

# 大震前后地震活动的时空分维特征

安镇文 王琳瑛 朱传镇  
(国家地震局地球物理研究所)

## 摘 要

本文根据 Mandelbrot 提出的分形几何学观点, 对海城、唐山和松潘三个大地震前后地震 ( $M_L \geq 3.0$ ) 序列, 根据其时空分布的总体特征, 分析了它们在时间和空间分布上的自相似结构, 计算了各自的分维。结果表明: 时空分布特征分别类似于一维 Cantor 集合或一维连续统  $\otimes$  Cantor 集合。并以大震发生为对称点, 得到大震前后的分维明显不同。一般大震前, 其时空分布具有较低的分维, 震后偏高。本文认为, 用分维定量描述地震时空分布的复杂性是一个较好的物理量, 也许它对未来大震发生的时空预报将起重要作用。

**关键词** 分形; 分维; 统计自相似; Cantor 集合; 层次

## 一、引言

考虑系统具有高度对称性以及稳定平衡的假定, 可能必将导致巨大进步, 但自然界中的实际情况并非如此。许多系统都是远离有序, 甚至不是局部平衡的, 而是无序、混沌和时间不可倒逆的<sup>[1]</sup>, 例如尘埃、细胞繁殖、地震活动等。很明显, 它们远离平衡, 并无明显的有序, 而是以复杂的、无规的方式排列着, 至少我们用肉眼看起来是如此。尽管我们可以获得这类系统的许多知识, 但绝大多数复杂的自然现象, 如流体或空气的湍流, 金属微粒在电解槽中的集结, 树木和山脉的形成, 地震成因等, 事实上一直是难于认识的。

近十年来, 由于电子计算机的迅速发展, 科学家找到了一种描述某些复杂的非线性动力系统有效理论——混沌理论。这种理论可把某些看起来是确定性, 而实质上并非确定性系统的未来演化过程描述得一清二楚。法国科学家 Mandelbrot 避开混沌理论中艰深的数学背景, 注意到自然界中许多复杂事物的发展变化都具有统计自相似的层次结构, 提出了革命化的观念——分形几何学<sup>[2]</sup>。这种观念对许多新的见解起着决定性的作用, 必将改变着人们对许多问题的认识。他不用过多的数学演算, 而是用图形和分维来描述和说明其演化过程的复杂程度。许多事物中, 当适当放大或缩小其几何尺寸时, 发现其整体结构并不改变。不少复杂事物的物理现象背后竟是反映这类层次结构的分形几何学。

自 1966 年以来, 在中国大陆板内发生了一系列大地震, 从而使我们积累了相当丰富的测震资料。所以, 对预报来讲, 研究、探讨大震发生前地震序列的时空分布特征尤为重要。谁也不会怀疑这些序列中或多或少地隐含着许多与未来大震发生有关的重要信息,

1987 年 11 月 7 日收到本文初稿, 1988 年 4 月 6 日决定采用。

它可能蕴藏着参与未来动态变化的痕迹。大震发生之前,若能从其它地震发生的信息中,识别出未来大震发生的某些定量标志,那么这种标志很可能就是预报大震发生的一种极其有效的物理量。为此,国内外无数地震学家一直在努力探索着,有关的文献也是浩如烟海。特别最近几年,国内外一些地震研究者把这种新理论和新思想开始引入地震学。如 Ito<sup>[3,4]</sup> 等人应用这种新理论研究了地震发生的周期性及混沌行为。Aviles 等人<sup>[5]</sup> 和 Okubo 等人<sup>[6]</sup> 研究了 San Andreas 断层的分维行为。Lovejoy 等人<sup>[7]</sup> 还把这种观点用于非均匀地球物理测量台网布局的研究上。我国也有人<sup>[8,9]</sup> 探讨分维在地震学中的应用,而且用于研究强震活动的有序性和层次性。

本文根据上述观点,致力于研究大震发生前、后地震时空分布结构变化的物理实质。探讨地震活动存在的统计自相似特征,并计算定量描述这种活动的分维。也许,它是一个非常好的描述地震时空分布的物理量。期望这个物理量为预报大震发生提供新的信息。

