理论研究表明,井管的半径愈大,含水层的孔隙度愈大,含水层的渗透系数愈小,含水层固体骨架的体压缩系数愈大,含水层的厚度愈小,则水井水位的固体潮系数愈小,而水位对固体潮响应的位相滞后愈大。
4. 井水对长周期的潮汐响应比对短周期的更好。在固体潮变化的周期范围内,水位固体潮系数与含水层的渗透系数及井管半径的关系不大;它主要取决于含水层的孔隙度和含水层的固体骨架体压缩系数及含水层的厚度,而水井水位对固体潮响应的位相滞后,

主要取决于含水层的厚度和渗透系数及井管的半径。

5. 井水位固体潮系数越大的井孔, 水位对固体潮响应的位相滞后一般越小。

笔者衷心感谢顾功叙、汪成民和陈运泰研究员审阅了本文的初稿并提出了许多宝贵的意见。

本文系地震科学联合基金会资助的课题。

表 1 我国部分深井观测资料调和分析结果

序号	井名	(省)	O_1		K_1		M_2		S_2	
			B_G mm/ 10^{-8}	φ (°)						
1	蛟河	(吉)	4.59	6.8	6.46	1.2	6.02	1.2	5.69	19.9
2	本溪	(辽)	36.54	5.1	35.24	5.4	38.94	26.5	51.02	23.6
3	牛 4	(辽)	7.44	-35.7	5.98	-52.6	6.26	-50.6	16.34	-39.1
4	田 4	(辽)	61.59	-54.5	57.20	59.0	51.95	-13.0	195.49	80.5
5	候 6	(津)	43.90	8.2	38.09	2.2	39.55	-29.4	41.83	-24.8
6	宁钢	(宁)	0.69	40.8	2.24	50.7	0.32	-21.1	11.26	76.7
7	威海	(鲁)	2.36	89.8	5.93	-79.6	1.30	-18.8	4.76	39.9
8	商河	(鲁)	15.08	-7.3	11.22	-31.3	16.34	5.5	20.57	46.3
9	范县	(豫)	15.85	-10.8	12.68	-21.9	15.85	-4.7	16.06	-1.7
10	兗州	(鲁)	16.67	5.2	9.15	62.7	17.36	38.7	25.00	0.0
11	莒南	(鲁)	30.24	-5.4	23.94	-7.2	36.75	-10.8	31.55	-13.8
12	西影	(陕)	8.09	-4.3	5.77	-19.9	7.64	-6.1	8.09	-6.0
13	苏07	(苏)	11.83	-21.2	8.09	-24.0	11.79	-24.4	17.72	-31.5
14	南阳	(豫)	4.88	-41.2	2.07	37.2	4.59	-58.9	10.00	-63.8
15	苏15	(苏)	16.42	-14.9	12.24	-19.8	16.67	-12.5	19.07	-10.4
16	宜宾	(川)	0.93	38.1	0.69	-36.4	2.11	2.6	7.52	-79.5
17	个旧	(川)	11.14	29.2	8.01	8.8	9.27	19.3	14.59	41.8
18	塔院	(京)	8.13	3.9	9.76	-7.7	10.57	-4.6	10.16	-13.8
19	乌11	(新)	3.37	-79.5	2.24	-37.9	1.84	-15.0	2.04	58.4
20	兴 1	(辽)	4.31	2.2	3.33	-2.7	4.55	0.5	7.93	30.5
21	板桥	(京)	18.54	-25.2	13.46	-59.0	17.44	-80.4	12.52	-49.5
22	温泉	(京)	25.20	4.8	21.50	-9.5	30.85	-10.8	34.11	6.6
23	容 1	(冀)	12.61	-4.1	13.72	-19.2	20.39	-5.6	24.53	18.0
24	新泽	(冀)	6.23	11.2	10.50	-39.4	9.00	-17.3	17.44	43.6
25	北杜	(冀)	15.05	3.0	12.72	-9.7	18.18	1.7	23.10	20.9
26	晋10	(晋)	1.65	-54.4	2.07	4.5	2.43	-29.5	5.47	57.7
27	太和	(川)	28.05	1.1	20.00	-5.2	25.45	-7.4	29.39	9.0
28	会理	(川)	28.07	-3.6	22.75	-15.9	26.19	-17.4	28.89	-1.4
29	新店	(闽)	31.68	17.0	27.18	4.9	38.96	29.2	51.69	21.5
30	大姚	(滇)	1.75	-49.7	7.36	75.0	1.75	14.1	7.97	38.4
31	柱坑	(粤)	12.47	67.5	9.93	36.5	15.56	43.1	17.91	52.0
32	普洱	(滇)	5.85	-0.7	4.51	-4.4	5.49	-8.5	7.93	16.0
33	湛江	(粤)	16.42	58.9	9.59	-2.6	10.20	51.1	8.90	47.1

参 考 文 献

- [1] Bredehoeft, J. D., 1967. Response of well-aquifer systems to earth tides. *J. Geophys. Res.*, **72**, 3075—3087.
- [2] Bodvarsson, G., 1970. Confined fluids as strain meters. *J. Geophys. Res.*, **75**, 2711—2718.
- [3] 汪成民、车用太、万迪堃、董守玉,1988. 地下水微动态研究,149—180. 地震出版社,北京。
- [4] Narasimhan,T.N.,Kanehiro,B.Y. and Witherspoon,P.A.,1984. Interpretation of earth tide response of three deep, confined aquifers. *J. Geophys. Res.*, **89**, 1913—1924.
- [5] 张昭栋、郑金涵、冯初刚,1986. 体膨胀固体潮对水井水位观测的影响. 地震研究,9,465—472.
- [6] 张昭栋、汪成民、郑金涵等编著,1988. 地下水潮汐分析,5—39. 山东大学出版社,济南.
- [7] 张昭栋、郑金涵、冯初刚,1986. 气压对水井水位观测的影响. 地震,1: 42—46.
- [8] 张昭栋、郑金涵、冯初刚,1986. 水井水位的降水荷载效应. 地震学报,8,增刊, 101—110.

EFFECT OF EARTH TIDE ON DEEP WELL WATER LEVEL

ZHANG ZHAODONG

(Seismological Bureau of Shandong Province, Jinan 250021, China)

ZHENG JINHAN

(Institute of Geophysics, State Seismological Bureau, Beijing 100081, China)

FENG CHUGANG

(Shanghai Astronomical Observatory, Academia Sinica, Shanghai 200000, China)

Abstract

On the basis of the partial differential equations of water level in a deep well that is affected by the bulk strain tide and the boundary conditions of mutual permeation between the aquifer and the well the solutions of the equations have been obtained by the superposition principle, impulse theorem and separation of the variations. Some suitable values are given to the parameters of well aquifer in the solutions. By means of numerical calculation the relations among the well tide coefficients and phase lags and parameters of the well aquifer are discussed. The phase lag phenomenon of response of the well water level to earth tides is better interpreted. The studies of the parameters and the graphs obtained show that the larger the radius of the well casing, the porosity of the aquifer and the bulk compressibility of solid matrix of the aquifer, and the smaller the permeability of the aquifer, the smaller is the tidal coefficient of well water level; while the greater is the phase lag for well water level to respond to the earth tide. The reponse of the well water level to the tide of longer periods is better than that to the shorter-period tides.