## 二、资料选取及其分布特征

考虑到数据量较大,只给出地震活动的时空分布示意图(见图 1)。根据具体观测情况,三个大地震资料选取的时间长度不等,松潘地震活动是从 1967 年 2 月 27 日开始直到 1986 年 2 月 13 日止。其活动范围是  $31^{\circ}15' - 33^{\circ}56'N, 102^{\circ}32' - 105^{\circ}42'E$ 。选取海城地震的活动时间是 1970.1.1—1980.3.10; 活动区域为  $39^{\circ}21' - 42^{\circ}03'N, 120^{\circ}55' - 124^{\circ}29'E$ 。唐山地震活动的时间为 1970.1.1—1983.2.23; 活动范围是  $38^{\circ}16' - 40^{\circ}59'N, 117^{\circ}01' - 120^{\circ}34'E$ (见图 2)。起始震级都选用  $M_L \geq 3.0$  的地震,可兼顾大震前后资料的完整性。

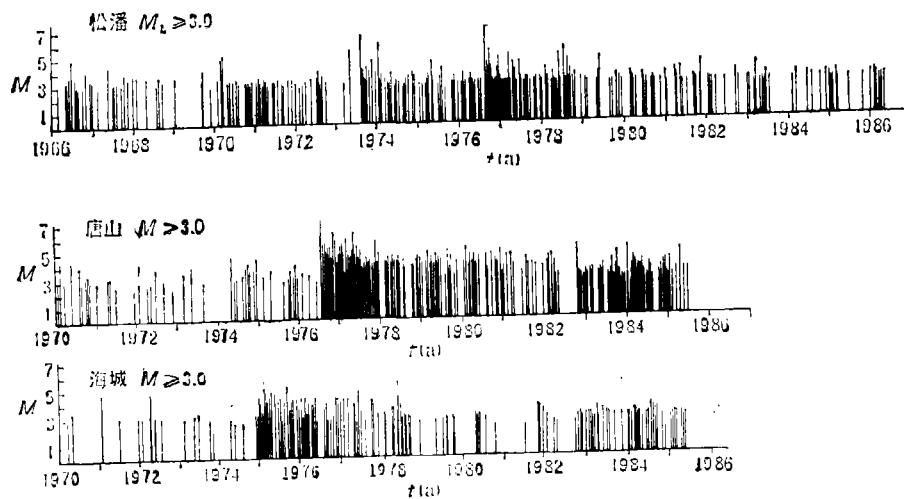


图 1 地震震级随时间的变化

由图 1 可以看出,大震前后地震活动的时间分布结构明显不同。大震前其活动分布离散,结构稀疏,表现为很不规整的 Cantor 集合。大震发生后分布密度加大,结构密集,分形形态的密度随其分布尺度的减小而增大。由于震级下限是  $M_L \geq 3.0$ ,所以在这个层

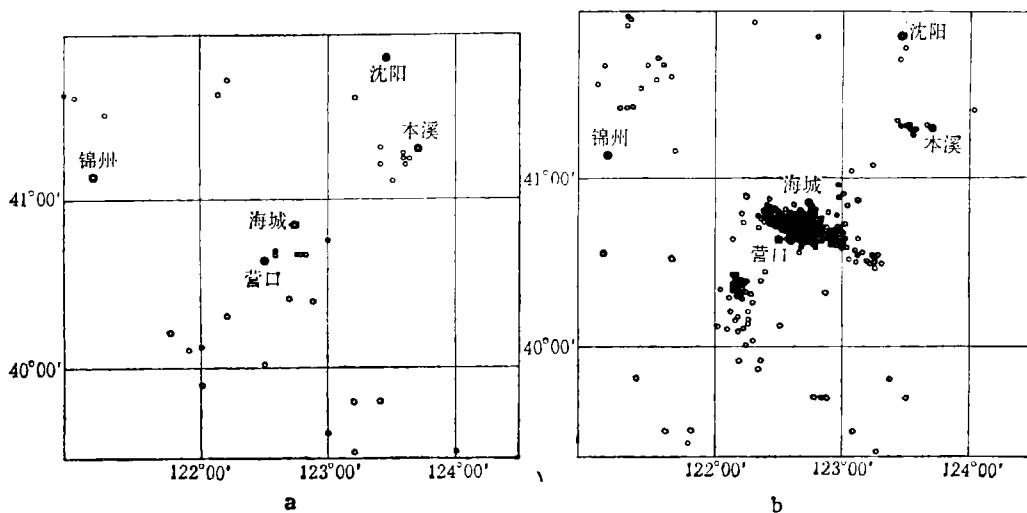


图2 海城大震前(a)后(b)地震活动的空间分布

次上的分布就是这种结构。如果把震级限上下延伸，则它们在时间轴上的分布仍有类似结构，只是疏密集合程度有所不同。不管震级取得如何小，这种自相似的结构也不能布满整个时间流。但可能包括许多时间层次。若截取最密集的一段，把它放大和细分仍然具有上述类似结构，都会在更小的时间尺度上留下各种层次的空隙。这就是地震活动在时间轴上的无穷嵌套的统计自相似结构。

地震活动的空间分布特征亦是如此，由图2看到，海城大震前其震中空间分布是比较散乱和无规的，离散程度很大，在大震发生前形成一种很离散的分布图象。大震后其震中分布集中，结构加密，与大震前形成鲜明的对比。虽然存在着一定程度的定位误差，但总趋势不会改变。这种分布过程有如填充空间的 Peano 曲线的生成过程<sup>[10]</sup>(见图3)。很明显，它在越来越细的结构中填充着空间，却在更小的尺度上留下空隙。当用眼睛在固定的尺度上观察时，曲线很快就要充满空间，实际上并不可能。地震活动的空间分布就象 Peano 曲线一样。不管震级取得多么小，其空间分布总是只在更小的范围内留下空区，永远也不会充满连续的二维空间。这就是空间分布的统计自相似特征。当然地震活动填充空间的

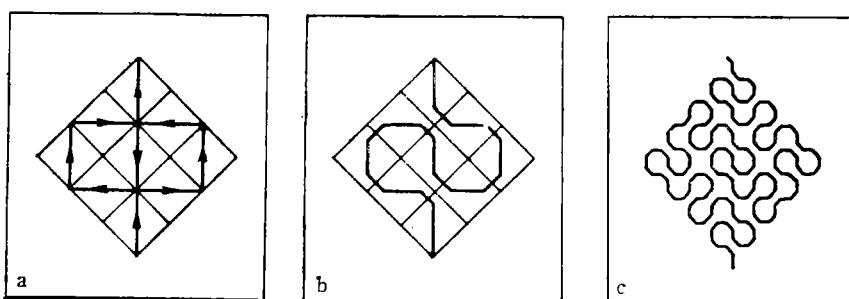


图3 充填空间 Peano 曲线的生成步骤  
(根据文献[10])

过程并不象 Peano 曲线那样规整和有序。这里略去了其它地震分布的类似讨论。

### 三、分析方法与结果

维数是描述几何对象的一个重要的特征量。在普通的欧氏空间中维数是很自然的。零维点，一维线，二维面和三维体等。现在知道朗道平均场理论只在高于 4 维的空间中成立，而对于低于 4 维空间，如何认识和理解从 4 维往下降的  $d = 4 - \epsilon$  展开呢？看来对空间概念的理解和认识有待深化，很可能有一个连续变化并不一定是整数的空间，而且它与测度密切相关。

考虑用半径为  $R$  的小圆覆盖一块面积  $S$ ，得到小圆个数  $N_S \propto S/R^2$ ，同样，用半径为  $R$  的小球覆盖一体积  $V$ ，所需球数  $N_V \propto V/R^3$ 。一般，用一高维球覆盖一个  $d$  维对象  $A$ ，所需球数为  $N_A \propto A/R^d$ 。若保持  $R$  不变，放大  $A$  的线度  $l$  倍，作为  $d$  维对象的  $A_l$  可能被放大  $k$  倍， $A_l = kA$ 。则覆盖  $A_l$  所需要的球数为

$$N_l \propto A_l/R^d = kA/R^d \quad (1)$$

相反，保持  $A$  不变，将球半径缩小  $l$  倍，则所需球数为

$$N_l \propto A/(R/l)^d = Al^d/R^d \quad (2)$$

比较两式并取对数，得到

$$d = \ln k / \ln l \quad (3)$$

它可作为空间维数的新定义，把它定义为分维。可见分维来自一次又一次相同变换的重叠分形。它不同于拓扑维但大于它，只在规整的几何图形时二者才相等。对规整的几何图形，可用统一的线度变换倍数  $l$ 。自然界几何分形研究中，分形并不规整，常用统计自相似测量它的分维。为了测量精确，常是把尺度缩小  $l$  倍， $\epsilon = 1/l$ 。不断缩小  $\epsilon$ ，就能获得理想结果。这样，放大倍数  $k$  成为一个与标尺  $\epsilon$  有关的量  $N(\epsilon)$ ，如此得到分维的定义：

如果  $N(\epsilon)$  是能够覆盖住一个点集直径为  $\epsilon$  的球的最少数目，则点集的容量维是

$$C(\epsilon) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln(1/\epsilon)} \quad (4)$$

图 4 确定时间分维的  $\ln N(\epsilon) - \ln(1/\epsilon)$  曲线

a. 大震前； b. 大震后

我们把这样得到的分维叫做 Kolmogorov 容量

维，也叫广义 Cantor 集合。

通常人们习惯于用 Hausdorff 维数讨论问题，所以进一步改进上式。若存在  $D$ ，当  $C < D$  时， $N(\epsilon) \cdot \epsilon^C \rightarrow \infty$ ；当  $C > D$  时， $N(\epsilon) \cdot \epsilon^C \rightarrow 0$ ；而当  $C = D$  时， $N(\epsilon) \cdot \epsilon^C$  为有限。由此便得到 Hausdorff 维数  $D$

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln(1/\epsilon)} \quad (5)$$

对于通常  $P$  维空间中的子集,  $N(\varepsilon)$  是以  $\varepsilon$  为边长的  $P$  维方体覆盖这一子集的个数。特别当  $\varepsilon \rightarrow 0$  时,  $N(\varepsilon) = K\varepsilon^{-D}$ 。

由上式可构造出许多具有自相似内部层次的几何对象。如把一直线三等份舍其中段, 把余下的线段均照此重复  $n$  次, 最后剩下的点集就是 Cantor 集合。由(5)式得到其分维是

$$D = \ln 2^n / \ln 3^n = \ln 2 / \ln 3 = 0.6309 \dots \quad (6)$$

表达式(4)、(5)都叫分维, 本质上都反映了容量的作用。根据(5)式, 我们计算了地震活动的分维。对时间域我们采用不同时段长标尺(海城地震时段长度为 1861 天, 唐山为 2401 天, 松潘为 3458 天), 统计其有震时段数作为纵坐标, 时段标尺为横坐标, 在双对数坐标纸上得到一段直线部分, 称它为无标度区, 用最小二乘法拟合直线, 其斜率绝对值就是分维  $D$ 。对空间域, 首先把研究地区划成边长为  $\varepsilon$  的小方格, 统计其有震网格数为纵坐标, 网格边长为横坐标, 然后类似于时间域情况计算出分维(见图 4)。若把大震前后的地震活动分为若干时段, 研究其分维的动态变化, 所得结果示于表 3a, 3b 和图 5。表 1 和表 2 分别列出了三个大地震发生前后地震活动的总体分维特征。

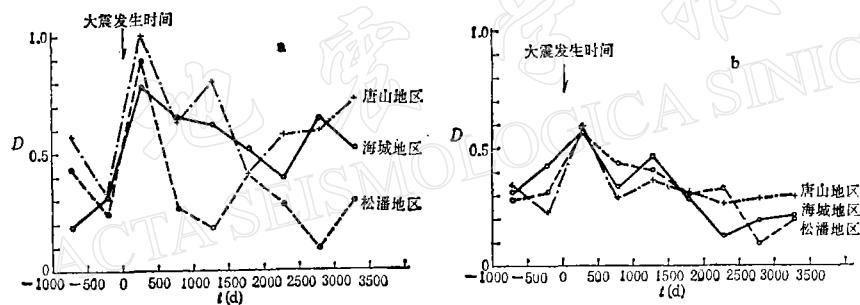


图 5 分维随时间的变化

a. 空间; b. 时间

表 1 大震前、后时间分维 ( $D$ ) 总体特征

地 震	震 前		震 后	
	等 时 段	等 个 数	等 时 段	等 个 数
海 城	$0.26 \pm 0.02$	$0.26 \pm 0.02$	$0.53 \pm 0.06$	$0.33 \pm 0.04$
唐 山	$0.25 \pm 0.04$	$0.35 \pm 0.03$	$0.56 \pm 0.05$	$0.56 \pm 0.06$
松 潘	$0.38 \pm 0.06$	$0.43 \pm 0.06$	$0.53 \pm 0.05$	$0.46 \pm 0.05$

表 2 大震前、后空间分维 ( $D$ ) 总体特征

地 震	震 前		震 后	
	等 时 段	等 个 数	等 时 段	等 个 数
海 城	$0.45 \pm 0.03$	$0.45 \pm 0.03$	$0.77 \pm 0.02$	$0.74 \pm 0.04$
唐 山	$0.45 \pm 0.09$	$0.45 \pm 0.09$	$0.93 \pm 0.04$	$0.86 \pm 0.05$
松 潘	$0.33 \pm 0.06$	$0.38 \pm 0.03$	$0.66 \pm 0.02$	$0.78 \pm 0.02$

表 3a 大震前不同时段地震活动的分维 ( $D$ )

地震	-1000—-500(天)		-500—0(天)	
	时间	空间	时间	空间
海城	0.30±0.10	0.18±0.04	0.41±0.07	0.30±0.02
唐山	0.33±0.08	0.56±0.08	0.23±0.02	0.32±0.03
松潘	0.28±0.03	0.43±0.07	0.31±0.03	0.24±0.04

表 3b 大震后不同时段地震活动的分维 ( $D$ )

地震	0—500(天)		500—1000(天)		1000—1500(天)		1500—2000(天)		2000—2500(天)		2500—3000(天)		3000—3500(天)	
	时 空		时 空		时 空		时 空		时 空		时 空		时 空	
	时	空	时	空	时	空	时	空	时	空	时	空	时	空
海城	0.56 ±0.07	0.77 ±0.03	0.32 ±0.04	0.64 ±0.02	0.45 ±0.06	0.61 ±0.03	0.27 ±0.06	0.50 ±0.03	0.11 ±0.03	0.38 ±0.05	0.18 ±0.02	0.63 ±0.03	0.20 ±0.06	0.50 ±0.09
唐山	0.58 ±0.04	0.99 ±0.02	0.28 ±0.06	0.62 ±0.04	0.35 ±0.06	0.79 ±0.04	0.30 ±0.03	0.40 ±0.05	0.25 ±0.03	0.56 ±0.03	0.27 ±0.06	0.58 ±0.01	0.28 ±0.04	0.71 ±0.06
松潘	0.56 ±0.03	0.89 ±0.03	0.43 ±0.10	0.27 ±0.03	0.40 ±0.10	0.18 ±0.03	0.30 ±0.04	0.41 ±0.05	0.32 ±0.12	0.28 ±0.06	0.09 ±0.03	0.09 ±0.02	0.19 ±0.02	0.29 ±0.05

## 四、结果讨论

由图 4 我们可以看到, 大震前无标度区较宽, 而震后变窄, 且起始点并不相同。直线两端的过渡区不明显, 而且可以看到直线有较好的线性, 这表明了地震活动的自相似性确实存在, 并非人为臆造。由我们的研究知道, 地震活动不但存在着统计自相似性, 而且大震前、后地震活动的特征具有不同的分维。这说明地震活动的时空分布特征有着定量的差异。一般, 大震前偏低, 震后升高(见表 1 和表 2 的分维总体特征)。

我们把分维概念引入地震活动的时空分布研究中, 用于探讨它们之间的定量差异, 目的是提取大震发生的动态信息。为此, 考察图 5 示出的分维动态特征, 我们看到:

### 1. 空间分维

临震前, 唐山和松潘地区地震活动的分维均处低值, 震后急剧上升, 并达到极大值。其后随时间在波动中下降, 虽有一定程度的回升, 但其峰值幅度均小于极大值。

海城地区地震活动的分维, 临震前却与之相反, 分维呈上升趋势。大震后亦达极大, 随后逐渐衰减, 但衰减缓慢。

### 2. 时间分维

临震前, 唐山地区的地震活动在时间上的分维处低值。同样, 震后达到极大值, 随后迅速下降到平稳状态。

海城地震的分维仍为上升趋势。松潘地震的分维亦略有上升趋势。震后都下降, 与空间情况相比, 都保持在平稳状态。

由上面讨论可知, 海城和唐山地震的表现形式是不同的。前者演化到大震的发生类似于连续演化型的, 易于认识。后者可能是阵发型的, 是非常复杂的。

由等时段和等个数两种方法计算的分维几乎得到相同的结果，这是否反映了物理特征的不变性？由我们的研究结果知道，地震活动的时空分布并非杂乱无章，而是结构精细，类似于广义 Cantor 集合或 Peano 曲线的图案，具有统计上的尺度不变性和自相似性。

数值计算要求数据量越多越好，但通常事件数量是比较少的。一般情况事件个数应选取在 50 个以上。为了表征大地震的能量，我们把空间范围取为 300 km，这就是空间分维值较低的原因。如果只考虑余震区计算分维，其值必接近于 2。

本文从分维基本定义出发，本质上计算了地震活动时空分布的容量维。这种方法虽简单易行，但不能反映分形内部的不均匀性，特别是空间上不能无限细分，考虑定位误差的影响，细分无甚意义，一般下限取 5—10 km。一般复杂的分形，原则上要用多种维数来刻画。形象地说，复杂分形好象由大量维数不同的子集合交错迭加而成，研究某个特定物理性质，某个  $D$  起主要作用。这就奠定了描述地震时空分布的统计分形基础。近代研究中，分形和分维正在成为热门的研究课题。分维物理量在地震学的引入，加深了我们对地震时空分布特征的理解和认识。原来大震前的密集、平静和空区的变化特征，其背后竟是反映无穷嵌套的自相似结构。相信用分形和分维观点探索地震成因的复杂性，是有光明前景的途径之一。

本文系地震科学联合基金会资助的课题。

### 参 考 文 献

- [1] Sander, L. M., 1986. Fractal growth processes, *Nature*, **322**, 789—793.
- [2] Mandelbrot, B. B., 1977. *Fractals, Form, Chance and Dimension*, W. H. Freeman, San Francisco, CA.
- [3] Ito, K., 1980. Periodicity and Chaos in great earthquake occurrence. *J. Geophys. Res.*, **85**, 1399—1408.
- [4] Ito, K., Oono, Y., Yamazaki, H., Hirakama, K., 1980. Chaos behavior in great earthquakes—Coupled relaxation oscillator model, billiard model and electronic circuit model. *Journal of the Physical Society of Japan*, **49**, 43—52.
- [5] Aviles, C. A., and Scholz, C. H., 1987. Fractal analysis applied to characteristic segments of the San Andreas fault. *J. Geophys. Res.*, **92**, 331—344.
- [6] Okubo, P. G. and Aki, K., 1987. Fractal geometry in the San Andreas fault system. *J. Geophys. Res.*, **92**, 345—355.
- [7] Lovejoy, S., Schertzer, D. & Ladoy, P., 1986. Fractal characterization of inhomogeneous geophysical measuring networks. *Nature*, **319**, 43—44.
- [8] 洪时中、洪时明, 1987. 分维数及其在地震科学中的应用前景. 四川地震, 1: 39—46.
- [9] 李海华, 1985. 南北地震带北段强震活动的有序性和层次性. 四川地震, 2: 1—9.
- [10] Batty, M., 1985. Fractals—geometry between dimensions, *New Scientist*, **105**, 32—36.
- [11] 郝柏林, 1986. 分形和分维, 科学杂志, 38: 9—17.
- [12] 于渌、郝柏林, 1980. 相变和临界现象(III). 物理, **9**, 545—549.

# THE CHARACTERISTICS OF FRACTAL DIMENSION IN THE TEMPORAL-SPATIAL DISTRIBUTION OF EARTHQUAKES BEFORE AND AFTER THE OCCURRENCE OF A LARGE EARTHQUAKE

An Zhenwen, Wang Linying and Zhu Chuanzhen

(Institute of Geophysics, State Seismological Bureau)

## Abstract

Based on the fractal viewpoint suggested by Mandelbrot, seismic activities ( $M_L \geq 3.0$ ) are studied for the Haicheng, Tangshan and Songpan earthquakes respectively before and after the occurrence of the large earthquake. The results show that a property of temporal-spatial distribution of seismic activities in a one or two-dimension space has the quality of statistical self-similarity at different length scales. Especially, it has a noninteger fractal dimension less than one or two. And this property is similar to that of one-dimension Cantor set or one-dimesion continuum  $\otimes$  Cantor set. In particular, it is found that the fractal dimension is obviously different before and after the occurrence of the large earthquake. In general, that fractal dimension is lower before the quake than after.

In this paper, the fractal dimension is considered to be a good physical quantity for describing the complexity in temporal-spatial distribution of seismic activities. Perhaps, it will be of important help in the prediction of large earthquakes.